

Рефераты

УДК 519.2

О группах и сериях успехов в бернуллиевских последовательностях случайных величин. Ананьевский С. М., Невзоров В. Б. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 5–15.

В работе рассматриваются последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2, \dots$, принимающих значения 0, 1 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X_n = 0\} = 1 - p, \quad \mathbf{P}\{X_n = 1\} = p,$$

где $0 < p < 1$.

Изучаются распределения серий и групп успехов и их свойства. Продолжены исследования, начатые в предыдущих работах авторов.

Библ. — 7 назв.

УДК 519.2

Вероятностное представление решения задачи Коши для дискретного нестационарного уравнения Шрёдингера. Байтеев Р. И. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 16–27.

Изучается одномерное свободное уравнение Шрёдингера на $\mathbb{Z}$, описывающее квантовую эволюцию дискретной волновой функции $u(n, t)$ с непрерывным временем. Задано начальное состояние $\varphi(n)$, а волновая функция имеет стандартную интерпретацию, $|u(n, t)|^2$ является вероятностью наблюдения свободной частицы в момент времени t в точке n . Развивается новый подход к решению такого эволюционного уравнения, основанный на использовании дискретных аналитических функций и симметричных случайных блужданий.

Библ. — 11 назв.

УДК 519.2

О числе точек пересечения случайных гиперплоскостей внутри выпуклого тела. Болотин А. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 28–39.

Рассматривается задача о распределении числа точек пересечения n случайных гиперплоскостей внутри выпуклого тела $D \subset \mathbb{R}^d$. Предлагается новый подход к изучению вероятностей $p_{nk}^{(d)}$ того, что ровно k из $\binom{n}{d}$ возможных точек пересечения d -мерных наборов гиперплоскостей находятся внутри D . Метод основан на выражении искомых вероятностей через математические ожидания произведений индикаторных функций и классических тождествах для чисел Стирлинга второго рода. Получена общая формула для $p_{nk}^{(d)}$ в терминах этих ожиданий. Для случая $n = d + 1$ найдены явные выражения вероятностей через новые геометрические инварианты выпуклого тела, обобщающие классические результаты для плоского случая ($d = 2$) на произвольную размерность.

Библ. — 5 назв.

УДК 519.2

Локальное время отраженного броуновского движения. Бородин А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 40–60.

Дано описание локального времени отраженного броуновского движения как процесса по пространственной переменной. Оказывается, что такой процесс является марковским, если вместо неслучайного момента времени подставить экспоненциально распределенный момент, не зависящий от процесса. Нас интересуют результат, позволяющий вычислять распределения интегральных функционалов по пространственной переменной от локального времени отраженного броуновского движения. Вычислен явный вид распределения супремума локального времени по пространственной переменной.

Библ. — 4 назв.

УДК 519.2

Распределение функционалов от ветвящегося диффузионного процесса. Бородин А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 61–72.

Изучается вопрос о распределении функционалов от ветвящегося диффузионного процесса. Дается определение ветвящегося диффузионного процесса и рассматривается аддитивный функционал от этого процесса. Доказывается, что преобразование Лапласа распределения

такого функционала является решением задачи в частных производных, зависящей от производящей функции количества потомков.

Библ. — 6 назв.

УДК 519.2

Асимптотическая эффективность по Бахадуру в зоне вероятностей умеренных уклонений. Ермаков М. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 73–93.

Мы устанавливаем аналог нижней границы асимптотической эффективности по Бахадуру для зоны вероятностей умеренных уклонений. Рассматриваются задачи независимых необязательно одинаково распределенных случайных величин и оценивания параметра сигнала в гауссовском белом шуме. Утверждения получены при тех же условиях, при которых для них доказана локально асимптотически минимаксная нижняя граница Гайека–Ле Кама. Нижняя граница для локальной асимптотической эффективности по Бахадуру является частным случаем этой нижней границы.

Библ. — 25 назв.

УДК 519.2

Оценки транспортного расстояния в центральной предельной теореме. Зайцев А. Ю. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 94–115.

Пусть $X_1, \dots, X_n$ — ограниченные с вероятностью единица d -мерные независимые случайные векторы. Для простоты будем считать, что у них нулевые средние значения:

$$\mathbf{P}\{\|X_j\| \leq \tau\} = 1, \quad \mathbf{E} X_j = 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

Изучается поведение распределения суммы $S = X_1 + \dots + X_n$ в зависимости от ограничивающей величины τ .

Из неравномерной оценки Бикялиса в одномерной центральной предельной теореме следует, что

$$W_1(F, \Phi_\sigma) \leq c\tau.$$

с абсолютной постоянной c , где W_1 — транспортное расстояние Канторовича–Рубинштейна–Васерштейна, F — распределение суммы S , а Φ_σ — соответствующее нормальное распределение. Основной результат статьи значительно сильнее и точнее. Утверждается, что найлется

такая c , что

$$\rho(F, \Phi_\sigma) = \inf \int \exp(|x - y|/c\tau) d\pi(x, y) \leq c,$$

где инфимум берется по всем двумерным вероятностными распределениям π с маргинальными распределениями F и Φ_σ . Результат обобщен также на распределения с достаточно медленно растущими кумулянтами из класса $\mathcal{A}_1(\tau)$, введенного в работе автора 1986 года. Обсуждается вопрос о возможности обобщения результата на многомерный случай.

