Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 531, 2024 г.

А. И. Мадунц

КЛАССИФИКАЦИЯ МНОЖЕСТВ СХОДИМОСТИ МНОГОМЕРНЫХ ПОЛНЫХ ПОЛЕЙ

§1. Топология многомерных полных полей

Многомерные локальные поля впервые возникли в работах А. Н. Паршина [12–14] и К. Като [1–3]. Считая конечное поле 0-мерным локальным, полное дискретно нормированное поле $K = K_n$ $(n \geqslant 1)$ называют n-мерным локальным, если его поле вычетов K_{n-1} является $(n-1)$-мерным локальным полем. Полное дискретно нормированное поле $K = K_n(n \geqslant 1)$ называют n-мерным полным, если его поле вычетов K_{n-1} является $(n-1)$-мерным полным полем, причем под 0-мерным полным подразумевают совершенное.

Далее всюду K – многомерное полное поле (многомерное локальное является его частным случаем).

Определение 1.1. *Число* $s = s(K)$ *такое, что* $\operatorname{char} K^{(s)} \neq \operatorname{char} K^{(s-1)}$, *назовем инерционным числом поля* K.

Если же $\operatorname{char} K = \operatorname{char} K_0$ *, положим* $s(K) = 0$.

Итак, инерционное число $s(K)$ при нумерации полей вычетов от n до нуля – номер последнего из них, сохраняющего характеристику исходного поля $K = K_n$.

Как обычно, $F((t))$ – поле рядов Лорана, а для поля F, полного относительно дискретного нормирования w, под $F\{\{t\}\}$ подразумевается

$$F\{\{t\}\} = \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i t^i : c_i \in F,\ \inf_i w(c_i) > -\infty,\ \lim_{i \to -\infty} w(c_i) = +\infty \right\}$$

с нормированием $v\left(\sum\limits_{i=-\infty}^{\infty} c_i t^i\right) = \inf_i w(c_i)$. Как легко видеть, оно является полным дискретно нормированным полем с полем вычетов $\overline{F}((\bar{t}))$.

Ключевые слова: многомерные локальные поля; кольца, порожденные множествами сходимости; топология многомерного локального поля.

Сформулированная и частично доказанная А. Н. Паршиным, а полностью доказанная И. Б. Жуковым структурная теорема для многомерных полных полей (см. [4, 12]) утверждает следующее.

Теорема 1.2. *Пусть $K = K^{(n)}$ – n-мерное полное поле.*

В случае $s(K) > 0$ обозначим $F_0 = \mathrm{Frac}(W(K_0))$ – поле частных кольца векторов Витта над последним полем вычетов (при данном условии $\mathrm{char}\, K_0 = p > 0$).

1. *Если $s(K) = 0$, то $K \approx K_0((t_1))\dots((t_n))$.*
2. *Если $s(K) = 1$, то $K \approx k((t_2))\dots((t_n))$, где $k = K^{(1)}$ – конечное вполне разветвленное расширение поля F_0.*
3. *Если $2 \leqslant s(K) \leqslant n$, то K является конечным вполне разветвленным расширением поля*

$$F\{\{t_1\}\}\dots\{\{t_{s-1}\}\}((t_{s+1}))\dots((t_n)),$$

где F – конечное вполне разветвленное расширение F_0 и $s = s(K)$. Кроме того, K имеет конечное расширение вида

$$L\{\{T_1\}\}\dots\{\{T_{s-1}\}\}((T_{s+1}))\dots((T_n)),$$

полученное добавлением элемента, алгебраического над F_0, где L – конечное расширение F_0.

Многомерные полные поля вида $F\{\{t_1\}\}\dots\{\{t_{s-1}\}\}((t_{s+1}))\dots((t_n))$ назовем стандартными (мы включаем сюда также вырожденные случаи $s(K) = 0$ и $s(K) = 1$).

Подробнее основные сведения о многомерных полных полях изложены, например, в [5].

Введем обозначения

$$\vec{r}_i = (r_{i+1}, \dots, r_n)\ (0 \leqslant i \leqslant n-1), \quad \vec{r}_0 = \vec{r}, \quad \vec{t}_i^{\,\vec{r}_i} = t_{i+1}^{r_{i+1}} \dots t_n^{r_n}$$

и

$$\vec{0} = (0, \dots, 0), \vec{e}^{\,(i)} = (0, \dots, 1, \dots, 0)$$

(здесь единица стоит на месте i).

