Рефераты

УДК 519.2

Степенные ковариационные функции в задаче о выучивании перестановок. Азангулов И. Ф., Еремеев Д. А. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 7–21.

В этой работе рассматривается применение степенных ядер для решения задачи о выучивании перестановок. Представлен способ аппроксимации симметризованного ядра, естественно возникающего в данной задаче, с помощью метода Монте–Карло и оценена скорость сходимости. Также рассмотрена задача о частичных статистиках и получены некоторое результаты для случая, когда количество зафиксированных элементов равно 1 или 2.

Библ. – 8 назв.

УДК 519.2

О числе успехов и их серий в бернуллиевских последовательностях случайных величин. Ананьевский С. М., Невзоров В. Б. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 22–29.

Одним из классических направлений в теории вероятностей являются исследования, связанные с так называемыми бернуллиевскими последовательностями случайных величин. Речь идет о независимых случайных величинах $X_1, X_2, \ldots$, принимающих значение 1 с некоторой вероятностью p, $\quad 0 < p < 1$, и значение 0 с вероятностью $q = 1-p$. Часто событие $\{X_n = 1\}$ трактуется как "успех в n-ом испытании", а его дополнение – событие $\{Xn = 0\}$ – как "неудача в этом испытании".

Эта классическая схема названа в честь Якова Бернулли (Jacob Bernoulli), который рассматривал такие последовательности. Полученные им результаты были опубликованы его племянником Николаем (Nicolaus Bernoulli) в 1713 году в Базеле в книге Ars Conjectandi ("Искусство предположений"). С тех пор, хоть и появилось множество результатов для различных построений, основанных на бернуллиевских случайных величинах, возникает необходимость в рассмотрении новых схем для них, в решении новых задач. В статье рассматриваются взаимосвязи таких двухточечных распределений с рядом других вероятностных законов. Приведен небольшой обзор полученных ранее результатов в этой области и добавлены несколько новых. Продолжены исследования, начатые в предыдущих работах авторов.

Библ. – 4 назв.

УДК 519.2

Локальное время второго порядка бесселевского процесса в момент, обратный к локальному времени. Бородин А. Н. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 30–50.

Согласно описанию Рэя–Найта бесселевское локальное время в момент, обратный к локальному времени, является по пространственной переменной диффузионным процессом. У этой диффузии существует локальное время. Таким образом, мы приходим к определению локального времени от исходного бесселевского локального времени. Такой процесс мы будем называть бесселевским локальным временем второго порядка в момент, обратный к локальному времени. В работе изучается преобразование Лапласа распределения бесселевского локального времени второго порядка.

Библ. – 8 назв.

УДК 519.2

Углы Грассмана бесконечномерных конусов. Досполова М. К. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 51–70.

В 1985 году Б. С. Цирельсон установил глубокую связь между гауссовскими процессами и важными геометрическими характеристиками выпуклого компакта в бесконечномерном сепарабельном гильбертовом пространстве – внутренними объемами. Ф. Гётце, З. Каблучко и Д. Н. Запорожец в своей недавней работе 2021 года представили коническую версию теоремы Цирельсона для аналогов внутренних объемов – углов Грассмана конечномерных конусов, а также доказали теорему о связи углов Грассмана конической оболочки множества с вероятностью поглощения нуля выпуклой оболочкой его гауссовского образа. В данной статье эти результаты обобщаются на случай бесконечномерных конусов в сепарабельном гильбертовом пространстве.

Более того, в работе связываются углы Грассмана конической оболочки множества с вероятностью поглощения нуля выпуклой оболочкой гауссовского образа множества.

Библ. – 18 назв.

УДК 519.2

Локальная асимптотическая нормальность логарифма отношения правдоподобия в зоне вероятностей умеренных уклонений. Ермаков М. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 71–85.

Исследуется вопрос: насколько локальную асимптотическую нормальность статистических экспериментов можно распространить на зону вероятностей умеренных уклонений. Для последовательности независимых одинаково распределенных наблюдений показывается, что логарифмическая асимптотика вероятностей умеренных уклонений логарифма отношения правдоподобия имеет логарифмическую асимптотику нормального распределения при тех же предположениях, при которых традиционно доказывается соответствующая локальная асимптотическая нормальность статистических экспериментов. Получены результаты и для точной асимптотики вероятностей умеренных уклонений логарифма отношения правдоподобия. В зоне вероятностей умеренных уклонений доказан аналог второй леммы Ле Кама для контигуальных альтернатив.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

Оценки устойчивости по количеству слагаемых для распределений последовательных сумм независимых одинаково распределенных векторов. Зайцев А. Ю. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 86–95.

