УДК 512.643

Геометрия многообразий взаимно ортогональных матриц. Гутерман А. Э., Жилина С. А., Муханов К. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 5–34.

Для кольца квадратных матриц $\mathrm{Mat}_n(\Bbbk)$ над полем $\Bbbk$ можно построить граф ортогональности $\mathrm{O}(\mathrm{Mat}_n(\Bbbk))$, вершинами которого являются делители нуля кольца $\mathrm{Mat}_n(\Bbbk)$, и две вершины A и B соединены ребром, если $AB = BA = 0$. Определив расстояние между двумя элементами кольца, можно рассмотреть множество O_n^d пар элементов на расстоянии не больше d.

В работе доказано, что данные множества являются аффинными алгебраическими многообразиями, приведено разложение данных многообразий на неприводимые компоненты и посчитана их размерность. Также в работе описаны соответствующие множества для кольца верхнетреугольных матриц и дано обобщение полученных результатов для произвольных конечномерных алгебр. Библ. – 14 назв.

УДК 512.643

Неравенства Фробениуса и Сильвестра для цепного ранга. Гутерман А. Э., Шафеев Е. Р. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 35–56.

В работе показано, что любая неотрицательная $n \times m$ матрица без нулевых строк и столбцов задает отображение решетки разбиений множества из n элементов в решетку разбиений множества из m элементов. Рассматриваемые отображения обладают рядом свойств, аналогичных свойствам линейных отображений векторных пространств. В частности, для таких отображений корректно определена функция ранга, удовлетворяющая ряду классических свойств ранговых функций, в том числе, справедлива верхняя оценка цепного ранга произведения матриц. Однако вопрос о нижней оценке оставался открытым. В настоящей работе доказан аналог неравенства Фробениуса для рассматриваемого ранга матриц и, как следствие, получена граница Сильвестра, устанавливающая нижнюю оценку ранга произведения матриц. Библ. – 12 назв.

УДК 512.643

SSDD матрицы и их соотношения с другими подклассами класса невырожденных $\mathcal{H}$-матриц. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 57–88.

В статье вводится в рассмотрение новый класс SSDD (Schur SDD) матриц, который содержит класс SDD (strictly diagonally dominant) матриц, а сам содержится в классе невырожденных $\mathcal{H}$-матриц. Определение SSDD матрицы A основывается на выделении некоторого подмножества S ее строк, обладающих строгим диагональным преобладанием, и требовании того, чтобы дополнение по Шуру $\mathcal{M}(A)/S$ ее матрицы сравнения имело бы строгое диагональное преобладание. Исследуются свойства SSDD матриц и их соотношения с другими подклассами класса $\mathcal{H}$-матриц. В частности, показано, что такие известные матричные классы, как классы OB, SOB, DZ, DZT, CKVT, S-SDD, SDD_1, SDD_k, GSDD_1, а также GSDD_1^* матриц все содержатся в классе SSDD матриц. С другой стороны, сами SSDD матрицы одновременно являются PH- и SD-SDD матрицами, а также, с точностью до симметричной перестановки строк и столбцов, совпадают с блочными 2×2 обобщенными матрицами Некрасова, так называемыми GN матрицами. Также устанавливаются верхние оценки l_∞-нормы матрицы, обратной к SSDD матрице. Библ. – 31 назв.

УДК 512.643

Усеченные множества, содержащие собственные значения, и ассоциированные классы невырожденных матриц. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 89–106.

В статье рассматриваются два класса невырожденных матриц, так называемых PSDD и PDZ матриц, которые ассоциированы соответственно с усеченными кругами Гершгорина и усеченными множествами Дашница–Зусмановича, содержащими все собственные значения заданной матрицы. Показано, что PSDD и PDZ матрицы получаются в результате перестановки строк соответственно матриц со строгим диагональным преобладанием и матриц Дашница–Зусмановича (DZ матриц). На основе этих результатов для PSDD и PDZ матриц A получены верхние оценки l_∞-нормы произведения $A^{-1}Q$, где Q – прямоугольная матрица подходящих размеров. Библ. – 15 назв.

УДК 519.6

О лифтинговых модификациях сплайн-вейвлетов с несмещенным и смещенным носителем. Макаров А. А., Макарова С. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 107–127.

В работе рассмотрены системы вложенных пространств минимальных сплайнов на неравномерных сетках. Для улучшения усредняющих свойств сплайн-вейвлетов со смещенным и несмещенным носителем применены лифтинговые модификации, использующие линейную комбинацию масштабирующих функций более грубого или того же уровня разрешения. Получены простые формулы декомпозиции и реконструкции, допускающие эффективную компьютерную реализацию. Библ. – 22 назв.

УДК 519.174

О кликовом числе тотального графа $2{\times}n$ и $3{\times}3$ матриц. Максаев А. М., Промыслов В. В., Шешеня Д. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 128–146.

Тотальным графом пространства $m\times n$ матриц над полем $\mathbb{F}$ называется граф с множеством вершин $M_{m\times n}(\mathbb{F})$, где различные матрицы A и B соединены ребром, если и только если $\mathrm{rank}(A+B) < \min(m,n)$. В работе доказывается, что над полем порядка q, где q – степень нечетного простого числа, кликовое число тотального графа $2\times n$ матриц равно q^n, а 3×3 матриц – $O(q^6)$. До настоящего момента данный вопрос был исследован только для 2×2 матриц. Библ. – 8 назв.

УДК 512.643

Линейные отображения, сохраняющие матричный дискриминант. Юрков А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXVII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 534) СПб., 2024, с. 147–194.

Получена характеризация линейных отображений пространства квадратных матриц порядка n над полем $\mathbb{F}$, сохраняющих матричный дискриминант, в том случае, когда характеристика поля $\mathbb{F}$ не делит n. Установленный результат улучшает известный результат Пирса о таких отображениях. Библ. – 13 назв.