УДК 512.816.2, 530.145

Глобальный индикатор классичности произвольной $\boldsymbol{N}$-уровневой квантовой системы. Абгарян В., Хведелидзе А., Торосян А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 5–23.

Принято считать, что отклонение квазивероятностного распределения Вигнера квантового состояния от истинно статистического распределения указывает на неклассичность состояния. Следуя этой идеологии, мы вводим глобальный индикатор $\mathcal{Q}_N$ для количественной оценки степени соответствия "классичности-квантовости" в виде функционала, заданного на пространстве орбит $\mathcal{O}[\mathfrak{P}_N]$ присоединенного действия группы $SU(N)$ на пространстве состояний $\mathfrak{P}_N$ N-уровневой квантовой системы. Индикатор $\mathcal{Q}_N$ определен как относительный объем подпространства $\mathcal{O}[\mathfrak{P}_N^{(+)}] \subset \mathcal{O}[\mathfrak{P}_N]$, где квазивероятностное распределение Вигнера положительно. Алгебраическая структура $\mathcal{O}[\mathfrak{P}_N^{(+)}]$ раскрывается и иллюстрируется на примере кубита ($N = 2$) и кутрита ($N = 3$). Для ансамбля Гильберта–Шмидта кутритов найдена зависимость глобального индикатора $\mathcal{Q}_N$ от параметра пространства модулей квазивероятностного распределения Вигнера.

Библ. – 15 назв.

УДК 512.772.7, 511.381, 512.622

Умножение и деление на эллиптических кривых, точки кручения и корни модулярных уравнений. Адлай С. Ф. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 24–57.

Выразив отношение длины лемнискаты Бернулли к длине описывающей её концентрической окружности, как величину, обратную арифметико-геометрическому среднему чисел 1 и $\sqrt{2}$, Гаусс записал в своём дневнике 30 мая 1799 года, что тем самым зарождается "совершенно новая область анализа". Однако, вплоть до наших дней, изучение эллиптических функций (и кривых) основывается на двух традиционных подходах (а именно, на подходах Якоби и Вейерштрасса), а не на одном объединяющим подходе. Замена искусственной дихотомии методологически обоснованным объединяющим подходом не только способствует яркому переосмыслению классических результатов, но и

позволяет проводить новые вычисления, которые казались либо недосягаемыми, либо чрезмерно громоздкими для осуществления. Мы выведем легко проверяемые явные формулы для проведения высокоэффективной арифметики на комплексных проективных эллиптических кривых. Также установив явную связь между вычислением корней модулярного уравнения уровня p с вычислением точек p-кручения на соответствующей эллиптической кривой, мы вновь выведем на свет непревзойдённый и далеко не полностью оценённый, исключительный вклад Галуа.

Библ. – 19 назв.

УДК 512.5

Еще раз о коммутаторах относительных и настоящихэлементарных групп. Вавилов Н., Дзухонг Чжанг — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 58–71.

Пусть R произвольное ассоциативное кольцо с 1, $n \geqslant 3$, и пусть A, B двусторонние идеалы R. В настоящей статье мы доказываем, что как группа относительный коммутант $[E(n,R,A), E(n,R,B)]$ порожден элементами двух следующихтипов:

1) $z_{ij}(ab,c)$ и $z_{ij}(ba,c)$,

2) $[t_{ij}(a), t_{ji}(b)]$, где $1 \leqslant i \neq j \leqslant n$, $a \in A$, $b \in B$, $c \in R$.

Более того, для образующих второго типа достаточно зафиксировать какую-то одну пару индексов (i,j). Этот результат является одновременно и гораздо более сильным и гораздо более общим, чем предшествующие результаты Рузби Хазрата и авторов. В частности, из него вытекает, что для всех ассоциативных колец выполняется равенство $\big[E(n,R,A), E(n,R,B)\big] = \big[E(n,A), E(n,B)\big]$. Для колец удовлетворяющих каким-то дальнейшим условиям коммутативности из него можно вывести большое количество дальнейших следствий в таком духе.

Библ. – 36 назв.

УДК 515.164.2

Комбинаторная формула для произведений ψ-классов Концевича. Гордон И., Панина Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 72–77.

Диагональные комплексы доставляют симплициальную модель тавтологического расслоения Концевича над $\mathcal{M}_{g,n}$. Локальная комбинаторная формула для первого класса Черна дает комбинаторную формулу для ψ-классов (то есть, первых классов Черна тавтологических расслоений). В настоящей статье мы выводим формулу для произвольных мономов от ψ-классов.

Библ. – 5 назв.

УДК 519.682.6, 517.95, 521.3

Landau: язык для динамических систем с автоматическим дифференцированием. Долгаков И., Павлов Д. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 78–89.

Несмотря на наличие множества средств для автоматического дифференцирования, ни одно из них не является практически применимым для моделирования динамических систем. "Landau" – это неполный по Тьюрингу, статически типизированный проблемно-ориентированный язык, созданный с целью заполнить этот пробел. Неполнота по Тьюрингу открывает возможности для продвинутого синтаксического анализа и, в конечном итоге, генерации оптимизированного кода. Синтаксис языка поддерживает объявление функций, циклы for с известными на момент компиляции пределами, конструкции ветвления if/else, переменные и массивы действительных чисел, а также возможность избирательно опускать вычисление пренебрежимо малых значений производных. Несмотря на ограничения, язык достаточно выразителен для удобного задания и дифференцирования любого выражения.