Пусть $X_1, \ldots, X_n, \ldots$ – независимые одинаково распределенные d-мерные случайные векторы с общим распределением F. Тогда $S_n = X_1 + \cdots + X_n$ имеет распределение F^n (степень понимается в смысле свертки). Пусть

$$\rho(F, G) = \sup_A |F\{A\} - G\{A\}|,$$

где верхняя грань берется по всем выпуклым подмножествам $\mathbf{R}^d$. Основной результат следующий. Для любого нетривиального распределения F существует $c_1(F)$, такое что

$$\rho(F^n, F^{n+1}) \leqslant \frac{c_1(F)}{\sqrt{n}}$$

для любого натурального n. Распределение F считается тривиальным, если оно сосредоточено на гиперплоскости, не содержащей начала координат. Очевидно, что для таких F

$$\rho(F^n, F^{n+1}) = 1.$$

Сформулирован также аналогичный результат для расстояния Прохорова. Для любого d-мерного распределения F найдется величина $c_2(F)$, зависящая только от F и такая что

$$(F^n)\{A\} \leqslant (F^{n+1})\{A^{c_2(F)}\} + \frac{c_2(F)}{\sqrt{n}}$$
$$\text{и} \quad (F^{n+1})\{A\} \leqslant (F^n)\{A^{c_2(F)}\} + \frac{c_2(F)}{\sqrt{n}} \tag{1}$$

для любого борелевского множества A при всех натуральных n.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.2

Аналог формулы Фейнмана–Каца для многомерного уравнения Шрёдингера. Платонова М. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 96–108.

В работе построена вероятностная аппроксимация решения задачи Коши для многомерного уравнения Шрёдингера с ограниченным потенциалом в виде математических ожиданий функционалов от точечного случайного поля.

Библ. – 10 назв.

УДК 519.2

О полной сходимости моментов сумм н.о.р.с.в. с конечными дисперсиями. Розовский Л. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 109–121.

Пусть $\{X_n\}$, $n \geqslant 1$, является последовательностью независимых случайных величин с общей функцией распределения, нулевыми средними и единичными дисперсиями, $\bar{S}_n = (X_1 + \cdots + X_n)/\sqrt{n}$.

Основной целью работы является изучение поведения при $\varepsilon \to +0$ и при оптимальных (т.е. необходимых) моментных предположениях сумм вида

$$\Sigma_r(\varepsilon) = \sum_{n\geqslant 1} n^s\, \mathbf{E}\bar{S}_n^r\, I[\bar{S}_n \geqslant \varepsilon\, n^\delta],$$

где δ, s, r – некоторые постоянные, такие что $\delta > 0$, а $s+1$ и r неотрицательны.

В частности, показано, что если $s > -1/2$ и $(2-r)\,\delta = s+1$, то

$$\varepsilon^{2-r}\, \Sigma_r(\varepsilon) = \frac{1}{2\delta\,(2-r)} + O\left(\lambda(\rho)\right),\ \rho = \varepsilon^{-1/2\delta},\ \lambda(\rho) = \mathbf{E}X_1^2\left(1 \wedge \frac{|X_1|}{\rho}\right).$$

Аналогичная оценка с более сложной формулировкой имеет место и в случае $-1 < s \leqslant -1/2$. Таким образом, при $\delta = 1/2$ обобщается пионерский результат Heyde (Appl. Probab., 1975) и большинство его уточнений (например, He and Xie (Acta Math. Appl. Sin., 2013)), а также соответствующие утверждения из работ Liu and Lin (Statist. Probab. Lett., 2006) и Kong and Dai (Stoch. Dynamics, 2017).

Библ. – 17 назв.

УДК 519.2

Об mm-энтропии распределений гауссовских процессов. Тадевосян А. А. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 122–133.

Для широкого класса банаховых пространств с гауссовской мерой показано, что их энтропия в смысле Шеннона (mm-энтропия) тесно связана с энтропией соответствующего эллипсоида рассеяния и в определённом диапазоне ведёт себя так же, как логарифм меры малых шаров. Полученные оценки обобщают недавние результаты А. М. Вершика и М. А. Лифшица.

Библ. – 9 назв.

УДК 519.2

О средней площади треугольника, вписанного в выпуклую фигуру. Токмачев А. С. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 134–149.

Пусть K – выпуклая фигура на плоскости, а A, B, C – точки, выбранные случайно на границе K в соответствии с равномерным распределением. В статье доказывается, что среди всех фигур фиксированной площади максимальное значение средней площади треугольника

ABC достигается на круге. Кроме того, доказывается, что средняя площадь как функционал от K непрерывна в метрике Хаусдорфа.

Библ. – 6 назв.

УДК 519.2

Недостижимость бесконечно удалённой границы значений диффузионного полумарковского процесса с остановкой. Харламов Б. П. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 150–160.

Рассматриваются одномерные непрерывные полумарковские процессы диффузионного типа со значениями на интервале с бесконечной правой границей. Переходные производящие функции процесса удовлетворяют обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Коэффициенты этого уравнения определяют распределение момента начала бесконечной остановки процесса. В терминах этих коэффициентов получено одно достаточное условие недостижимости правой границы.

Библ. – 7 назв.

УДК 519.2

Моменты случайных разбиений целых чисел. Якубович Ю. В. — В кн.: Вероятность и статистика. 34. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 525), СПб., 2023, с. 161–183.

Мы исследуем предельное поведение p-го момента, то есть суммы p-х степеней слагаемых случайного разбиения натурального числа n, выбранного с равными вероятностями среди всех разбиений числа n, когда $n \to \infty$, а $p \in \mathbb{R}$ фиксировано. Доказывается, что, после подходящего центрирования и масштабирования, при $p \geqslant 1/2$ $(p \neq 1)$ предельное распределение будет гауссовским, а при $p < 1/2$ – некоторым безгранично делимым распределением, зависящим от p, которое мы явно описываем. В частности, при $p = 0$ это распределение Гумбеля, что было известно и ранее, а при $p = -1$ предельное распределение связано с тета-функцией Якоби.

Библ. – 18 назв.