Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 500, 2021 г.

А. И. Мадунц

КОЛЬЦА, ПОРОЖДЕННЫЕ МНОЖЕСТВАМИ СХОДИМОСТИ МНОГОМЕРНОГО ПОЛНОГО ПОЛЯ

§1. Основные понятия

Многомерные локальные поля (см. [6, 7]) – естественное обобщение понятия классического локального поля.

Назовем конечное поле 0-мерным локальным. Полное дискретно нормированное поле $K = K_n$ будет n-мерным локальным ($n \geqslant 1$), если его поле вычетов K_{n-1} является $(n-1)$-мерным локальным полем. Поскольку многие свойства сохраняются, если в качестве 0-мерного поля взять любое совершенное поле, будем рассматривать также и этот случай, называя тогда K многомерным полным полем.

Напомним основные понятия, связанные с многомерными локальными и полными полями (см. [2]).

Пусть t_n – униформизующая поля K_n относительно нормирования v_n, а t_{n-1} – единица в K_n, класс вычетов которой $\overline{t_{n-1}}$ является униформизующей в K_{n-1}, и так далее до t_1 – единицы в K_n, K_{n-1}, ..., K_2, класс вычетов которой в K_1 становится униформизующей. Набор $\overline{t} = (t_1, \dots, t_n)$ называется системой локальных параметров поля K и определяет на нем нормирование $\overline{v} = (v^{(1)}, \dots, v^{(n)})$, заданное формулами

$$v^{(k)}(a) = v_{K_k}\left(\overline{at_n^{-v^{(n)}(a)} \dots t_{k+1}^{-v^{(k+1)}(a)}}\right)$$

при $a \neq 0$ и $\overline{v}(0) = +\infty$.

Всюду далее

$$\overline{r}_k = (r_{k+1}, \dots, r_n) \ \ (0 \leqslant k \leqslant n-1), \ \ \overline{r}_0 = \overline{r}, \ \ \overline{t}_k^{\overline{r}_k} = t_{k+1}^{r_{k+1}} \dots t_n^{r_n}.$$

Кроме того, на $\mathbb{Z}^n$ используется лексикографическое упорядочивание: $\overline{r}^{(1)} < \overline{r}^{(2)}$, если при некотором $1 \leqslant k \leqslant n$ имеем $\overline{r}_k^{(1)} = \overline{r}_k^{(2)}, r_k^{(1)} < r_k^{(2)}$.

Множество $\mathcal{O} = \{a \in K : \overline{v}(a) \geqslant 0\}$ образует не зависящее от выбора локальных параметров кольцо нормирования, единственным

Ключевые слова: многомерные локальные поля, кольца, порожденные множествами сходимости, топология многомерного локального поля.

максимальным идеалом которого является $\wp = \{\, a \in \mathcal{O} \,:\, \bar{v}(a) > 0 \,\}$. Под U будем подразумевать группу единиц данного кольца.

Важнейшим инструментом для изучения многомерных локальных и полных полей является следующая структурная теорема (см. [1,6]).

1.1. Теорема. *Пусть* $K = K^{(n)}$ *– n-мерное полное поле.*
1. *Если* $\operatorname{char} K = \operatorname{char} K_0$, *то* $K \approx K_0((t_1))\dots((t_n))$.
2. *При* $\operatorname{char} K = 0, \operatorname{char} K_0 = p > 0$ *пусть* $F_0 = \operatorname{Frac}(W(K_0))$ *– поле частных кольца векторов Витта над последним полем вычетов.*

Если $\operatorname{char} K^{(s)} = 0$, $\operatorname{char} K^{(s-1)} = p > 0$, $2 \leqslant s \leqslant n$, *то K является конечным вполне разветвленным расширением поля*

$$F\{\{t_1\}\}\dots\{\{t_{s-1}\}\}((t_{s+1}))\dots((t_n)),$$

где F – конечное вполне разветвленное расширение F_0. Кроме того, K имеет конечное расширение вида

$$L\{\{T_1\}\}\dots\{\{T_{s-1}\}\}((T_{s+1}))\dots((T_n)),$$

полученное добавлением элемента, алгебраического над F_0, где L – конечное расширение F_0.
3. *Если же* $\operatorname{char} K^{(1)} = 0$, $\operatorname{char} K^{(0)} = p$, *то* $K \approx k((t_2))\dots((t_n))$, *где* $k = K^{(1)}$ *– конечное вполне разветвленное расширение F_0.*