Библ. – 12 назв.

УДК 519.165, 517.938

Рандомизированное преобразование Шютценберже и вычисление копереходных вероятностей центрального процесса на трехмерном графе Юнга. Дужин В., Васильев Н. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 90–106.

Размерности двумерных диаграмм Юнга могут быть вычислены с помощью знаменитой формулы крюков. К сожалению, в трёхмерном

случае аналогичная формула неизвестна. Предлагается подход для вычисления оценок размерностей трёхмерных диаграмм Юнга, также известных как плоские разбиения.

Наибольшую сложность в данной задаче представляет вычисление копереходных вероятностей центрального марковского процесса. В статье описывается алгоритм для приближённого вычисления таких вероятностей. Этот алгоритм генерирует множество случайных путей к заданной диаграмме. В случае, когда сгенерированные пути распределены равномерно, доля путей, проходящих через определённое ребро, даёт приближённое значение соответствующей копереходной вероятности. Как показали численные эксперименты, случайный генератор, основанный на специальной рандомизации преобразования Шютценберже, позволяет получать значения копереходных вероятностей с высокой точностью. Также предложен метод построения трёхмерных диаграмм Юнга с очень большими размерностями.

Библ. – 14 назв.

УДК 512.547.2:530.145.1

Алгоритм построения неприводимых разложений перестановочных представлений сплетений конечных групп. Корняк В. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 107–139.

Описывается алгоритм разложения на неприводимые компоненты перестановочных представлений сплетений конечных групп. В основе алгоритма лежит построение полного множества взаимно ортогональных операторов проектирования в неприводимые инвариантные подпространства гильбертова пространства рассматриваемого представления. В конструктивных моделях квантовой механики инвариантные подпространства представлений сплетений описывают состояния многокомпонентных квантовых систем. Предлагаемый алгоритм использует методы компьютерной алгебры и вычислительной теории групп. Реализация алгоритма на языке Си способна строить разложения на неприводимые компоненты представлений сплетений высоких размерностей и рангов. Приводятся примеры таких вычислений.

Библ. – 15 назв.

УДК 512.7, 519.688

О вычислении группы автоморфизмов гиперэллиптических кривых. Малых М. Д., Севастьянов Л. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 140–154.

Предложен алгоритм отыскания группы бирациональных автоморфизмов гиперэллиптической кривой $y^2 = p(x)$, $p \in \mathbb{Q}[x]$, над полем комплексных чисел, основанный на разложениях в степенные ряды. Представлена реализация этого алгоритма в системе компьютерной алгебры Sage, приведены примеры. Проделанные численные эксперименты свидетельствуют о том, что этот алгоритм не приводит к неожиданно чрезмерно сложным вычислениям. Формат представления группы позволяет применять для ее исследования инструменты для работы с конечными группами малого порядка, встроенные в Sage.

Библ. – 18 назв.

УДК 512.816.2

Параметризация класса сопряженности специальной линейной группы Ли. Палий Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 155–175.

Для локального описания слоения группы $SL(n)$ на классы сопряженности, как и описания слоения пространства $\mathfrak{sl}^*(n)$ на коприсоединенные орбиты, требуется введение параметров на классе сопряженности (коприсоединенной орбите). В предположении, что параметры являются рациональными функциями естественных координат (матричных элементов) на $SL(n)$, задача сводится к решению системы линейных уравнений. Последняя возникает из требования инвариантости параметров относительно сдвигов вдоль векторных полей, нормальных к классу сопряженности. Аналогичным образом решается задача параметризации коприсоединенных орбит в $\mathfrak{sl}^*(n)$ при использовании базиса Картана–Вейля для $\mathfrak{sl}(n)$. Присоединенное действие является дифференциалом сопряженного действия. Как следствие, параметры на классах сопряженности и коприсоединенных орбитах связаны преобразованием, задаваемым отображением алгебры $\mathfrak{sl}(n)$ в группу $SL(n)$. В качестве примеров рассмотрены группы $SL(3)$, $SL(4)$.

Библ. – 13 назв.

УДК 512.732+512.736

Одна короткая точная последовательность. Панин И. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 176–186.

Пусть R – это полулокальная Дедекиндова область целостности и K – ее поле частных. Пусть $\mu : G \to T$ – это морфизм редуктивных групповых R-схем, гладкий как схемный морфизм. Предположим, что T – это R-тор. Тогда гомоморфизм $T(R)/\mu(G(R)) \to T(K)/\mu(G(K))$ инъективен и справедлива некоторая теорема чистоты. Эти и другие результаты выводятся из расширенной формы гипотезы Гротендика–Серра, доказанной в настоящей статье для указанных выше колец R.

Библ. – 21 назв.

УДК 517.289, 517.923, 517.926

Системы ОДУ первого порядка, порождающие конфлюэнтные уравнения Гойна. Салатич А. А., Славянов С. Ю., Стесик О. Л. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 485), СПб., 2019, с. 187–194.

Рассматривается взаимосвязь линейных уравнений второго порядка, являющимися конфлюэнтными уравнениями Гойна: биконфлюэнтным и триконфлюэнтным и линейных систем уравнений первого порядка, генерирующих уравнения Пенлеве. Процесс генерации физически интерпретируется как антиквантование. Технически исследование содержит алгебраические действия с полиномами. Сложность таких вычислений зачастую требует использования систем компьютерной алгебры.

Библ. – 13 назв.