

УДК 517.98

Об устойчивости треугольной факторизации положительных операторов. Белишев М. И., Вакуленко А. Ф. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 7–15.

Пусть $\mathfrak{f} = \{\mathcal{F}_s\}_{s>0}$ — гнездо и C — ограниченный положительный оператор в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Представление $C = V^*V$, при условии $V\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_s$, называется треугольной факторизацией (ТФ) оператора C относительно $\mathfrak{f}$. Факторизация *устойчива*, если из $C^\alpha \xrightarrow{\alpha \rightarrow \infty} C$ и $C^\alpha = V^\alpha{}^*V^\alpha$ следует $V^\alpha \rightarrow V$ (сходимости — в адекватных топологиях). Если C положительно определён (является изоморфизмом), то ТФ устойчива. В работе рассматривается случай положительного, но не положительно определённого оператора C . Мы накладываем некоторые условия на C^α и C , которые обеспечивают устойчивость ТФ.

Библ. — 11 назв.

УДК 517.98

Абстрактная динамическая система с граничным управлением. IV. Белишев М. И., Симонов С. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 16–29.

В данной работе продолжено исследование общих свойств эволюционных динамических систем вида

$$\begin{aligned} u''(t) + L_0^*u(t) &= 0 && \text{в } \mathcal{H}, \quad t \in (0, T), \\ u(0) = u'(0) &= 0 && \text{в } \mathcal{H}, \\ \Gamma_1 u(t) &= f(t) && \text{в } \mathcal{K}, \quad t \in [0, T], \end{aligned}$$

где $\mathcal{H}$ — гильбертово пространство, L_0 — положительно определённый симметрический оператор в $\mathcal{H}$, $\Gamma_1 : \text{Dom } L_0^* \rightarrow \mathcal{K} := \text{Ker } L_0^*$ — граничный оператор из формулы Грина $(L_0^*u, v) - (u, L_0^*v) = (\Gamma_1 u, \Gamma_2 v) - (\Gamma_2 u, \Gamma_1 v)$, $f = f(t)$ — $\mathcal{K}$ -значная функция времени (граничное управление), $u = u^f(t)$ — решение (траектория), $\mathcal{K}$ -значная функция времени. По сравнению с предыдущими работами по данной тематике,

новизна состоит в свойствах оператора реакции $R^T : f \mapsto \Gamma_2 u^f(\cdot)$, действующего в $\mathcal{F}^T := L_2([0, T]; \mathcal{H})$ на соответствующей области определения $\text{Dom } R^T$.

Библ. — 15 назв.

УДК 517.984.4

Об индексах дефекта матричных операторов Шредингера с точечными взаимодействиями и некоторых классов возмущенных блочных якобиевых матриц. Будыка В., Покровский И. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 30–50.

В статье получены новые условия максимальности индексов дефекта матричных операторов Шредингера с точечными взаимодействиями. Также найдены новые условия самосопряженности и максимальности индексов дефекта некоторого класса возмущенных блочных якобиевых операторов. Получены также условия дискретности их спектра.

Библ. — 29 назв.

УДК 517.9

О задаче рассеяния трех одномерных короткодействующих квантовых частиц при наличии связанных состояний в парных подсистемах. Будылин А. М., Левин С. Б., Торопов В. О. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 51–75.

В работе рассматривается задача рассеяния трех одномерных квантовых частиц равных масс, взаимодействующих посредством парных финитных потенциалов. Структура потенциалов допускает связанные состояния в соответствующих парных подсистемах. Изучаются предельные значения ядра резольвенты оператора Шредингера, когда спектральный параметр “садится” на абсолютно непрерывный спектр — положительную полуось. Как результат, строятся координатные асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра.

Библ. — 19 назв.

УДК 517.951

Об одном представлении решения характеристической задачи для ультрагиперболического уравнения. Демченко М. Н. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 76–88.

В работе рассматривается характеристическая задача для ультрагиперболического уравнения в евклидовом пространстве. Решение задается на характеристической гиперплоскости. Обсуждается корректная постановка такой задачи. Получено представление решения, удобное для вывода его асимптотики на бесконечности.

Библ. — 10 назв.

УДК 517.984.4

Об абсолютной непрерывности спектра оператора Штурма–Лиувилля с матричными сингулярными коэффициентами. Грановский Я. И., Маламуд М. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 89–101.

В работе исследуется спектральная структура реализаций матричного трехчленного оператора Штурма–Лиувилля

$$\mathcal{L}(P, Q, R)y := R^{-1}(x)(-(P(x)y')' + Q(x)y), \quad y = (y_1, \dots, y_m)^\top,$$

с сингулярным потенциалом $Q(\cdot) = Q(\cdot)^*$ на полуоси. Показывается, что в случае $Q(\cdot) \in W^{-1,1}(\mathbb{R}_+; \mathbb{C}^{m \times m})$ и некоторых условиях на коэффициенты $P(\cdot)$ и $R(\cdot)$, зависящих от малого параметра ε , неотрицательный спектр реализации Дирихле L^D (и других самосопряженных реализаций) является лебеговским постоянной кратности m .

Библ. — 21 назв.

УДК 517.954, 517.98

Оптимальные оценки устойчивости восстановления неориентируемой поверхности с краем по ее ДН-оператору. Кориков Д. В. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 102–114.

Известно, что поверхность с краем определяется с точностью до конформной эквивалентности свои ДН-оператором. В работе доказываются локальные оценки расстояния Тейхмюллера между конформными классами гомеоморфных друг другу неориентируемых поверхностей (M, g) и (M', g') с фиксированным краем $\Gamma = \partial M = \partial M'$ через операторную норму разности их ДН-операторов. Эти оценки уточняют результаты предыдущих работ и являются оптимальными.