Здесь для поля F, полного относительно дискретного нормирования w, под $F\{\{t\}\}$ подразумевается

$$F\{\{t\}\} = \left\{ \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i t^i \,:\, c_i \in F,\ w(c_i) \geqslant c > -\infty,\ \lim_{i\to-\infty} w(c_i) = +\infty \right\}$$

с нормированием $v\left(\sum\limits_{i=-\infty}^{\infty} c_i t^i\right) = \min_i w(c_i)$. Как легко видеть, оно является полным дискретно нормированным полем с полем вычетов $\bar{F}((\bar{t}))$.

§2. Множества сходимости

2.1. Определение. Число $s = s(K)$ такое, что

$$\operatorname{char} K^{(s)} = 0, \quad \operatorname{char} K^{(s-1)} = p > 0,$$

назовем инерционным числом поля K, причем в случае

$$\operatorname{char} K^{(1)} = 0, \quad \operatorname{char} K^{(0)} = p$$

положим $s(K) = 1$, а при $\operatorname{char} K = \operatorname{char} K_0$ пусть $s(K) = 0$.

Таким образом, инерционное число $s(K)$ – при нумерации полей вычетов от n до нуля номер последнего из них, сохраняющего характеристику исходного поля $K = K_n$.

Введем следующее понятие (см. [4]).

2.2. Определение. Множество мультииндексов $\Omega \subset \mathbb{Z}^n$ назовем допустимым набором, если для любого $\overline{i}_k \in \mathbb{Z}^{n-k} (1 \leqslant k \leqslant n)$ существует $I(\overline{i}_k) = I \in \mathbb{Z}$ такое, что для всех $\overline{r} \in \Omega$ из условия $\overline{r}_k = \overline{i}_k$ следует $r_k \geqslant I$. Величины

$$\omega_k(\overline{i}_k) = \sup I(\overline{i}_k)$$

будем называть характеристическими индексами допустимого набора.

По сути, $\omega_k(\overline{r}_k)$ – наименьшее значение r_k, для которого в Ω входит мультииндекс с окончанием $\overline{r}_k$ (в противном случае $\omega_k(\overline{r}_k) = +\infty$).

Выберем B – полную систему представителей ненулевых элементов K_0 в K, и $\overline{t}$ – систему локальных параметров. Тогда (см. [2], [5]) любой элемент поля K, отличный от нуля, представим в виде ряда

$$a = \sum_{\overline{r} \in \Omega^a} a_{\overline{r}} \overline{t}^{\overline{r}}, \quad a_{\overline{r}} \in B,$$

где Ω^a – допустимый набор, причем B можно выбрать так, что данное представление будет однозначно. Можно также записать

$$a = \sum_{\overline{r}_k \in \Omega_k^a} a_{\overline{r}_k} \overline{t}_k^{\overline{r}_k}, \quad 0 \leqslant k \leqslant n-1,$$

где $\Omega_k^a \subset \mathbb{Z}^{n-k}$ – допустимый набор.

Обозначив $\omega_k^a(\overline{r}_k)$ характеристические индексы элемента a, имеем

$$\begin{aligned} &a \in \mathcal{O} \Leftrightarrow \omega_k^a(\overline{0}_k) \geqslant 0, \quad k = \overline{n;1}, \\ &a \in \wp \Leftrightarrow \omega_k^a(\overline{0}_k) \geqslant 0, \quad k = \overline{n;2}, \quad \omega_1^{(a)}(\overline{0}_1) \geqslant 1, \\ &a \in U \Leftrightarrow \omega_k^a(\overline{0}_k) = 0, \quad k = \overline{n;1}. \end{aligned}$$

Как легко видеть, $a_{\omega_k(\overline{r}_k)\overline{r}_k} \neq 0$, причем индекс $r_k = \omega_k^a(\overline{r}_k)$ – наименьший из обладающих данным свойством, и $\omega_k^a(\overline{r}_k) = +\infty$ тогда и только тогда, когда коэффициент при $\overline{t}_k^{\overline{r}_k}$ нулевой.