На $\mathbb{Z}^n$ используется лексикографическое упорядочивание следующего типа: если при некотором $1 \leqslant i \leqslant n$ верно $\vec{r}_i^{\,(1)} = \vec{r}_i^{\,(2)}, r_i^{(1)} < r_i^{(2)}$, полагаем $\vec{r}^{\,(1)} < \vec{r}^{\,(2)}$.

Набор $\vec{t} = (t_1, \dots, t_n)$ называется системой локальных параметров поля K, если t_n – униформизующая поля K_n относительно нормирования v_n, далее t_{n-1} – единица в K_n, класс вычетов которой является униформизующей в K_{n-1}, и так до t_1 – единицы в K_n, классы вычетов которой в $K_{n-1}, \ldots, K_2$ единицы, а в K_1 – униформизующая.

Выбор локальных параметров определяет нормирование

$$\vec{v} = (v^{(1)}, \ldots, v^{(n)}),$$

заданное формулами $\vec{v}(0) = +\infty$ и

$$v^{(i)}(a) = v_{K_i}\left(\overline{a\vec{t}_i^{\,\vec{r}_i}}\right), \vec{r}_i = -(v^{(i+1)}(a), \ldots, v^{(n)}(a)), a \neq 0$$

(надчеркивание обозначает вычет).

Легко видеть, что $\mathcal{O} = \{a \in K : \vec{v}(a) \geqslant \vec{0}\}$ образует не зависящее от выбора локальных параметров кольцо нормирования с единственным максимальным идеалом $\wp = \{\, a \in \mathcal{O} : \vec{v}(a) > \vec{0}\,\}$.

Приведем результаты, связанные с представлением элементов многомерного поля в виде ряда и доказанные в [5, 6].

Определение 1.3. *Множество мультииндексов $\Omega \subset \mathbb{Z}^n$ называется допустимым набором, если для любого $\vec{l}_i \in \mathbb{Z}^{n-i} (1 \leqslant i \leqslant n)$ существует $I(\vec{l}_i) \in \mathbb{Z}$ такое, что для всех $\vec{r} \in \Omega$ из условия $\vec{r}_i = \vec{l}_i$ следует $r_i \geqslant I(\vec{l}_i)$.*

Величины $\omega_i(\vec{l}_i) = \sup I(\vec{l}_i)$ назовем характеристическими индексами допустимого набора.

Пусть B – полная система представителей ненулевых элементов K_0 в K, а $\vec{t}$ – система локальных параметров. Тогда любое $a \in K, a \neq 0$ представляется в виде ряда

$$a = \sum_{\vec{r} \in \Omega(a)} a_{\vec{r}} \vec{t}^{\,\vec{r}}, \quad a_{\vec{r}} \in B,$$

где $\Omega(a)$ – допустимый набор.

В топологии дискретного нормирования ряды, определяющие элементы многомерного поля, не обязательно сходятся. А. Н. Паршиным введена другая топология (см. [14]). Она определяется рекурсивно с использованием топологий полей вычетов (подробнее см. [5] и [6]), и в ней ряды всех элементов сходятся. В дальнейшем мы по умолчанию используем именно топологию Паршина.

Однако даже в этом случае не выполнено еще одно важное свойство: степенные ряды с коэффициентами из кольца целых при подстановке вместо переменной элемента максимального идеала могут расходиться.

§2. Кольца сходимости

Определение 2.1. *Множество $A \subset K$ назовем множеством сходимости, если любой степенной ряд $c(X) = \sum\limits_{m \geqslant 1} c^{(m)} X^m \in A[[X]]$ сходится при подстановке вместо X произвольного элемента максимального идеала $\wp$.*

Выберем в качестве B (полной системы представителей ненулевых элементов K_0 в K, используемой для разложения в ряд) мультипликативные представители последнего поля вычетов в сочетании с естественным вложением констант в ряды Лорана (заметим, что в B входят 1 и -1). Тогда для любого $a \in K$ представление в виде ряда

$$a = \sum_{\vec{r} \in \Omega(a)} a_{\vec{r}} \vec{t}^{\,\vec{r}}, \quad a_{\vec{r}} \in B,$$

где $\Omega(a)$ – допустимый набор, будет единственно.