Библ. — 10 назв.

УДК 517.9

Дискретный спектр и собственные функции оператора Шрёдингера на плоскости с сингулярным δ -потенциалом специального вида. Лялинов М. А., Матвеев Е. Е. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 115–130.

Изучается дискретный спектр и собственные функции дискретного спектра оператора Шрёдингера на плоскости с сингулярным δ -потенциалом с носителем, сосредоточенным на трёх лучах. Оператор такого типа встречается в задачах квантового рассеяния трёх одномерных частиц с парным точечным взаимодействием и в задачах дифракции в клиновидных и конусовидных областях. Задача вычисления собственной функции дискретного спектра оператора имеет классическую постановку. С помощью интегрального представления Контровича–Лебедева задача сводится к изучению системы однородных функционально-разностных уравнений второго порядка со спектральным параметром, изучены свойства решений такой системы. В зависимости от значений спектрального параметра описаны нетривиальные решения системы функционально-разностных уравнений. Изучены собственные решения системы посредством редукции к интегральному уравнению с интегральным оператором, который является компактным возмущением оператора Мёлера. Получено достаточное условие непустоты дискретного спектра.

Библ. — 6 назв.

УДК 517.984, 512.643.8, 517.962.22

О функции Вейля для комплексных матриц Якоби. Михайлов А. С., Михайлов В. С. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 131–144.

Мы получаем новое представление для функции Вейля, связанной с комплексной матрицей Якоби в конечном и полубесконечном случаях. В нашем подходе мы используем связи с дискретной динамической системой, ассоциированной с этими матрицами.

Библ. — 10 назв.

УДК 51.73

Адиабатическая эволюция, порожденная оператором Шредингера с непрерывным спектром. П. Сергеев В. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 145–173.

Мы рассматриваем нестационарное одномерное уравнение Шредингера с потенциалом, представляющим собой линейно сужающуюся со временем τ потенциальную яму, и с малым параметром ε перед производной по времени. Мы изучаем решение Ψ этого уравнения, зависящее от параметра E , пробегающего непрерывный спектр стационарного оператора Шредингера, и близкое при фиксированном τ к обобщенной собственной функции непрерывного спектра стационарного оператора. Для решения Ψ мы получаем вне потенциальной ямы асимптотики при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Библ. — 5 назв.

УДК 517.958

Гладкость решений начально-краевой задачи для матричного телеграфного уравнения на полуоси с локально суммируемым потенциалом. Симонов С. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 174–196.

Мы изучаем решения системы

$$\begin{aligned} u_{tt} - u_{xx} + q(x)u &= 0, & x > 0, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = u_t|_{t=0} &= 0, & x \geq 0, \\ u|_{x=0} &= f(t), & t \geq 0, \end{aligned}$$

с локально суммируемым эрмитовым матричнозначным потенциалом q и C^∞ -гладким $\mathbb{C}^n$ -значным граничным управлением f , обращающимся в нуль вблизи начала координат. Мы показываем, что решение $u^f(\cdot, T)$ является функцией из пространства $\mathcal{W}_1^2([0, T]; \mathbb{C}^n)$ и что оператор управления $W^T : g \mapsto u^g(\cdot, T)$ является изоморфизмом в $\mathcal{L}_2([0, T]; \mathbb{C}^n)$, тогда как при $q \in \mathcal{L}_2([0, T]; \mathbb{M}_{\mathbb{C}}^n)$ он также является изоморфизмом в $\mathcal{H}^2([0, T]; \mathbb{C}^n)$.

Библ. — 15 назв.

УДК 517.957

Операторные оценки при усреднении двумерного оператора Дирака с периодическими коэффициентами. Слоущ В. А., Фаддеева Н. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 197–218.

Работа относится к теории усреднения периодических дифференциальных операторов. Рассматривается двумерный самосопряженный оператор Дирака $\mathcal{D}_\varepsilon$ с сингулярным магнитным потенциалом $\varepsilon^{-1}\mathbf{A}(x/\varepsilon)$ и матричным потенциалом $V(x/\varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$ – малый параметр. Коэффициенты $\mathbf{A}$ и V предполагаются периодическими. Исследуется поведение резольвенты $(\mathcal{D}_\varepsilon - iI)^{-1}$ при малом ε . Получена аппроксимация резольвенты по операторной норме в $L_2(\mathbb{R}^2)$ с оценкой погрешности точного порядка. Аппроксимация представляет собой резольвенту эффективного оператора с постоянными коэффициентами, окаймлённую быстро осциллирующими множителями.

Библ. – 10 назв.

УДК 517.957

Асимптотическое поведение решений системы типа КдФ, связанной с оператором Шредингера с потенциалом, зависящим от энергии. П. Суханов В. В. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 54 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 541) СПб., 2025, с. 219–231.

В данной работе продолжено изучение асимптотического поведения решений задачи Коши для нелинейной системы типа КдФ

$$-v_t = -\frac{1}{4}u_{xxx} + vu_x + \frac{1}{2}uv_x, \quad -u_t = \frac{3}{2}uu_x + v_x,$$

связанной со спектральным оператором Шредингера с потенциалом, зависящим от энергии. В предыдущей работе (см. [?]), используя набор интегралов движения для этой системы, была найдена амплитуда асимптотического решения через спектральные данные для начального условия задачи Коши. В настоящей работе, используя другой метод (Захарова и Манакова) мы получим выражение не только амплитуды, но и для фазы решения системы типа КдФ.

Библ. – 11 назв.