УДК 512.643

Аддитивные отображения невзвешенных ориентированных графов, сохраняющие отдельные значения длины циклов. Власов А. В., Гутерман А. Э., Жилина С. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 5–24.

На множестве невзвешенных ориентированных графов на n вершинах операция объединения графов определяется как объединение их множеств дуг. Отображение графов называется аддитивным, если оно сохраняет операцию объединения. В данной работе получена характеризация аддитивных отображений невзвешенных ориентированных графов, сохраняющих фиксированное значение $k \geqslant 3$ длины циклов.

Библ. – 14 назв.

УДК 512.643

Графы с максимальным цепным индексом и их свойства. Гутерман А. Э., Жилина С. А., Шафеев Е. Р. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 25–53.

В работе получено полное описание множества графов с максимальным цепным индексом. В частности, показано, что такие графы имеют строгие ограничения на количество рёбер и степени вершин. Более того, графы с максимальным цепным индексом образуют пять параметрических семейств, одно из которых состоит из графов, не являющихся сильно связными. Как следствие, вычислено число графов на n вершинах, имеющих максимальный цепной индекс, а также получены значения примитивной экспоненты для этих графов.

Библ. – 13 назв.

УДК 512.643+512.554+514.174

Вложение решеток Барнса–Уолла в алгебры Кэли–Диксона. Жилина С. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 54–80.

Семейство решёток Барнса–Уолла включает в себя сбалансированную решётку Барнса–Уолла M_n над $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ и две геометрически эквивалентные друг другу классические решётки Барнса–Уолла L_n и L'_n над $\mathbb{Z}$. Рассмотрено вложение этих решёток в алгебры Кэли–Диксона

соответствующей размерности. Показано, что при $n \geqslant 2$ решётки M_n и L_n замкнуты относительно умножения и порождаются множествами попарных произведений всех своих элементов. Изучены также решётки $L_n \cdot L'_n$, $L'_n \cdot L_n$ и $L'_n \cdot L'_n$, порождённые множествами попарных произведений элементов решёток L_n и L'_n.

Библ. – 25 назв.

УДК 512.643+512.554

О графах коммутативности конечномерных эластичных композиционных алгебр. Жилина С. А., Павлинов Д. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 81–116.

Рассмотрены графы коммутативности конечномерных эластичных композиционных алгебр над произвольным полем $\mathbb{F}$: найден явный вид их компонент связности и вычислен их диаметр. Такие алгебры являются либо гурвицевыми, либо симметрическими композиционными, причём последние состоят из алгебр Окубо и форм пара-гурвицевых алгебр.

Для алгебр Окубо, случай которых является наиболее сложным и интересным, основной результат опирается на два ключевых факта. Во-первых, установлено, что для произвольного элемента x выполнено хотя бы одно из двух условий: либо его централизатор совпадает с порождённой им двумерной подалгеброй $\mathrm{alg}\langle x\rangle$, либо в централизаторе содержится такой элемент y, что подалгебра $\mathrm{alg}\langle y\rangle$ одномерна. Во-вторых, показано, что централизаторы двух элементов, каждый из которых порождает одномерную подалгебру, имеют ненулевое пересечение.

Библ. – 24 назв.

УДК 512.643

Взаимно циклические матрицы. Колегов Н. А., Маркова О. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 117–138.

Две квадратные матрицы над полем будем называть взаимно циклическими, если они коммутируют и порождённая ими алгебра обладает циклическим вектором. В работе найдены все реализуемые значения функции длины на парах взаимно циклических матриц. Исследованы свойства алгебр, порождённых такими матрицами. Отдельно рассмотрен случай нильпотентных матриц.

Библ. – 19 назв.

УДК 512.643

S-DZ матрицы – еще один подкласс класса невырожденных $\mathcal{H}$-матриц. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 139–162.

В работе вводятся в рассмотрение и изучаются так называемые S-DZ матрицы двух типов, которые обобщают матрицы Дашница–Зусмановича (DZ матрицы) и содержат матрицы со строгим диагональным преобладанием. Показано, что S-DZ матрицы первого типа образуют подкласс как S-SDD, так и S-SDD$_1$ матриц и совпадают с S-OB матрицами. Таким образом, S-DZ матрицы первого типа являются невырожденными $\mathcal{H}$-матрицами, тогда как S-DZ матрицы второго типа могут быть вырожденными. Для l_∞-нормы обратной к невырожденной S-DZ матрице установлены верхние оценки, которые затем применяются к DZ матрицам. Также представлены множества локализации собственных значений матриц, следующие из результатов о невырожденности S-DZ и DZ матриц, и вытекающие из них новые верхние оценки для перроновского корня неотрицательной матрицы.

