УДК 519.2

Предельная теорема для зависимых гауссовских копул. Алексеев И. А., Питербарг В. И., Савич А. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 5–23.

Настоящая статья посвящена переносу знаменитой теоремы Гнеденко–Фишера–Типпета на случай зависимых гауссовских копульных временных рядов, а также обобщению полученных результатов на случай экстремального индекса последовательности векторов, каждая из компонент которых является копулой гауссовских случайных величин. В работе показано, что при выполнении условия Бермана на корреляцию гауссовской последовательности при разумных ограничениях на копульную функцию сохраняется тот же предельный закон, что и для независимого случая, причем нормировочные коэффициенты можно оставить теми же. Кроме того, получены достаточные условия на корреляционные функции пары гауссовских временных рядов, такие что последовательность зависимых экстремальных индексов случайных величин вейбулловского типа, полученных как копулы данных рядов, сходится к тому же пределу, что и в независимом случае.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

Об одном обобщении схемы Бернулли. Ананьевский С. М., Невзоров В. Б. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 24–31.

В работе рассматривается обобщение схемы Бернулли. Рассматривается последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2, \ldots$, принимающих значения -1, 0, 1 с вероятностями

$$\mathbf{P}\{X_n = -1\} = p_1, \quad \mathbf{P}\{X_n = 0\} = p_2, \quad \mathbf{P}\{X_n = 1\} = p_3,$$

где

$$0 < p_1 < 1, \quad 0 < p_2 < 1, \quad 0 < p_3 < 1 \quad \text{и} \quad p_1 + p_2 + p_3 = 1.$$

Если интересоваться только числом значений -1 в наборе из n с.в. $X_1, X_2, \ldots, X_n$, то к такого рода событиям можно применять формулы, используемые для схем Бернулли с вероятностями успеха p_1. Аналогично, к появлениям значений $+1$ можно подходить, как к появлению успехов в схеме Бернулли с вероятностью успеха p_3. Если интересует появление только нулевых значений X-ов, то их число в n проводимых испытаниях имеет биномиальное $B(n, p_2)$-распределение, а математическое ожидание числа таких появлений равно np_2.

Но в схеме с тремя возможными вариантами значений случайных величин появляется и ряд новых задач, по сравнению с бернуллиевской схемой. В работе авторы рассмотрели некоторые из них, ограничившись ситуациями, связанными с появлениями в данной схеме нулевых значений случайных величин. Аналогичные результаты для значений -1 или $+1$ получатся просто заменой в получаемых формулах вероятности p_2 на p_1 или p_3. В статье рассматриваются взаимоотношения таких трехточечных распределений с рядом других вероятностных законов. Приведен небольшой обзор полученных ранее результатов в этой области и добавлены несколько новых. Продолжены исследования, начатые в предыдущих работах авторов.

Библ. – 5 назв.

УДК 519.2

Об асимптотическом поведении приращений однородных процессов с независимыми приращениями. Богарев А. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 32–39.

Получены новые результаты об асимптотическом поведении приращений и максимума приращений однородных процессов с независимыми приращениями из области нормального притяжения асимметричного устойчивого закона с экспонентой из интервала $(1, 2)$. Аналогичный результат получен для некоторого максимума приращений сумм независимых одинаково распределенных случайных величин.

Библ. – 13 назв.

УДК 519.2

О распределении неоднородных функционалов от броуновского локального времени в момент, обратный к локальному времени. Бородин А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 40–57.

Рассматривается вопрос о вычислении распределения простейшего неоднородного интегрального функционала от броуновского локального времени по пространственной переменной в момент, обратный к локальному времени. Для преобразования Лапласа распределения

такого функционала получены формулы, выраженные в терминах решений дифференциальных уравнений второго порядка, удовлетворяющих некоторым граничным условиям. В качестве приложения получено совместное распределение супремумов броуновского локального времени на смежных интервалах в момент, обратный к локальному времени.

Библ. – 5 назв.

УДК 519.2

Преобразование меры для диффузий с дважды разрывным сносом. Бородин А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 58–69.

Рассматривается преобразование меры, подобное преобразованию Гирсанова для диффузионного процесса с разрывным сносом. При этом разрыв происходит в двух точках. Можно выделить разрывную компоненту в виде ступенчатой функции и получить преобразование, переводящую меру исходного диффузионного процесса в меру диффузионного процесса с непрерывным сносом.

Библ. – 4 назв.

УДК 519.2

Улучшенные приложения неравенств Арака к проблеме Литтлвуда–Оффорда. Гётце Ф., Зайцев А. Ю. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 70–91.

