УДК 519.17

Структура ориентированных лесов минимального веса: алгебры подмножеств множества вершин. Буслов В. А. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 5–30.

Построена вложенная система алгебр подмножеств множества вершин взвешенного орграфа и исследованы свойства остовных минимальных лесов при сужении их на атомы соответствующих алгебр.

Библ. – 9 назв.

УДК 519.174.7

О правильных 3-раскрасках ребер кубического графа. Карпов Д. В. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 31–48.

В работе изучаются *определяющие* множества рёбер кубического графа (то есть, множества рёбер, 3-раскраска которых однозначно задает правильную 3-раскраску всех рёбер графа). В кубическом графе с $3n$ рёбрами доказано существование определяющего множества из n рёбер. В трёхсвязном кубическом плоском графе с $3n$ рёбрами, каждая грань которого имеет не более чем d вершин, доказано существование определяющего множества из не более чем $n - \frac{n-2d+3}{3d-8}$ ребер. В обоих случаях описан алгоритм построения определяющего множества.

Для связного кубического графа с $3n$ рёбрами строится такая серия многочленов над $\mathbb{F}_3$ от $n+1$ переменных, что отличие от тождественного 0 любого из них эквивалентно наличию правильной 3-раскраски рёбер.

В заключение статьи доказывается, что связный кубический мультиграф G на $2n$ вершинах имеет не более чем $3 \cdot 2^n$ правильных 3-раскрасок рёбер. Эта оценка – точная. В случае, когда G имеет не более чем одну пару кратных рёбер, доказано, что G имеет не более чем $9 \cdot 2^{n-2}$ правильных 3-раскрасок рёбер.

Библ. – 6 назв.

УДК 519.173.2

Об изображении 2-планарного графа на плоскости. Карпов Д. В. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 49–65.

В статье доказано, что любой рёберно $(2k+1)$-связный k-планарный граф можно изобразить на плоскости так, чтобы любая пара пересекающихся рёбер в этом изображении пересекалась ровно в одной точке. Доказано, что любой 2-планарный граф можно изобразить так, что любые два пересекающихся ребра не имеют общих концов и пересекаются ровно в одной точке. Кроме того, доказано, что любой 2-планарный граф имеет надграф на том же множестве вершин, который можно изобразить так, чтобы для любой вершины в циклическом порядке выходов ее рёбер среди каждых трёх последовательных рёбер было не менее одного простого ребра. (Ребро называется простым, если оно не пересекает никакое другое ребро в этом изображении).

Библ. – 5 назв.

УДК 519.17+519.83

Клики и конструкторы в игре "Hats". I. Кохась К. П., Латышев А. С. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 66–96.

Мы рассматриваем следующий общий вариант детерминированной игры "Hats". В вершинах графа находятся мудрецы, на k-го мудреца надевают шляпы одного из $h(k)$ возможных цветов. Каждый мудрец видит шляпы мудрецов в соседних вершинах, но не видит свою. Любые формы взаимодействия исключены. Каждый мудрец высказывает догадку, шляпа какого цвета надета на нем. Цель мудрецов состоит в том, чтобы хотя бы один из них угадал.

В этой статье мы выясняем вопрос, на каких функций $h(k)$ мудрецы выигрывают на полных гафах и на циклах, и развиваем "теорию конструкторов" – набор теорем, позволяющих строить новые выигрышные для мудрецов графы из уже имеющихся. Для игры Hats на 4-цикле мы описываем эквивалентную игру "Шах ладьей" и приводим ее полное исследование.

Библ. – 11 назв.

УДК 519.17+519.83

Клики и конструкторы в игре "Hats". II. Кохась К. П., Латышев А. С., Ретинский В. И. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 97–118.

Мы рассматриваем следующий общий вариант детерминированной игры "Hats". В вершинах графа находятся мудрецы, на k-го мудреца надевают шляпы одного из $h(k)$ возможных цветов. Каждый мудрец видит шляпы мудрецов в соседних вершинах, но не видит свою. Любые формы взаимодействия исключены. Каждый мудрец высказывает догадку, шляпа какого цвета надета на нем. Цель мудрецов состоит в том, чтобы хотя бы один из них угадал.

В этой статье мы приводим явные стратегии, с помощью которых мудрецы выигрывают на полных графах и анализируем игру на почти полных графах. Мы также приводим набор теорем, позволяющих строить новые выигрышные для мудрецов графы из уже имеющихся.

Библ. – 9 назв.

УДК 519.173.2+519.175.3

Перечисление помеченных и непомеченных гамильтоновых циклов в полных k-дольных графах. Краско Е. С., Лабутин И. Н., Омельченко А. В. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 119–142.

Статья посвящена перечислению помеченных и непомеченных гамильтоновых циклов в полных n-дольных графах $K_{d,d,\ldots,d}$, в каждой доле которых содержится ровно d вершин. В работе получены рекуррентные соотношения, позволяющие подсчитать точное количество $b_n^{(d)}$ таких графов для произвольных значений параметров n и d.

Библ. – 14 назв.

УДК 519.173.1

О вершинах степени 6 минимального и минимального по стягиванию 6-связного графа. Пастор А. В. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 143–167.

В работе исследуются вершины степени 6 минимального и минимального по стягиванию 6-связного графа, то есть 6-связного графа, который теряет 6-связность как при удалении, так и при стягивании любого ребра. В работе доказано, что если вершины x и z такого графа смежны, имеют степень 6 и не имеют других смежных вершин степени 6, то вершины x и z имеют хотя бы 4 общих смежных. Более того, в этом случае дается детальное описание окрестности множества $\{x, z\}$. Также в работе построена бесконечная серия примеров минимальных и минимальных по стягиванию 6-связных графов, в которых доля вершин степени 6 составляет $\frac{11}{17}$.

Библ. – 21 назв.

УДК 519.176

Задача Эрдёша–Хайнала для 3-графов. Черкашин Д. Д. — В кн.: Комбинаторика и теория графов. XI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 488), СПб., 2019 , с. 168–176.

Пусть $m(n,r)$ – минимальное число ребер в n-однородном гиперграфе, который не может быть правильно раскрашен в r-цветов.

Широкая история задачи освещена в обзоре Райгородского и Шабанова. Известно, что для фиксированного n последовательность

$$\frac{m(n,r)}{r^n}$$

имеет предел.

Единственным тривиальным случаем является $n = 2$, в котором $m(2,r) = \binom{r+1}{2}$. Эта заметка посвящена случаю $n = 3$. Мы сравниваем имеющиеся методы, а затем улучшаем нижнюю оценку.

Библ. – 11 назв.