Определение 2.2. *Назовем $\Omega(a)$ допустимым набором элемента a, а соответствующие характеристические индексы $\omega_i^a(\vec{r}_i)$ – характеристическими индексами элемента.*

Очевидно, что $a_{\omega_i(\vec{r}_i)\vec{r}_i} \neq 0$, индекс $r_i = \omega_i^a(\vec{r}_i)$ – наименьший из обладающих данным свойством, и $\omega_i^a(\vec{r}_i) = +\infty$ тогда и только тогда, когда коэффициент при $\vec{t_i}^{\,\vec{r}_i}$ нулевой.

Кроме того, кольцо целых, максимальный идеал и группа единиц поля имеют вид

$$\begin{aligned}
\mathcal{O} &= \{a \in K : \omega_i^a(\vec{0}_i) \geqslant 0, i = \overline{n;1}, \} \\
\wp &= \{a \in K : \omega_i^a(\vec{0}_i) \geqslant 0, i = \overline{n;2},\, \omega_1^a(\vec{0}_1) \geqslant 1, \} \\
U &= \{a \in K : \omega_i^a(\vec{0}_i) = 0, i = \overline{n;1}\}.
\end{aligned}$$

Поскольку для конечных расширений многомерных полных полей топология Паршина подполя совпадает с топологией, индуцированной надполем, а топология подполя единственным образом продолжается на надполе, структурная теорема позволяет ограничиться рассмотрением сходимости в стандартных полях.

Далее K – стандартное n-мерное полное поле с инерционным числом $s = s(K)$.

В [8] доказан критерий множества сходимости.

Теорема 2.3. *$A \subset K$ является множеством сходимости тогда и только тогда, когда для $i = \overline{n;1}$ при всех $\vec{r}_i$ выполнено условие*

$$\omega_i^A(\vec{r}_i) = \inf_{a \in A} \omega_i^a(\vec{r}_i) > -\infty.$$

Таким образом, A – множество сходимости в том и только том случае, когда объединение мультииндексов всех его элементов является допустимым набором. Обозначим его $\Omega(A)$ и назовем допустимым набором множества A, а величины $\omega_i^A(\vec{r}_i)$ – характеристическими индексами множества сходимости A. Каждому множеству сходимости A соответствует допустимый набор $\Omega(A)$. Кроме того, любое множество сходимости имеет вид $A = \vec{t}^{\,\vec{r}} G, G \subset \mathcal{O}$.

Обычно требуется, чтобы множество сходимости являлось кольцом. Заметим, что при $n \geqslant 2$ кольцо целых и даже его максимальный идеал кольцами сходимости не являются.

Определение 2.4. *Пусть A – множество сходимости. Наименьшее по включению кольцо сходимости, содержащее A, будем называть кольцом сходимости, порожденным A, и обозначать $\widehat{A}$.*

В [7] доказана теорема.

Теорема 2.5. *Пусть A – множество сходимости. Оно порождает кольцо сходимости $\widehat{A}$ тогда и только тогда, когда $A \subset \mathcal{O}$. В этом случае $\widehat{A} \subset \mathcal{O}$.*

Определение 2.6. *Моноидом допустимого набора Ω назовем подмоноид $M(\Omega)$ группы $\mathbb{Z}^n$, порожденный $\Omega \cup \vec{e}^{\,(s)}$.*

Другими словами, это наименьшее замкнутое по сложению множество мультииндексов, содержащее $\Omega, \vec{e}^{\,(s)}$ и $\vec{0}$.

Определение 2.7. *Множеством сходимости допустимого набора Ω назовем*

$$C^{\Omega} = \left\{ \sum_{\vec{r} \in \Omega} a_{\vec{r}} \vec{t}^{\,\vec{r}}, \ a_{\vec{r}} \in B \cup \{0\} \right\}.$$

В [9] доказаны следующие утверждения.

Теорема 2.8. *Моноид $M(\Omega)$ допустимого набора Ω является допустимым набором тогда и только тогда, когда для любого $\vec{r} \in \Omega$ выполнено условие $\vec{r} \geqslant \vec{0}$.*

Теорема 2.9. *Пусть A – множество сходимости, $A \subset \mathcal{O}$. Тогда множество $C^{M(\Omega(A))}$ – кольцо сходимости, удовлетворяющее условию*

$$A \subset C^{M(\Omega(A))} \subset \mathcal{O}.$$

Простейший пример кольца сходимости – кольцо степенных рядов от униформизующих:

$$A_0 = B_0[[t_1, \dots, t_n]],$$

где $B_0 = B \cup \{0\}$. Его допустимый набор $\Omega_0 = \{\vec{r} : r_i \geqslant 0, i = \overline{1;n}\}$ является моноидом, характеристические индексы $\omega_i^{A_0}(\vec{r_i}) = 0$.