Библ. — 43 назв.

УДК 519.2

Монотонность средних объемов случайных политопов. Запорожец Д. Н., Мосеева Т. Д. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 116–129.

Рассматривается случайный политоп в $\mathbb{R}^d$, вершины которого распределены в соответствии с бета-распределением. Доказано, что при увеличении параметров бета-распределения средний объем политопа убывает. Если число вершин не превосходит $d + 1$ (случай симплекса), аналогичная монотонность имеет место для всех целых положительных моментов объема. Результаты обобщены на более широкий класс распределений, удовлетворяющих условию стохастического доминирования радиальных компонент.

Библ. — 8 назв.

УДК 519.2

Предельные теоремы для случайных многогранников, порожденных распределениями с тяжелыми хвостами. Запорожец Д. Н., Симарова Е. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 130–153.

Работа посвящена изучению асимптотических свойств случайных многогранников, порожденных выпуклыми оболочками независимых одинаково распределенных случайных векторов с правильно меняющимся распределением (с тяжелым хвостом). Исследуется сходимость

функционалов данных случайных многогранников, включая внутренние объемы, порожденные ими U -тах статистики и f -вектор, к соответствующим функционалам пуассоновских многогранников. Полученные результаты обобщают известные факты для отдельных распределений на общий класс распределений с тяжелыми хвостами.

Библ. — 21 назв.

УДК 519.2

О точной асимптотике L_2 -малых уклонений для одного семейства процессов Дурбина. Зонова Я. С., Назаров А. И. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 154–169.

В статье вычислены точные асимптотики малых уклонений в норме L_2 для семейства гауссовских случайных процессов, являющихся специальными конечномерными возмущениями броуновского моста. Эти процессы возникают как предельные в статистике при построении критериев согласия для проверки выборки на принадлежность p -гауссовскому (обобщенному гауссовскому) распределению в случае, когда параметры сдвига и/или масштаба оцениваются по выборке. Для $p = 1$ (распределение Лапласа) и $p = 2$ (нормальное распределение) эти результаты были ранее получены в работах Ю. П. Петровой (2017) и А. И. Назарова–Ю. П. Петровой (2015) соответственно.

Библ. — 17 назв.

УДК 519.2

Одна предельная теорема для ветвящегося винеровского процесса с сингулярной интенсивностью ветвления специального вида. Ибрагимов И. А., Смородина Н. В., Фаддеев М. М. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 170–184.

Рассматривается ветвящийся одномерный винеровский процесс, интенсивность деления которого есть обобщенная функция $-|x|^{-1-\alpha}$, где $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$. Строится соответствующая этому процессу полугруппа операторов и выписываются аналоги прямого и обратного уравнений Колмогорова. Доказывается предельная теорема о сходимости к инвариантному распределению.

Библ. — 10 назв.

УДК 519.2

Геометрические характеристики случайных счетных зонотопов. Кукушкин М. А. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 185–210.

В данной заметке исследуются случайные счетные зонотопы в $\mathbb{R}^d$, т.е. объекты вида $Z_\alpha = \bigoplus_{k=1}^{\infty} \Gamma_k^{-\frac{1}{\alpha}} [0, \varepsilon_k]$, где $0 < \alpha < 1$, $\Gamma_k = \sum_{j=1}^k \tau_j$, $\{\tau_j, j \geq 1\}$ суть н.о.р. случайные величины с общим стандартным экспоненциальным распределением, а $\{\varepsilon_j, j \geq 1\}$ суть н.о.р. случайные векторы с общим распределением σ , сосредоточенным на единичной сфере $S^{d-1} \subset \mathbb{R}^d$. Последовательности $\{\tau_j\}$ и $\{\varepsilon_j\}$ предполагаются независимыми.

Граница центрально-симметричного тела такого вида, ∂Z_α , имеет нетривиальную канторовскую структуру. Интерес представляет оценка размерности Хаусдорфа множества ее экстремальных точек, $\dim_H(\text{ext} Z_\alpha)$. В размерности $d = 2$ верхняя и нижняя оценки были получены в работе Давыдова и Паулаускаса (2019). Однако уже при $d = 3$ и в больших размерностях вопрос не только о нижней, но и о верхней оценке оставался без ответа.

В статье формулируется и доказывается новый результат о верхней оценке в произвольной размерности. А именно, утверждается, что для любых $d \geq 2$ и $0 < \alpha < 1$ выполнено $\dim_H(\text{ext} Z_\alpha) \leq \alpha + d - 2$ почти наверное.

Библ. — 11 назв.