Пусть Ω^a и Ω^b – допустимые наборы элементов $a, b \in K$. Тогда (см. [5]) верны соотношения

$$\omega_k^{a+b}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{\bar{i}_k \leqslant \bar{r}_k} (\omega_k^a(\bar{i}_k), \omega_k^b(\bar{i}_k)),$$

$$\omega_k^{ab}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{\bar{i}_k + \bar{j}_k \leqslant \bar{r}_k} (\omega_k^a(\bar{i}_k) + \omega_k^b(\bar{j}_k)) \quad (k = \overline{n;1})$$

(при $k = n$ подразумевается отсутствие соответствующего аргумента и условия на индексы).

Кроме того, если хоть одно из $a_{\bar{r}_k}, b_{\bar{r}_k}$ отлично от нуля, выполнено неравенство $\omega_k^{a+b}(\bar{r}_k) \geqslant \inf(\omega_k^a(\bar{r}_k), \omega_k^b(\bar{r}_k))$, а при $\omega_k^a(\bar{r}_k) \neq \omega_k^b(\bar{r}_k)$ равенство $\omega_k^{a+b}(\bar{r}_k) = \inf(\omega_k^a(\bar{r}_k), \omega_k^b(\bar{r}_k))$.

В случае стандартного поля данные формулы можно уточнить.

Пусть $s = s(K)$ – инерционное число. Тогда при $k < s$ имеем

$$\begin{aligned} &\omega_k^{a+b}(r_{k+1}, \ldots, r_s, \ldots, r_n) \\ &\qquad \geqslant \inf_{i_s \leqslant r_s} (\omega_k^a(r_{k+1}, \ldots, i_s, \ldots, r_n), \omega_k^b(r_{k+1}, \ldots, i_s, \ldots, r_n)), \\ &\omega_k^{ab}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{\substack{i_l + j_l = r_k, l \neq s \\ i_s + j_s \leqslant r_s}} (\omega_k^a(\bar{i}_k) + \omega_k^b(\bar{j}_k)), \end{aligned}$$

а для $k \geqslant s$ верно

$$\omega_k^{a+b}(\bar{r}_k) \geqslant \inf(\omega_k^a(\bar{r}_k), \omega_k^b(\bar{r}_k)),$$

$$\omega_k^{ab}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{\bar{i}_k + \bar{j}_k = \bar{r}_k} (\omega_k^a(\bar{i}_k) + \omega_k^b(\bar{j}_k)).$$

На многомерных полях удобна не топология дискретного нормирования (в ней ряды, определяющие элементы многомерного поля, могут расходиться), а так называемая топология Паршина (см. [8]), в которой все эти ряды сходятся. Она определяется рекурсивно с помощью топологий полей вычетов (см. [3] и [2]).

Для конечного расширения многомерных полных полей топология Паршина подполя совпадает с топологией, индуцированной надполем, а топология подполя единственным образом продолжается на надполе. Ввиду структурной теоремы это сводит вопросы сходимости к стандартным полям вида $F\{\{t_1\}\} \ldots \{\{t_{s-1}\}\}((t_{s+1})) \ldots ((t_n))$ (мы включаем сюда также вырожденные случаи $s(K) = 1$ и $s(K) = 0$).

На многомерные поля можно обобщить некоторые результаты, связанные с различными вариантами символа Гильберта (см. [9,10]). При этом возникают степенные ряды с коэффициентами из кольца целых, значение которых вычисляется при подстановке вместо переменной элемента максимального идеала. В топологии Паршина данные ряды могут расходиться. Поскольку рекурсивное определение топологии неудобно для практического применения, необходимы признаки сходимости, опирающиеся на явные свойства элементов.

В [5] доказаны критерий бесконечно малой и достаточное условие сходимости ряда.

2.3. Теорема. *Последовательность* $\{a^{(m)}\}_{m\geqslant 1}$ *является бесконечно малой тогда и только тогда, когда*
1. *для* $k=\overline{n;2}$ *при всех* $\bar r_k$ *имеем*

$$R_k(\bar r_k)=\inf_m(\omega_k^{a^{(m)}}(\bar r_k))>-\infty,$$

2. *при всех* $\bar r_1$ *имеем*

$$R_1(\bar r_1)=\lim_{m\to+\infty}\omega_1^{a^{(m)}}(\bar r_1)=+\infty.$$

2.4. Теорема. *Пусть* $c(X)=\sum\limits_{m\geqslant 0}c^{(m)}X^m\in K[[X]], x\in K$. *Следующая совокупность условий является достаточной для сходимости* $c(X)$ *к элементу* $c(x)$ *при подстановке вместо* X *элемента* x:
1. *для* $k=\overline{n;2}$ *при всех* $\bar r_k$ *имеем*

$$R_k(\bar r_k)=\inf_m\inf_{\bar i_k+\bar i_k^{(1)}+\cdots+\bar i_k^{(m)}\leqslant\bar r_k}(\omega_k^{c^{(m)}}(\bar i_k)+\omega_k^x(\bar i_k^{(1)})+\cdots+\omega_k^x(\bar i_k^{(m)}))>-\infty,$$