Введем новые локальные параметры, лежащие в данном кольце:

$$\begin{cases} \widehat{t_1} = t_1 \\ \widehat{t_2} = t_2 t_1^{l_{12}} \\ \widehat{t_3} = t_3 t_2^{l_{23}} t_1^{l_{13}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \widehat{t_n} = t_n t_{n-1}^{ln-1n} \dots t_1^{l_{1n}} \end{cases}$$

(здесь все $l_{ij} \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$).

Тогда

$$\begin{cases} t_1 = \widehat{t_1} \\ t_2 = \widehat{t_2}\widehat{t_1}^{-l_{12}}, \\ t_3 = \widehat{t_3}\widehat{t_2}^{-l_{23}}\widehat{t_1}^{-l_{13}+l_{12}l_{23}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_n = \widehat{t_n}\widehat{t}_{n-1}^{-ln-1n} \dots \widehat{t_1}^{-l_{1n}+(l_{12}l_{2n}+\dots+l_{1n-1}l_{n-1n})+\dots+(-1)^{n-1}l_{12}l_{23}\dots l_{n-1n}}. \end{cases}$$

Поскольку

$$\widehat{t_1}^{r_1}\widehat{t_2}^{r_2}\widehat{t_3}^{r_3} \dots \widehat{t_n}^{r_n} = t_1^{r_1+(l_{12}r_2+\dots+l_{1n}r_n)} t_2^{r_2+(l_{23}r_3+\dots+l_{2n}r_n)} \dots t_{n-1}^{r_{n-1}+l_{n-1n}r_n} t_n^{r_n},$$

в терминах новых локальных параметров имеем

$$\begin{aligned} \widehat{\omega}_n = 0, \quad \widehat{\omega}_{n-1}(r_n) &= -l_{n-1n}r_n, \\ \widehat{\omega}_{n-2}(r_{n-1}, r_n) &= -(l_{n-2n-1}r_{n-1} + l_{n-2n}r_n), \\ &\dots, \\ \widehat{\omega}_2(r_3, \dots, r_n) &= -(l_{23}r_3 + \dots + l_{2n}r_n), \\ \widehat{\omega}_1(r_2, \dots, r_n) &= -(l_{12}r_2 + \dots + l_{1n}r_n). \end{aligned}$$

Как легко видеть, $l_{ij} = -\widehat{\omega}_i(\vec{e}^{\,(j)})$. Характеристические индексы обладают свойством аддитивности: $\widehat{\omega}_i(\vec{r}_i^{\,1} + \vec{r}_i^{\,2}) = \widehat{\omega}_i(\vec{r}_i^{\,1}) + \widehat{\omega}_i(\vec{r}_i^{\,2})$.

Подобные кольца сходимости впервые возникли и были применены в кандидатской диссертации автора (см. [10]), а далее использовались в [7–9, 11]. В частности, в [7] доказано следующее утверждение.

Теорема 2.10. *Для любого набора*

$$L = \left\{ \vec{l}_i = (l_{ii+1} \dots l_{in}),\ i = \overline{1; n-1} \right\}, l_{ij} \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$$

множество

$$A_L = \left\{ \sum_{r_n \geqslant 0} \ \sum_{r_{n-1} \geqslant \omega_{n-1}(\vec{r}_{n-1})} \cdots \sum_{r_1 \geqslant \omega_1(\vec{r}_1)} a_{\vec{r}} \vec{t}^{\,\vec{r}},\ a_{\vec{r}} \ \in B_0 \right\},$$

где $\omega_i(\vec{r}_i) = -(\vec{l}_i, \vec{r}_i), 1 \leqslant i \leqslant n-1$, *будет кольцом сходимости.*

Назовем данный тип колец сходимости стандартным, а L – его набором параметров. Соответствующей заменой униформизующих его можно привести к случаю, когда все $\widehat{\omega}_i^A(\vec{r}_i) = 0$.

Уже при $n = 2$ существуют кольца сходимости, не являющиеся стандартными: например, $A = \left\{ \sum_{r_2 \geqslant 0} \sum_{r_1 \geqslant -r_2^2} a_{\vec{r}} \vec{t}^{\,\vec{r}}, a_{\vec{r}} \ \in B_0 \right\}$.