Библ. – 15 назв.

УДК 512.643

Об одном подклассе класса CKVT матриц, содержащем DZT матрицы. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 163–190.

В работе вводится в рассмотрение и изучается новый класс так называемых S-DZT матриц, расположенный между DZT (Dashnic–Zusmanovich-type) и CKVT (CKV-type) матрицами, а также между S-DZ и S-SDD$_1$ матрицами. Отсюда, в частности, следует, что S-DZT

матрицы являются невырожденными $\mathcal{H}$-матрицами. Рассматриваются верхние оценки для l_∞-нормы обратных к S-DZT матрицам и их применение к SDD и DZT матрицам. Также в работе представлены сопутствующие области локализации собственных значений матриц и соответствующие верхние оценки для перроновского корня неотрицательных матриц.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.6

Условия существования минимальных сплайнов невысоких порядков. Куликов Е. К., Макаров А. А., Макарова С. В., Шалымов Д. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 191–217.

Рассматривается задача существования минимальных сплайнов невысоких порядков. Для линейных минимальных сплайнов получен критерий существования, выражаемый через значения порождающей вектор-функции в соседних узлах сетки. Для квадратичных минимальных сплайнов получен критерий полноты нормализованной цепочки: входящие в него величины вычисляются по значениям порождающей вектор-функции и ее первой производной в двух или трех соседних узлах. При условии дополнительной гладкости порождающей вектор-функции указано явное достаточное ограничение на максимальный шаг сетки, выраженное через определители, составленные из порождающей вектор-функции и ее производных. Полученные условия применены к нескольким порождающим вектор-функциям. Рассмотренные примеры показывают, что существование сплайнов может гарантироваться либо для любых сеток, либо для сеток, имеющих ограничение на максимальный шаг, в противном случае сплайны могут вовсе не существовать.

Библ. – 22 назв.

УДК 512.643.53

Линейные отображения, сохраняющие матрицы с n или $n-1$ различными собственными значениями. Максаев А. М., Промыслов В. В., Тишутин П. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 218–235.

Пусть $\mathbb{K}$ – алгебраически замкнутое поле, а $\mathcal{E}_k$ – множество $n \times n$ матриц над $\mathbb{K}$, имеющих ровно k различных собственных значений. Ранее классификация линейных отображений $T\colon M_n(\mathbb{K}) \to M_n(\mathbb{K})$, удовлетворяющих условию $T(\mathcal{E}_n) \subseteq \mathcal{E}_n$, была получена для обратимых отображений над полем характеристики 0. В данной работе эта классификация распространяется на произвольные, в том числе вырожденные, отображения и на произвольную характеристику $p \geqslant 0$, за исключением случая $(n, p) = (2, 2)$. Кроме того, при $n \geqslant 3$ и $(n, p) \notin \{(3, 3), (4, 2)\}$ описываются линейные отображения, удовлетворяющие условию $T(\mathcal{E}_{n-1}) \subseteq \mathcal{E}_{n-1}$.

Библ. – 14 назв.

УДК 512.643

О максимальных коммутативных нильпотентных подалгебрах индекса $n-2$ в алгебре матриц порядка n над произвольным полем. Щастный В. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 554) СПб., 2026, с. 236–254.

В работе исследуются максимальные коммутативные нильпотентные подалгебры индекса нильпотентности $n-2$ в алгебре матриц $M_n(\mathbb{F})$ над произвольным полем $\mathbb{F}$. Доказано, что множество $I(S)$ позиций первой наддиагонали, тождественно равных нулю на нильтреугольном представлении S такой подалгебры, непусто и состоит из одного блока длины не более 4 или из двух блоков длины не более 2. В случае $I(S) = \{i\}$, $3 \leqslant i \leqslant n-3$, при $n \geqslant 7$ доказано существование в S элемента, жорданова форма которого состоит из двух клеток порядков $n-2$ и 2. Отсюда выводится, что S имеет размерность $n-1$ и в жордановом базисе этого элемента A подалгебра имеет базис $A, A^2, \ldots, A^{n-3}, Y, Z$, умножение в котором задаётся явной таблицей, зависящей от трёх параметров из поля $\mathbb{F}$.

Библ. – 8 назв.