УДК 512.5

Ограниченное порождение относительных подгрупп в группах Шевалле. Вавилов Н. А. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 7–18.

В абсолютном случае проблема ограниченного элементарного порождения полностью решена для всех групп Шевалле ранга $\geqslant 2$ над произвольными дедекиндовыми кольцами R арифметического типа с равномерными оценками. А именно, для каждой приведенной неприводимой системы корней Φ ранга $\geqslant 2$ существует *равномерная* оценка $L = L(\Phi)$ такая, что все односвязные группа Шевалле $\mathrm{G}(\Phi, R)$ имеют элементарную ширину $\leqslant L$ для всех дедекиндвых колец арифметического типа. Естественно спросить, выполняются ли аналогичные результаты для относительных элементарных групп $E(\Phi, R, I)$, где $I \trianglelefteq R$. Совмещая обычный аргумент переписывания по Шрайеру, который уже применялся в этом контексте Тавгенем, с универсальной локализацией по Степанову, мы даем совсем короткое доказательство того, что это действительно так. Иными словами, ширина $E(\Phi, R, I)$ в *элементарных сопряженных* $z_\alpha(\xi, \zeta) = x_{-\alpha}(\zeta)x_\alpha(\xi)x_{-\alpha}(-\zeta)$, где $\alpha \in \Phi$, $\xi \in I$, $\zeta \in R$, действительно ограничена некоторой константой $M = M(\Phi, R, I)$. Однако, получающиеся у нас константы M не являются равномерными, они зависят не только от Φ, но и от пары (R, I).

Библ. – 40 назв.

УДК 512.74

Обобщенные разложения Гаусса простых алгебраических групп. Гордеев Н. Л. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 19–38.

Пусть $\mathcal{G}$ – простая алгебраическая группа, определенная и расщепимая над полем K, соответсвующая неприводимой системе корней R, и пусть $G = \mathcal{G}(K)$ – группа K-точек. Будем говорить, что группа G имеет M-разложение, где $M \subset R$, если любой элемент подмножества $\prod_{\beta \in R\setminus M} X_\beta \cdot T \cdot \prod_{\alpha \in M} X_\alpha$, где X_β, X_α – корневые подгрупы, а T– группа K-точек максимального расщепимого тора, однозначно представляется в виде произведения элементов корневых подгрупп и группы T. При этом предполагается, что порядок умножения элементов групп $\{X_\beta\}_{\beta\in R\setminus M}$ и $\{X_\alpha\}_{\alpha\in M}$ зафиксирован. Если такое однозначное разложение имеет место при любом зафиксированном порядке умножения элементов подгрупп $\{X_\beta\}_{\beta\in R\setminus M}$, $\{X_\alpha\}_{\alpha\in M}$, то будем говорить, что группа G имеет универсальное M-разложение. Важным примером универсального M-разложения является классическое разложение Гаусса, в котором $M = R^+$ – множество положительных корней. В данной работе строятся примеры M-разложений, возникающие при рассмотрении параболических подгрупп в $\mathcal{G}$. Кроме того, для группа типа A_2, B_2 приводятся тождества, препятствующие универсальным M-разложениям для некоторых подмножеств $M \subset R$.

Библ. – 6 назв.

УДК 511.3

Гомеоморфизмы окружности и цепные дроби. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 39–52.

Для сохраняющего ориентацию гомеоморфизма $f : \mathbb{T} \longrightarrow \mathbb{T}$ окружности $\mathbb{T} = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ с иррациональным числом вращения α_f строятся ядерные разбиения $\mathcal{T}^l$ уровней $l = 0, 1, 2, \ldots$, квазиинвариантные относительно гомеоморфизма f и обладающие минимальными ядрами. С помощью таких разбиений получены приближения числа вращения α_f цепными дробям.

Библ. — 6 назв.

УДК 511.9

Инфляция и дефляция ядерных разбиений. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 53–82.