Пусть $A \subset \mathcal{O}$ – множество сходимости. В каком случае оно лежит в некотором стандартном кольце сходимости A_L?

Условие $A \subset \mathcal{O}$ дает $\omega_i^a(\vec{0}_i) \geqslant 0, i = \overline{n; 1}$. Кроме того, в любом стандартном кольце содержится $A_0 = B_0[[t_1, \dots, t_n]]$, поэтому можно считать, что $A_0 \subset A$ и все $\omega_i^A(\vec{r}_i) \leqslant 0$.

Неравенство $r_{n-1} \geqslant -l_{n-1} r_n$ с учетом ограничения $r_n \geqslant 0$ равносильно тому, что $\inf_{r_n \in \mathbb{N}} \frac{\omega_{n-1}^A(r_n)}{r_n} > -\infty$. В этом случае подходит

$$\left[\inf_{r_n} \frac{\omega_{n-1}^A(r_n)}{r_n} \right] = -l_{n-1}$$

(квадратные скобки означают целую часть), причем после замены

$$\widehat{t}_n = t_n t_{n-1}^{-l_{n-1}}$$

при всех r_n будет верно $\widehat{r}_{n-1} \geqslant \omega_{n-1}^A(r_n) + l_{n-1} r_n \geqslant 0$.

Таким образом, при $\inf_{r_n \in \mathbb{N}} \frac{\omega_{n-1}^A(r_n)}{r_n} = -\infty$ множество сходимости A не лежит ни в одном стандартном кольце, а при $\inf_{r_n \in \mathbb{N}} \frac{\omega_{n-1}^A(r_n)}{r_n} > -\infty$ далее можно считать, что $\omega_n^A = 0, \omega_{n-1}^A(r_n) = 0$.

Следующим шагом надо для множества сходимости с такими ограничениями на последние два характеристических индекса найти критерий существования неотрицательных целых l_{n-2}, l_{n-1} таких, что при всех $r_{n-1}, r_n \in \mathbb{Z}_{\geqslant}0$ выполнено условие

$$\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n) \geqslant -(l_{n-1}r_{n-2} + l_{n-1}r_n),$$

то есть определить, когда есть решение $x, y \in \mathbb{Z}_{\geqslant}0$ бесконечной системы неравенств вида

$$r_{n-1}x + r_n y \geqslant -\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n),$$

причем $-\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n) \geqslant 0$.

Поскольку достаточно рассмотреть случай, когда r_{n-1}, r_n, $\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n)$ ненулевые, неравенства можно записать как

$$\frac{x}{a(r_{n-1}, r_n)} + \frac{y}{b(r_{n-1}, r_n)} \geqslant 1,$$

где

$$a(r_{n-1}, r_n) = \frac{-\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n)}{r_{n-1}}, \quad b(r_{n-1}, r_n) = \frac{-\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n)}{r_n}.$$

Их общее решение (x_0, y_0) определяется тем, что при каждом выборе $r_{n-1}, r_n \in \mathbb{N}$ либо $a(r_{n-1}, r_n) \leqslant x_0$, либо $b(r_{n-1}, r_n) \leqslant y_0$, а критерий существования такого решения заключается в условии

$$\sup_{(r_{n-1}, r_n)} \min(a(r_{n-1}, r_n), b(r_{n-1}, r_n)) < +\infty,$$

что дает

$$\left[\inf_{(r_{n-1}, r_n)} \left(\max\left(\frac{\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n)}{r_{n-1}}, \frac{\omega_{n-2}^A(r_{n-1}, r_n)}{r_n}\right)\right)\right] = -l_{n-2} > -\infty.$$

В исходных обозначениях данная величина вычисляется как

$$\left[\inf_{(r_{n-1}, r_n)} \left(\max\left(\frac{\omega_{n-2}^A(\widehat{r}_{n-1}, r_n)}{\widehat{r}_{n-1}}, \frac{\omega_{n-2}^A(\widehat{r}_{n-1}, r_n)}{r_n}\right)\right)\right] = -l_{n-2},$$

где $\widehat{r}_{n-1} = r_n + l_{n-1}r_{n-1}$.

Заменой

$$\widehat{t}_n = t_n t_{n-1}^{-l_{n-1}} t_{n-2}^{-l_{n-2}}, \quad \widehat{t}_{n-1} = t_{n-1} t_{n-2}^{-l_{n-2}}$$

теперь можно добиться того, что

$$\widehat{\omega}_n^A = 0, \quad \widehat{\omega}_{n-1}^A(r_n) = 0, \quad \widehat{\omega}_{n-2}^A(\widehat{r}_{n-1}, r_n) = 0.$$

Продолжая процесс, получаем как критерий того, лежит ли множество сходимости в некотором стандартном кольце сходимости, так и алгоритм построения одного из подходящих колец.

