

М. М. Попов

**ПОПРАВКА К СТАТЬЕ “ОБ ИНДЕКСЕ МОРСА  
ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ НА ГЛАДКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ,  
ВЛОЖЕННЫХ В  $\mathbb{R}^3$ ”**

В статье автора [1] формула (14) для обобщенного импульса  $p$ , соответствующего координате  $q$ , нуждается в исправлении и должна читаться следующим образом

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{1}{L} \left\{ \dot{q} + \frac{d\sigma}{ds} \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left( \frac{d\sigma}{ds} \right) - qT \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left( \frac{d\sigma}{ds} \right) + \sigma T \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $\dot{q} = dq/ds$  и учтены формулы (7) из [1] для элементов  $g_{sq}, g_{sn}$  метрического тензора. Равенство (1) рассматривается как уравнение для производной  $\dot{q} = \dot{q}(s, q, p)$ , которая отыскивается в виде разложения по степеням  $q$  и  $p$  в окрестности центральной геодезической  $\vec{r}_0(s)$  рассматриваемого пучка. Соответствующие преобразования правой части равенства (1) приводят к следующему результату:

$$\dot{q} = p + \sigma T + O(q^3) + O(q^2 \dot{q}) = p + O(q^2), \quad (2)$$

и основным формулам (20) и (21) из п. 4 статьи [1].

В п. 5 статьи [1] основным результатом является формула (25) для импульса  $p(s, \gamma)$ . К сожалению, равенство (24) в [1] повторяет ошибочную формулу (14) из [1] и оно должно быть заменено формулой (1) для импульса  $p$ .

Приведем вычисления, приводящие к формуле (25). Используя явный вид (10) в [1] функции  $\sigma(s, q)$ , получаем последовательно с точностью до квадратичных членов

$$\frac{d\sigma}{ds} \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left( \frac{d\sigma}{ds} \right) = \left( \frac{1}{2} \dot{\varkappa}(s) q^2 + \varkappa(s) q \dot{q} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial q} = O(q^3) + O(q^2 \dot{q})$$

и затем

$$qT(s) \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left( \frac{d\sigma}{ds} \right) = q \frac{\partial \sigma}{\partial q} T(s) = 2\sigma T(s)$$

---

*Ключевые слова:* поверхностные волны, коротковолновая асимптотика, волны соскальзывания, геодезические потоки.

Эта работа была поддержана грантом РФФИ No. 17-01-00529А.

Так что формула (1) приобретает вид

$$p = \frac{1}{L} \{ \dot{q} - \sigma T(s) + O(q^3) + O(q^2 \dot{q}) \}. \quad (3)$$

Далее, сохраняя главные (линейные) члены в правых частях равенства (3) и первого из равенств (23) в [1] получаем искомую формулу для импульса

$$p(s, \gamma) = (\vec{t}(s, \gamma), \vec{e}(s)) + O(q^2), \quad (4)$$

Итак, поправки ошибочно приведенных в [1] формул (14), (24) привели к изменению равенства (25) в [1] на уравнение (4). Это, однако, не повлияло на главные результаты п. 5, а именно на начальные данные (26) и (28) в [1] для вычисления геометрического расхождения на центральной геодезической пучка, и, следовательно, на результаты всей статьи в целом. Действительно, упомянутые выше начальные данные вычисляются при параметре  $\gamma = \gamma_0$ , т.е. на геодезической  $\vec{r}_0(s)$ , где  $q$  и  $p$  тождественно равны нулю и, следовательно, все полиномиальные поправки по  $q$  и  $p$  обращаются в нуль. Таким образом равенства (26), (28) в [1] являются точными.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М.М. Попов, *Об индексе Морса геодезических на гладких поверхностях, вложенных в  $\mathbb{R}^3$* . — Зап. научн. семин. ПОМИ **471** (2018), 211–224.

Popov M. M. Corrigendum to “On the Morse Index for Geodesic Lines on Smooth Surfaces Embedded in  $\mathbb{R}^3$ .”

An error in the previous author’s paper is indicated, and a correct approach to solving the problem considered is presented.

С.-Петербургское отделение  
математического института  
им. В. А. Стеклова, Россия  
E-mail: mpopov@pdmi.ras.ru

Поступило 8 апреля 2021 г.