2. *при всех* $\bar r_1$ *имеем*

$$R_1(\bar r_1)=\lim_{m\to+\infty}\inf_{\bar i_1+\bar i_1^{(1)}+\cdots+\bar i_1^{(m)}\leqslant\bar r_1}(\omega_1^{c^{(m)}}(\bar i_1)+\omega_1^x(\bar i_1^{(1)})+\cdots+\omega_1^x(\bar i_1^{(m)}))=+\infty.$$

В работе [4] введено удобное понятие множества сходимости и доказан критерий такого множества.

2.5. Определение. Множество $A\subset K$ назовем множеством сходимости, если любой степенной ряд $c(X)=\sum\limits_{m\geqslant 1}c^{(m)}X^m\in A[[X]]$ сходится при подстановке вместо X произвольного элемента максимального идеала $\wp$.

2.6. Теорема. $A\subset K$ *является множеством сходимости тогда и только тогда, когда для* $k=\overline{n;1}$ *при всех* $\bar r_k$ *имеем*

$$\omega_k^A(\bar r_k)=\inf_{a\in A}\omega_k^a(\bar r_k)>-\infty.$$

Величины $\omega_k^A(\bar{r}_k)$ будем называть характеристическими индексами множества сходимости A.

§3. Кольца, порожденные множеством сходимости

В [10] сконструированы подкольца кольца целых многомерного полного поля, которые являются кольцами сходимости, и над этими кольцами построены формальные группы Любина–Тейта. Однако если множество сходимости не является кольцом, формальные группы над ним неудобны.

Зададимся следующим вопросом. Пусть K – стандартное поле, A – множество сходимости. Будут ли конечные суммы и произведения элементов A принадлежать некоторому (не обязательно тому же) множеству сходимости?

Для произвольных $a_1, \dots, a_q \in A$ имеем соотношение характеристических индексов их суммы: при $k \geqslant s$ верно

$$\omega_k^{a_1+\dots+a_q}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{1 \leqslant \alpha \leqslant q}(\omega_k^{a_\alpha}(\bar{r}_k)) \geqslant \omega_k^A(\bar{r}_k),$$

а для $k < s$ имеем

$$\omega_k^{a_1+\dots+a_q}(r_{k+1}, \dots, r_s, \dots, r_n) \geqslant \inf_{\omega_s^A(\bar{r}_s) \leqslant i_s \leqslant r_s}(\omega_k^A(r_{k+1}, \dots, i_s, \dots, r_n)).$$

Заметим, что величины, ограничивающие индексы снизу, не зависят ни от самих слагаемых, ни от их количества, то есть, все конечные суммы элементов из множества сходимости A принадлежат некоему множеству сходимости, которое является группой по сложению. В качестве такого множества можно взять $\widetilde{A}$ – всевозможные ряды вида

$$\sum_{\bar{r} \in \widetilde{\Omega}} a_{\bar{r}} \bar{t}^{\bar{r}}, \quad a_{\bar{r}} \in B \cup \{0\},$$

где B – полная система представителей ненулевых элементов K_0 в K, а допустимый набор $\widetilde{\Omega}$ состоит из всех мультииндексов, удовлетворяющих условиям $r_k \geqslant \omega_k^{\widetilde{A}}(\bar{r}_k) = \inf_{\omega_s^A(\bar{r}_s) \leqslant i_s \leqslant r_s}(\omega_k^A(r_{k+1}, \dots, i_s, \dots, r_n))$ при $k < s$ и $r_k \geqslant \omega_k^{\widetilde{A}}(\bar{r}_k) = \omega_k^A(\bar{r}_k)$ при $k \geqslant s$.

Итак, конечные суммы элементов произвольного множества сходимости лежат в некотором (вообще говоря, другом) множестве сходимости.