Теорема 2.11. *Множество сходимости A лежит в некотором стандартном кольце сходимости тогда и только тогда, когда при всех i от $n-1$ до 1 конечны величины*

$$\left[\inf_{\vec{r}_i}\left(\max_{i+1\leqslant k\leqslant n}\left(\frac{\omega_i^A(\widehat{r}_{i+1},\dots,\widehat{r}_n)}{\widehat{r}_k}\right)\right)\right]=-l_i,$$

где квадратные скобки обозначают целую часть и

$$\widehat{r}_n=r_n,\quad \widehat{r}_k=r_k+l_k(\widehat{r}_{k+1}+\dots+\widehat{r}_n).$$

В этом случае набор параметров $L=\left\{\vec{l}_i=l_i(1,\dots,1),\ i=\overline{1;n-1}\right\}$ *задает одно из подходящих стандартных колец, а при замене униформизующих*

$$\begin{cases}\widehat{t}_1=t_1\\ \widehat{t}_2=t_2t_1^{-l_1}\\ \widehat{t}_3=t_3t_2^{-l_2}t_1^{-l_1}\\ \dots\dots\dots\dots\dots\\ \widehat{t}_n=t_nt_{n-1}^{-ln-1}\dots t_1^{-l_1}\end{cases}$$

множество A лежит в кольце $B_0[\widehat{t}_1,\dots,\widehat{t}_n]$.

Список литературы

1. K. Kato, *A generalization of local class field theory by using K-groups.* 1. — J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. 1A **27** (1979), 303–376.
2. K. Kato, *A generalization of local class field theory by using K-groups.* 2. — J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sect. 1A , **27** (1980), 603–683.
3. K. Kato, *The existence theorem for higher local class field theory.* — Publ. IHES **43** (1980), 1–37.
4. И. Б. Жуков *Структурная теорема для полных полей.* — Труды Санкт-Петерб. мат. общ. **3** (1994), 215–234.
5. И. Б. Жуков, А. И. Мадунц, *Многомерные полные поля: топология и другие основные понятия.* — Труды Санкт-Петерб. мат. общ. , **3** (1994), 4–46.
6. И. Б. Жуков, А. И. Мадунц, *Аддитивные и мультипликативные разложения в многомерных локальных полях.* — Зап. научн. сем. ПОМИ **272** (2000), 186–196.
7. А. И. Мадунц, *Кольца, порожденные множествами сходимости многомерного полного поля.* — Зап. научн. сем. ПОМИ **500** (2021), 149–157.

8. А. И. Мадунц, *Множества сходимости многомерного полного поля.* — Зап. научн. сем. ПОМИ **492** (2020), 125–133.
9. А. И. Мадунц, *Построение колец сходимости многомерного полного поля.* — Зап. научн. сем. ПОМИ **513** (2022), 139–146.
10. А. И. Мадунц, *Сходимость последовательностей и рядов в многомерных полных полях.* — Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Санкт-Петербург (1995), 1–14.
11. А. И. Мадунц, С. В. Востоков, Р. П. Востокова, *Формальные группы над подкольцами кольца целых многомерного локального поля.* — Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия **6**, No. 1 (2019), 88–97.
12. А. Н. Паршин, *Абелевы накрытия арифметических схем.* — Доклад АН СССР. Сер. мат. **243** (1978), 855–858.
13. А. Н. Паршин, *К арифметике двумерных схем. 1. Распределения и вычеты.* — Изв. АН СССР. Сер. мат. **40** (1976), 736–773.
14. А. Н. Паршин, *Локальная теория полей классов.* — Труды МИАН **165** (1984), 143–170.

Madunts A. I. Classification of convergence sets of multidimensional complete fields.

Convergence sets of a multidimensional complete field (that is, such that all power series above them converge when substituting an element of the maximal ideal instead of a variable) are classified by inclusion in some standard convergence ring. In addition, an algorithm for constructing this ring is given.

С.-Петербургский
государственный университет,
Университетский пр. 28, Петродворец, 198504
С.-Петербург, Россия
E-mail: madunts@mail.ru

Поступило 12 января 2024 г.