УДК 512.6

Неотрицательные цепные матрицы и условие Колмогорова. Альпин Ю. А., Башкин И. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 5–20.

Доказано, что неразложимая неотрицательная матрица является цепной в точности тогда, когда она удовлетворяет условию Колмогорова, при котором цепь Маркова, определяемая стохастической матрицей, подчиняется многомерной локальной предельной теореме.

Библ. – 8 назв.

УДК 512.543+519.177

Преобразования сборного числа 4-регулярного графа. Гутерман А. Э., Крейнес Е. М., Остроухова Н. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 21–46.

Простые сборные графы характеризуют процесс рекомбинации ДНК у простейших. Важными характеристиками этих графов являются сборное число, количество различных гамильтоновых множеств полигональных путей, односторонняя и двусторонняя аддитивность графа. В работе исследуются преобразования простых сборных графов, позволяющие увеличивать сборное число или получать двусторонне аддитивные графы. Определено минимальное число петель, которые необходимо добавить на ребра петельного графа, чтобы увеличить его сборное число на 1.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.643.8

О матрицах с ортогональными строками и столбцами. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 47–53.

Обсуждаются формы, возможные для квадратных матриц, строки которых попарно ортогональны, и то же верно для их столбцов. Указаны приложения этого вопроса к задаче об условиях юнитоидности невырожденной бинормальной матрицы. Бинормальной называется квадратная матрица A, для которой матрицы AA^* и A^*A коммутируют. Квадратная матрица называется юнитоидной, если она может

быть приведена к диагональному виду посредством (эрмитовой) конгруэнции.

Библ. – 1 назв.

УДК 512.643.8

Специальные конгруэнции симметричных и эрмитовых матриц и их инварианты. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 54–60.

Пусть в арифметическом пространстве V_n размерности n введено скалярное произведение, определяемое симметричной или кососимметричной инволюцией M. В полученном пространстве с индефинитной метрикой можно выделить классы специальных матриц, играющих роль симметричных, кососимметричных и ортогональных операторов. Будем называть эти матрицы соответственно M-симметричными, M-кососимметричными и M-ортогональными. Указаны инварианты M-ортогональных конгруэнций, выполняемых с M-симметричными и M-кососимметричными матрицами. Рассматривается также эрмитов вариант этих построений.

Библ. – 1 назв.

УДК 512.643

Симплектические собственные значения и сингулярные числа симметричных матриц. Икрамов Х. Д., Назари А. М. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 61–69.

Теорема Уильямсона о симплектических собственных значениях симметричных положительно определенных матриц интерпретируется в терминах специальных операторов вещественного симплектического пространства и их спектров. Указано соотношение, связывающее обычные и симплектические собственные значения данной матрицы.

Библ. – 3 назв.

УДК 512.643

Дальнейшие блочные обобщения матриц Некрасова. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 70–101.

В работе продолжено исследование блочных обобщений матриц Некрасова. Вводятся в рассмотрение классы так называемых $\widetilde{\mathrm{GN}}$ и

BJN матриц и проведено их сравнение между собой и с введенным ранее классом GN матриц. Установлены различные свойства $\widetilde{\mathrm{GN}}$ и BJN матриц. В частности, доказано, что классы $\widetilde{\mathrm{GN}}$ и BJN матриц замкнуты относительно дополнений по Шуру и монотонны относительно блочных разбиений. Также рассматриваются верхние оценки нормы $\|A^{-1}\|_\infty$ для GN, $\widetilde{\mathrm{GN}}$ и BJN матриц. Общие результаты специализированы для случая блочных 2×2 матриц со скалярным первым блоком.

Библ. – 19 назв.

УДК 512.643

Длина матричных алгебр инцидентности над маленькими конечными полями. Колегов Н. А., Маркова О. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 102–135.