Пусть $X_1, \dots, X_n$ – независимые одинаково распределенные случайные величины. В этой статье мы изучаем поведение функций концентрации взвешенных сумм $\sum\limits_{k=1}^{n} X_k a_k$ относительно арифметической структуры коэффициентов a_k в контексте задачи Литтлвуда–Оффорда. Мы обсуждаем связи между обратными принципами, предложенными Нгуеном, Тао и Ву, и аналогичными принципами, сформулированными Араком в его работах 1980-х годов. Мы сформулируем некоторые улучшенные (более общие и более точные) следствия неравенств Арака, применяя нашу недавнюю оценку в проблеме Литтлвуда–Оффорда. Более того, мы также получаем уточнение оценок, используемых в методе наименьшего общего знаменателя Рудельсона и Вершинина.

Библ. – 33 назв.

УДК 519.2

Предельные теоремы для рандомизированных стационарных процессов и устойчивые законы. Давыдов Ю. А., Рахманкин Д. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 92–104.

Целью данной работы является нахождение условий, при которых частичные суммы строго стационарных последовательностей притягиваются к негауссовскому устойчивому пределу. В отличие от имеющихся в литературе результатов мы отходим от традиционных методов и используем подход, основанный на рандомизации исходных данных. Его эффективность подтверждается на примерах. Оказалось, что в случае равномерно сильного перемешивания сходимость рандомизированных сумм имеет место всякий раз, когда маргинальное распределение лежит в области притяжения устойчивого закона, без каких-либо условий на коэффициент перемешивания.

Библ. – 10 назв.

УДК 519.2

Бесконечномерная коническая формула Штейнера. Досполова М. К., Запорожец Д. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 105–119.

Классическая формула Штейнера выражает объем окрестности выпуклого компакта в $\mathbb{R}^d$ как полином от радиуса окрестности. В работе Цирельсона 1985 года этот результат был обобщен на бесконечномерный случай. Также хорошо известен сферический аналог формулы Штейнера для выпуклых подмножеств $\mathbb{S}^{d-1}$. Цель данной заметки – получить бесконечномерную версию данного сферического аналога.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

О критериях типа Неймана для проверки сложных непараметрических гипотез. Ермаков М. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 120–140.

Для задач непараметрической проверки гипотез однородности, симметрии и независимости дается описание равномерно состоятельных непараметрических множеств альтернатив, когда гипотеза проверяется на основе критериев типа Неймана. Описание является исчерпывающим, за исключением тех случаев, когда основная масса коэффициентов разложения в ряд Фурье альтернативы лежит "очень далеко" на хвосте этого разложения. Описание не зависит от гипотезы.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

Условия критичности в модели Деррида–Рето со случайным числом слагаемых. Котова А. А., Лотников А. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 141–149.

В статье рассматривается модель Деррида–Рето со случайным числом слагаемых, т.е. целочисленная последовательность случайных величин, определяемых соотношениями $X_{n+1} = (X_n^{(1)} + \cdots + X_n^{(N_n)} - a)^+$, $n \geqslant 0$, где $X_n^{(j)}$ – независимые копии X_n, величины N_j независимы и одинаково распределены, a – целое положительное число. Энергия в модели определяется соотношением $Q := \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\mathbf{E}\, X_n}{(\mathbf{E}\, N_1)^n}$. В работе представлены достаточные условия (в терминах распределений X_0 и N_1) для субкритического ($Q = 0$) и суперкритического ($Q > 0$) режимов поведения модели.

Библ. – 7 назв.

УДК 519.21

Вероятностный подход к анализу информационной сложности одной многопараметрической задачи аппроксимации. Лимар И. А. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 150–172.

Рассматривается информационная сложность в минимаксной постановке многопараметрической задачи аппроксимации функций из гильбертова пространства с гауссовским воспроизводящим ядром. Вероятностными методами получена верхняя оценка величины информационной сложности для произвольного порога ошибки и любой параметрической размерности. Полученный результат уточняет логарифмическую асимптотику, найденную Хартовым и Лимаром, и дополняет оценки Фасшауера, Хикернелла и Вожняковского.

Библ. – 25 назв.

УДК 519.2

Якобиевы ветвящиеся случайные блуждания, соответствующие ортогональным многочленам дискретной переменной. Люлинцев А. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 36.(Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 173–188.

Рассматривается ветвящееся случайное блуждание по $\mathbb{Z}_+$, которому соответствует матрица Якоби. Ранее в терминах ортогональных многочленов, отвечающих этой матрице, были получены формулы для среднего числа частиц в произвольной фиксированной точке $\mathbb{Z}_+$ в момент времени $t > 0$. В настоящей работе рассмотрено применение полученных результатов к некоторым моделям, в которых возникают ортогональные многочлены дискретной переменной (многочлены Кравчука, Мейкснера и Пуассона–Шарлье).

Библ. – 13 назв.

УДК 519.2

Средний объем смешанных бета-политопов. Мосеева Т. Д. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 189–199.