Ясно, что с произведением это не так: если $A \not\subset \mathcal{O}$, а значит, существует элемент $a \in A$ такой, что $\omega_k^a(\overline{0}_k) < 0$ при некотором k, уже его степени не лежат ни в одном множестве сходимости.

Как показано в [9], любое множество сходимости представляется в виде $A = \bar{T}^{\bar{R}}G$, где G – множество сходимости, лежащее в кольце целых (то есть, $\omega_k^G(\overline{0}_k) \geqslant 0$, $k = \overline{n;1}$).

Далее G будет множеством сходимости данного вида. Очевидно, что тогда $G \subset \widetilde{G} \subset \mathcal{O}$.

Соотношение характеристических индексов произведения элементов $a_1, \ldots, a_q \in G$ имеет вид

$$\omega_k^{a_1\ldots a_q}(\bar{r}_k) \geqslant \inf_{\substack{k+1\leqslant l\leqslant n\\ i_l^{(1)}+\cdots+i_l^{(q)}=r_l, l\neq s\\ i_s^{(1)}+\cdots+i_s^{(q)}\leqslant r_s}} (\omega_k^{a_1}(\bar{i}_k^{(1)}) + \cdots + \omega_k^{a_q}(\bar{i}_k^{(q)}))$$

(в случае $k \geqslant s$ неравенство $i_s^{(1)} + \cdots + i_s^{(q)} \leqslant r_s$ не влияет на результат).

По условию $i_l^{(\alpha)} \geqslant \omega_l^G(\bar{i}_l^\alpha)$. Очевидно, что $\omega_n^{a_1\ldots a_q} \geqslant 0$. Введем обозначение $\widehat{\omega}_n^G = 0$.

Обозначим q_n количество ненулевых индексов i_n, по которым проводится перебор, и занумеруем их первыми. Поскольку $i_n^{(1)} + \cdots + i_n^{(q)} \leqslant r_n$ и $\omega_n^G \geqslant 0$, имеем $0 \leqslant q_n \leqslant r_n$, причем для $1 \leqslant \alpha \leqslant q_n$ индексы удовлетворяют условиям $1 \leqslant i_n^{(\alpha)} \leqslant r_n$ и $i_{n-1}^\alpha \geqslant \inf\limits_{1\leqslant i_n\leqslant r_n} \omega_{n-1}(i_n) = \widetilde{\omega}_{n-1}(r_n)$. Если же $\alpha > q_n$, имеем $i_n^{(\alpha)} = 0, i_{n-1}^{(\alpha)} \geqslant \omega_{n-1}(0) \geqslant 0$.

Следовательно,

$$\begin{aligned}\omega_{n-1}^{a_1\ldots a_q}(r_n) \geqslant \inf_{i_n^{(1)}+\cdots+i_n^{(q)}\leqslant r_n} &(\omega_{n-1}^{a_1}(i_n^{(1)}) + \cdots + \omega_{n-1}^{a_{n-1}}(i_n^{(q)}))\\ &\geqslant q_n\widetilde{\omega}(r_n) \geqslant r_n \inf(0, \widetilde{\omega}_{n-1}(r_n)).\end{aligned}$$

Итак, для $\widehat{\omega}_{n-1}^G(r_n) = r_n \inf(0, \widetilde{\omega}_{n-1}(r_n))$ верно $\omega_{n-1}^{a_1\ldots a_q}(r_n) \geqslant \widehat{\omega}_{n-1}^G(r_n)$. Далее

$$\begin{aligned}&\omega_{n-2}^{a_1\ldots a_q}(r_{n-1}, r_n)\\ &\qquad\geqslant \inf_{\substack{i_n^{(1)}+\cdots+i_n^{(q)}\leqslant r_n\\ i_{n-1}^{(1)}+\cdots+i_{n-1}^{(q)}\leqslant r_{n-1}}} (\omega_{n-2}^{a_1}(i_{n-1}^{(1)}, i_n^{(1)}) + \cdots + \omega_{n-2}^{a_{n-1}}(i_{n-1}^{(q)}, i_n^{(q)})).\end{aligned}$$

Как мы знаем, $\widehat{\omega}^G_{n-1}(r_n) \leqslant i^{(1)}_{n-1} + \dots + i^{(q)}_{n-1} \leqslant r_{n-1}$. Это означает, что

$$\inf(0, \widetilde{\omega}_{n-1}(r_n)) \leqslant i^{(\alpha)}_{n-1} \leqslant r_{n-1} - \widehat{\omega}^G_{n-1}(r_n), \quad 1 \leqslant \alpha \leqslant q.$$