УДК 519.2

Среднее расстояние между случайными точками в центрально-симметричных выпуклых телах. Лотников А. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 211–235.

Рассматривается гипотеза Запорожца–Тарасова о том, что среднее расстояние между двумя случайными точками внутри выпуклого тела не превосходит среднего расстояния между точками на его границе. Основным результатом работы является доказательство данной гипотезы для центрально-симметричных плоских тел. Также установлено, что для достаточно высоких моментов аналогичное неравенство выполняется для произвольного выпуклого тела любой размерности.

Библ. — 8 назв.

УДК 519.2

Критические периодические ветвящиеся случайные блуждания на $\mathbf{Z}^d$ с иммиграцией. Лукашова И. И. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 236–248.

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание на $\mathbf{Z}^d$ с иммиграцией и периодически расположенными источниками ветвления. Получено асимптотическое поведение среднего числа частиц в произвольной точке в критическом режиме при $t \rightarrow \infty$.

Библ. — 10 назв.

УДК 519.2

Ветвящиеся случайные блуждания по $\mathbb{Z}_+$ со сносом. Люлинцев А. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 249–261.

В настоящей работе изучается процесс ветвящегося случайного блуждания по $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$. Под случайным блужданием в данном случае понимается однородный марковский процесс на фазовом пространстве $\mathbb{Z}_+$ с непрерывным временем t . Такой процесс задается своей матрицей переходных интенсивностей $A = (a(n, m))_{n, m \in \mathbb{Z}_+}$.

Библ. — 13 назв.

УДК 519.2

О вероятностном подходе к решению задачи Коши для эволюционного уравнения с оператором дифференцирования высокого четного порядка и переменным коэффициентом. Платонова М. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 262–273.

В работе строится вероятностная аппроксимация решения задачи Коши для эволюционного уравнения, содержащего дифференциальный оператор высокого четного порядка с переменным коэффициентом в правой части, в виде математического ожидания функционалов от некоторого случайного процесса.

Библ. — 14 назв.

УДК 519.2

Новые критерии согласия для экспоненциального и рэлеевского распределений. Рагозин И. А. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 274–294.

В этой работе строятся новые критерии согласия для семейства экспоненциального распределения и семейства распределений Рэлея с произвольным параметром масштаба, основанные на разности эмпирических преобразований Лапласа некоторого специального свойства. Описываются их предельные распределения и вероятности больших уклонений, вычисляется локальная бахадуровская эффективность для естественных альтернатив и выполняется асимптотическое сравнение тестовых статистик. Для семейства распределения Рэлея выполнено моделирование построенных тестовых статистик и найдены их мощности на основе статистического моделирования для близких альтернативных распределений.

Библ. — 20 назв.

УДК 519.2

Предельная теорема для максимумов функций гауссовских случайных величин с сильной зависимостью. Савич А. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 295–313.

Статья посвящена предельным теоремам для максимумов функций от зависимых гауссовских временных рядов. Изучается предельное поведение нормированной последовательности максимумов в случае, когда корреляционная функция исследуемого процесса убывает медленнее логарифмического закона. При наложении некоторых естественных ограничений на рассматриваемую функцию показано отсутствие нетривиального предельного распределения в случае, когда образ гауссовской случайной величины лежит в области притяжения распределения Фреше. Кроме того, найдена предельная теорема для случая, когда образ случайной величины имеет распределение вейбулловского типа.

Библ. — 12 назв.

УДК 519.2

Сопряженная система и точность в задаче оценивания. Солев В. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 314–328.

В статье строятся нижняя и верхняя границы для минимаксного риска в задаче оценивания неизвестной псевдо-периодической функции, наблюдаемой на фоне стационарного шума со спектральной плотностью, удовлетворяющей условия Макенхаупта, при некоторой априорной информации о поведении спектральной плотности в окрестности спектра сигнала.

Библ. — 16 назв.

УДК 519.2

Рост случайных разбиений путем добавления частей: случай сходящихся по Чезаро весов. Якубович Ю. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 37. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 544), СПб., 2025, с. 329–351.

Мы исследуем обобщенную меру Ювенса на разбиениях целых чисел, когда последовательность весов сходится по Чезаро к константе $\theta > 0$, что имитирует поведение классической меры Ювенса. Мы вводим стохастический процесс роста на разбиениях, который эволюционирует добавлением случайных новых слагаемых к текущему разбиению. Если построенный процесс посещает некоторое разбиение числа n в ходе своей эволюции, то распределение этого разбиения — это обобщенная мера Ювенса. Этот процесс роста явно описывается в терминах некоторых независимых пуассоновских процессов. Он обладает интересным свойством: части добавляются в порядке, обратном к пропорциональному размеру стохастическому (size-biased order). Используя эту конструкцию, показано, что единственным нетривиальным пределом масштабированных случайных разбиений в этой ситуации может быть только распределение Пуассона–Дирихле с параметром θ .

Библ. — 21 назв.