В работе представлено обобщение результата о среднем объеме случайных политопов, вершины которых выбраны в соответствии с бета-распределением, на случай разнораспределенных вершин. А именно, рассматривается выпуклая оболочка независимых случайных векторов в $\mathbb{R}^d$, каждый из которых имеет бета-распределение, причем параметры распределений могут быть различными. Получено явное выражение для математического ожидания объема описанных обобщенных бета-политопов. Кроме того, вычислено среднее значение функционала Уикера, связывающего объемы гиперграней и расстояния от них до начала координат. Описанные результаты обобщают результаты Каблучко, Темисвари и Тэле.

Библ. – 8 назв.

УДК 519.2

О вероятностной аппроксимации решения задачи Коши для некоторого класса эволюционных уравнений. Платонова М. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 200–213.

В работе строится вероятностная аппроксимация решения задачи Коши для эволюционного уравнения, содержащего дифференциальный оператор шестого порядка с переменным коэффициентом в правой части, в виде математического ожидания функционалов от некоторого случайного процесса.

Библ. – 9 назв.

УДК 519.2

Ветвящиеся диффузионные процессы в периодических средах. Платонова М. В., Рядовкин К. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 214–236.

Рассматриваются ветвящиеся диффузионные процессы в $\mathbf{R}^d$ в периодической среде. Перемещение частиц в $\mathbf{R}^d$ описывается стохастическим дифференциальным уравнением, коэффициенты в котором являются периодическими функциями. В размерностях $d \leqslant 3$ получено асимптотическое поведение среднего числа частиц в произвольном ограниченном множестве при $t \to \infty$ для случая, когда в начальный момент времени имеется единственная частица в некоторой точке $x \in \mathbf{R}^d$. Для $d > 3$ аналогичный результат получен для случая, когда начальная конфигурация частиц случайна и имеет плотность с компактным носителем.

Библ. – 22 назв.

УДК 519.2

Предельная теорема для неоднородных по пространству случайных блужданий с ветвлением частиц. Смородина Н. В., Яровая Е. Б. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 237–254.

Рассматривается симметричное неприводимое случайное блуждание (марковский процесс) по решетке $\mathbb{Z}^d$, $d \in \mathbb{N}$, с непрерывным временем и возможностью ветвления частиц в любой точке решетки. Эволюция процесса начинается с одной частицы. В отличие от предыдущих работ авторов, доказательство предельной теоремы о сходимости в среднеквадратическом нормированного числа частиц в произвольной фиксированной точке решетки (при $t \to \infty$) проводится без дополнительного предположения о пространственной однородности случайного блуждания.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

Аппроксимация спектральной плотности и точность в задаче оценивания. Солев В. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 255–268.

В настоящей статье мы строим нижнюю и верхнюю границы для минимаксного риска в задаче оценивания неизвестной псевдопериодической функции, наблюдаемой на фоне стационарного шума со спектральной плотностью, удовлетворяющей условию Макенхаупта, при некоторой априорной информации о поведении спектральной плотности в окрестности спектра сигнала.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

О сходимости распределений сумм независимых случайных векторов со случайной заменой компонент. Фролов А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 269–276.

Получены новые результаты о сходимости распределений сумм независимых случайных векторов со случайной заменой компонент в схеме серий. В частности доказана многомерная центральная предельная теорема. Если случайная замена компонент определяется пуассоновским процессом, то мы приходим к результатам о сходимости конечномерных распределений пси-процессов. В гауссовском случае предельным является процесс Орнштейна–Уленбека. Обсуждается замена пуассоновского процесса на процессы с целыми неотрицательными приращениями.

Библ. – 6 назв.

УДК

Рост случайных разбиений путем добавления частей: случай степенных весов. Якубович Ю. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 36. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 535), СПб., 2024, с. 277–306.

Мы исследуем обобщение мер Ювенса на разбиениях целых чисел, для которого частям размера k соответствует вес $\theta_k \geqslant 0$. Мера Ювенса является частным случаем, когда последовательность весов $\theta_k \equiv \theta > 0$ постоянна. В этой статье мы рассматриваем случай, когда частичные суммы $\theta_1 + \cdots + \theta_k$ имеют регулярный рост индекса больше 1 при $k \to \infty$. Мы вводим случайный процесс роста разбиений с непрерывным временем, такой что при посещении им некоторого разбиения числа n, случайное разбиение, которое он посещает, имеет обобщенное распределение Ювенса. В отличие от часто рассматриваемой процедуры роста, при которой части увеличиваются на 1 или добавляется новая часть 1, в определяемом в работе процессе роста части добавляются одна за другой и остаются в разбиении навсегда. Этот процесс роста разбиений явно определяется по последовательности независимых пуассоновских процессов. Это позволяет установить усиленные законы больших чисел для некоторых характеристик процесса и определить его асимптотическое поведение.

Библ. – 19 назв.