Кроме того, если q_{n-1} – количество ненулевых (то есть, положительных) индексов $i^{(\alpha)}_{n-1}$, соответствующих нулевым $i^{(\alpha)}_n$, то

$$q_{n-1} \leqslant r_{n-1} - \widehat{\omega}^G_{n-1}(r_n).$$

Таким образом, среди пар индексов, по которым берется оценка, ненулевых не более некоторого числа, зависящего лишь от r_{n-1}, r_n, а не от $a_1, \dots, a_q$. Более того, варианты ненулевых пар тоже не зависят от выбора множителей. Учитывая, что $\omega_{n-2}(0,0) \geqslant 0$, получаем

$$\omega^{a_1 \dots a_q}_{n-2}(r_{n-1}, r_n) \geqslant \widehat{\omega}^G_{n-2}(r_{n-1}, r_n) > -\infty.$$

Продолжая рассуждение, видим, что каждый раз возникает лишь конечное не зависящее от q и $a_1, \dots, a_q$ число ненулевых мультииндексов, дающих возможность брать предыдущий индекс отрицательным, а это означает, что и далее ненулевых добавляется конечный не зависящий от q и $a_1, \dots, a_q$ набор – то есть, $\omega^{a_1 \dots a_q}_k(\bar{r}_k) \geqslant \widehat{\omega}^G_k(\bar{r}_k)$ при всех $\bar{r}_k$.

Итак, по любому множеству сходимости $G \subset \mathcal{O}$ мы построили кольцо сходимости $\widehat{G}$ такое, что $G \subset \widehat{G} \subset \mathcal{O}$.

3.1. Определение. Пусть A – множество сходимости. Наименьшее по включению кольцо сходимости, содержащее A, будем называть кольцом сходимости, порожденным A, и обозначать $\widehat{A}$.

Мы доказали следующий критерий.

3.2. Теорема. *Пусть A – множество сходимости. Оно порождает кольцо сходимости $\widehat{A}$ тогда и только тогда, когда $A \subset \mathcal{O}$. В этом случае $\widehat{A} \subset \mathcal{O}$.*

Список литературы

1. И. Б. Жуков, *Структурная теорема для полных полей.* — Труды Санкт-Петерб. мат. общ., **3** (1994), 215–234.
2. И. Б. Жуков, А. И. Мадунц, *Многомерные полные поля: топология и другие основные понятия.* — Труды Санкт-Петерб. мат. общ., **3** (1994), 4–46.
3. И. Б. Жуков, А. И. Мадунц, *Аддитивные и мультипликативные разложения в многомерных локальных полях.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **272** (2000), 186–196.

4. А. И. Мадунц, *Множества сходимости многомерного полного поля.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **492** (2020), 125–133.
5. А. И. Мадунц, *Сходимость последовательностей и рядов в многомерных полных полях.* — Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Санкт-Петербург (1995), 1–14.
6. А. Н. Паршин, *Абелевы накрытия арифметических схем.* — Доклад АН СССР. Сер. мат., **243** (1978), 855–858.
7. А. Н. Паршин, *К арифметике двумерных схем. 1. Распределения и вычеты.* — Изв. АН СССР. Сер. мат., **40** (1976), 736–773.
8. А. Н. Паршин, *Локальная теория полей классов.* — Труды МИАН, **165** (1984), 143–170.
9. А. И. Мадунц, *Классификация обобщенных формальных групп Любина–Тейта над многомерными локальными полями.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **405** (20170), 91–97.
10. А. И. Мадунц, С. В. Востоков, Р. П. Востокова, *Формальные группы над подкольцами кольца целых многомерного локального поля.* — Вестник С.-Петерб. ун-та. Мат. Мех. Астр., **6**, No. 1 (2019), 88–97.

Madunts A. I. Rings generated by convergence sets of a multidimensional complete field.

In this paper, we study the convergence sets of a multidimensional complete field, that is, a set with the property that all power series over it converge when substituting an element of the maximal ideal for a variable. In particular, it is proved that the convergence set lies in the ring of integers if and only if it is contained in some convergence ring.

С.Петербургский
государственный университет
Университетская наб., д. 7/9
199034 Санкт-Петербург, Россия
E-mail: madunts@mail.ru

Поступило 29 января 2021 г.