Определяются подстановочные преобразования инфляции $\bigtriangledown$ и дефляции $\bigtriangleup$ для ядерных разбиений $\mathcal{T}(v)$ многомерных торов $\mathbb{T}^d$. Такие разбиения $\mathcal{T}(v)$ состоят из параллелепипедов и порождаются своими ядрами Kr, остовами которых являются звезды v – множества из $d+1$ вектора пространства $\mathbb{R}^d$. Интерес к ядерным разбиениям обусловлен их связями с многомерными цепными дробями.

Библ. – 22 назв.

УДК 511.9

Самоподобия и подстановки ядерных разбиений. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 83–120.

Рассматриваются самоподобные ядерные разбиения $\mathcal{T}(\mathbf{m}, v)$ евклидова пространства $\mathbb{R}^d$ с параметрами – весовым вектором $\mathbf{m}$ и звездой v. Звезда v определяет геометрию параллелепипедов, из которых состоит разбиение, а весовой вектор $\mathbf{m}$ задает локальные правила и периодичность разбиения. Строится дефляция $\triangle : \mathcal{T}(\mathbf{m}, v) \longrightarrow \mathcal{T}^{\triangle}(\mathbf{m}, v)$ с $\mathcal{T}^{\triangle}(\mathbf{m}, v) = A\mathcal{T}(\mathbf{m}, v)$, где A – аффинное отображение пространства $\mathbb{R}^d$. Дефляция заменяет базисные многогранники, образующие разбиение $\mathcal{T}(\mathbf{m}, v)$, меньшими многогранниками – в этом основная идея многомерных приближений цепными дробями.

Библ. – 17 назв.

УДК 512.72

Векторные расслоения ранга 2 на $\mathbb{P}^1_{\mathbb{Z}}$ и квадратичные формы. Поляков В. М. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 121–134.

Изучается действие группы $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$ на $\mathrm{Ext}^1(\mathcal{O}(2), \mathcal{O}(-2))$ и на классах изоморфизма векторных расслоений на $\mathbb{P}^1_{\mathbb{Z}}$ ранга 2 с тривиальным общим слоем и простыми подскоками. Доказывается, что такие расслоения эквивариантны относительно действия этой группы. Вводится и изучается понятие оснащенного расслоения. Показывается, что группа классов изоморфизма оснащенных расслоений ранга 2 с тривиальным общим слоем и простыми подскоками изоморфна фактору по 2-кручению группы классов бинарных квадратичных форм соответствующего дискриминанта с точностью до $\mathbb{Z}/2$ множителя.

Библ. – 4 назв.

УДК 512.72

Расслоения на $\mathbb{P}^1_{\mathbb{Z}}$ ранга 3 и невырожденные сечения расслоений ранга 2. Поляков В. М. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 135–146.

Получена классификация расслоений на $\mathbb{P}^1_{\mathbb{Z}}$ ранга 3 с тривиальным общим слоем и простыми подскоками. С помощью полученной классификации доказано, что два расслоения E и F ранга 2 с тривиальным

общим слоем и простыми подскоками одного дискриминанта стабильно изоморфны, то есть $E \oplus \mathcal{O} \simeq F \oplus \mathcal{O}$. Во второй части работы показано, что у расслоения ранга 2 с тривиальным общим слоем существуют невырожденные сечения всех степеней выше минимальной.

Библ. – 5 назв.

УДК 511, 512.624

О суммах Гаусса степени 6. Проскурин Н. В. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 147–158.

Рассмотрены суммы Гаусса степени 6 над конечным полем. Показано, что нормированные значения таких сумм располагаются на отрезках вещественной прямой, на фрагментах парабол и на некоторых кривых Крамера, лежащих в единичном круге на комплексной плоскости.

Библ. – 7 назв.

УДК 511.2

О гауссовых кольцах и аргументе Дёйринга. Смирнов А. Л. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 6. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 523), СПб., 2023, с. 159–165.

Перечислены дедекиндовы кольца, мультипликативно неотличимые от $\mathbb{Z}$. Исправлены неточности из предыдущей работы. Эвристически объяснены рассуждения Дёйринга о связи гипотезы Римана и проблемы 10-го дискриминанта.

Библ. – 12 назв.