В работе исследуется проблема вычисления длин матричных алгебр инцидентности над полями, мощность которых строго меньше размера матриц n. Получены значения длин всех таких алгебр для $n = 3, 4$ над полем из двух элементов. В случае, когда мощность поля и число n произвольны, но при этом индекс нильпотентности радикала Джекобсона алгебры равен 2, получена верхняя оценка длины. Также рассматриваются алгебры инцидентности, изоморфные прямой сумме треугольных матричных алгебр порядка 2 и алгебры диагональных матриц. Показано, что над полем из двух элементов длина таких алгебр может принимать лишь два значения, которые явно вычисляются. Кроме того, вводится понятие диагонального числа алгебр инцидентности. Получены верхние оценки на эту величину.

Библ. – 24 назв.

УДК 519.6

О построении аппроксимационных функционалов для минимальных сплайнов. Куликов Е. К., Макаров А. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 136–156.

В работе получены формулы для построения квадратичных минимальных сплайнов, в явном виде зависящие от компонент порождающей вектор-функции. Построены формулы различных аппроксимационных функционалов для минимальных сплайнов, используемых в качестве коэффициентов в схемах локальной аппроксимации. Даны примеры частных случаев полученных аппроксимационных конструкций, про которые известно, что они имеют квазиинтерполяционный характер. Рассмотрены результаты численных экспериментов по приближению дуги окружности минимальными сплайнами.

Библ. – 37 назв.

УДК 512.643

Системы порождающих полной матричной алгебры, содержащие циклические матрицы. Маркова О. В., Новочадов Д. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 157–171.

Пусть $\mathcal{A}$ – матричная подалгебра над полем $\mathbb{F}$, заданная системой порождающих $\mathcal{S}$. В статье рассматривается вопрос об алгоритмической проверке $\mathcal{A}$ на совпадение с полной алгеброй матриц. Лаффи установил, что для $\mathbb{F} = \mathbb{C}$ при наличии в $\mathcal{S}$ жордановых матриц некоторого класса существует быстрый алгоритм проверки $\mathcal{A}$ на наличие нетривиальных инвариантных подпространств, а следовательно, по теореме Бёрнсайда, и на факт равенства $\mathcal{A}$ полной матричной алгебре. В данной работе этот класс матриц расширен до наиболее крупного подкласса жордановых матриц, для которого алгоритм остаётся корректным, а также построены примеры, иллюстрирующие различное поведение оставшихся систем.

Библ. – 18 назв.

УДК 519

К вычислению жордановых полурешеток векторов многопараметрической полиномиальной матрицы. Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 172–180.

Предлагается модификация алгоритма построения жордановых полурешеток векторов, отвечающих кратной точке спектра многопараметрической полиномиальной матрицы, основанного на использовании квазирезультантных матриц. Данная модификация позволяет существенно уменьшить объем вычислений.

Приводится иллюстрация реализации исходного и модифицированного алгоритмов.

Библ. – 3 назв.

УДК 512.643

Линейные отображения, сохраняющие некоторые комбинаторные матричные множества. Штейнер П. М. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 504) СПб., 2021, с. 181–199.

Исследуются вещественные линейные функционалы на координатном пространстве $\mathbb{R}^n$, сохраняющие некоторое множество $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}$, т.е. такие $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, что $\phi(v) \in \mathcal{M}$ для любого вектора $v \in \mathbb{R}^n$ с коэффициентами из $\mathcal{M}$. Для различных типов подмножеств действительных чисел даются характеризации линейных функционалов, которые их сохраняют. В частности, рассматриваются $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}_+, \mathbb{Q}_+, \mathbb{R}_+$, некоторые бесконечные множества целых чисел, ограниченные и неограниченные интервалы, а также произвольные конечные подмножества действительных чисел.

Показано, что характеризация линейных функционалов, сохраняющих множество $\mathcal{M}$, позволяет также полностью описать линейные операторы, сохраняющие матрицы с коэффициентами из этого множества, т.е. такие $\Phi : M_{n,m} \to M_{n,m}$, что коэффициенты матрицы $\Phi(A)$ лежат в $\mathcal{M}$ для любой матрицы $A \in M_{n,m}$ с коэффициентами из $\mathcal{M}$. В качестве примера, даются характеризации линейных операторов, сохраняющих $(0, 1)$, (± 1) и $(\pm 1, 0)$-матрицы.

Библ. – 18 назв.