УДК 512.5

В направлении обратного разложения унипотентов. II. Относительный случай. Вавилов Н. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 5–22.

Недавно Раймунд Пройссер получил очень короткие полиномиальные выражения элементарных образующих классических групп над произвольным коммутативным кольцом R как произведений элементарных сопряженных произвольной обратимой матрицы и ее обратной. В частности, это дает очень короткое доказательство стандартного описания нормальных подгрупп. В Зап. научн. семин. ПОМИ **470** (2018), 21–37, я сформулировал обобщения этих результатов на исключительные группы, в особенности группы типов E_6 и E_7. Здесь я начинаю обсуждать еще одну вариацию замечательной идеи Пройссера. А именно, в случае $\mathrm{GL}(n, R)$, $n \geqslant 4$, я получаю аналогичное выражение элементарных трансвекций как сопряженных с $g \in \mathrm{GL}(n, R)$ и g^{-1} при помощи *относительных* элементарных матриц $x \in E(n, J)$, а затем $x \in E(n, R, J)$, для идеала $J \trianglelefteq R$. Снова, это дает, в частности, очень короткие доказательства описания подгрупп, нормализуемых $E(n, J)$ или $E(n, R, J)$ – и, тем самым, также субнормальных подгрупп в $\mathrm{GL}(n, R)$.

Библ. – 36 назв.

УДК 51.092

Российский след в семейной истории и творчестве Александра Гротендика. Гаврилович М., Пименов К., Волк Е. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 23–44.

В этой заметке на основе архивных документов мы представляем новые факты о жизни отца Александра Гротендика в России и его анархистской деятельности. Нам удалось установить настоящее имя, данное при рождении Александру Петровичу Шапиро и с достоверностью установить, что у него было не менее трех братьев. Кроме того, мы выяснили судьбу старшего сына А. П. Шапиро, Давида Александровича, и установили контакт с его дочерью. В середине 90-х годов Д. А. Шапиро надиктовал ей несколько страниц воспоминаний о своих родителях, где рассказал настоящее имя своего отца, бабушки, историю знакомства родителей и другие сведения, которые знал со слов матери, выдержки из которых приведены в тексте.

Библ. – 29 назв.

УДК 512.5

Когомологии алгебр диэдрального типа. V. Генералов А. И. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 45–54.

Получено описание (в терминах образующих и соотношений) алгебр Йонеды для серии локальных алгебр диэдрального типа (из известной классификации К. Эрдманн).

Библ. – 21 назв.

УДК 512.5

О вложениях свободной группы в группу бесконечных унитреугольных целочисленных матриц. Генералов А. И., Миронов А. С. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 55–58.

С помощью пинг-понг леммы доказывается свободность некоторых 2-порожденных подгрупп в группе бесконечных унитреугольных матриц над кольцом целых чисел. При этом получаются аналоги известных результатов В. Голубовского (2003).

Библ. – 1 назв.

УДК 514.762.34

Гладкая аффинная модель спектра пучков оснащённых соответствий. Дружинин А. Э. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 59–71.

Мы строим мотивно-эквивалентную модель для спектра предпучков оснащённых соответствий для случая аффинной гладкой схемы в категории пар гладких инд-схем над базовой схемой конечной размерности Крулля. Другими словами, мы представляем в категории пар гладких инд-схем предпучки (мотивные пространства) $(\mathbb{P},\infty)^{\wedge\infty}$ петель в относительной мотивной сфере $\mathbb{A}^{\infty+l}_Y/(\mathbb{A}^{\infty+l}_Y-0)$. Конструкция не является строго естественной (функториальной) на категории аффинных гладких схем, но является таковой на категории оснащённых аффинных гладких схем. Библ. – 2 назв.

УДК 515.146.36

Mod-2-(ко)гомологии абелевых групп. Иванов С. О., Зайковский А. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 72–85.

Известно, что для простого $p \neq 2$ существует естественное описание алгебры гомологий абелевой группы $H_*(A, \mathbb{F}_p) \cong \Lambda(A/p) \otimes \Gamma({}_pA)$, а также двойственное описание для алгебры когомологий конечно порожденной абелевой группы $H^*(A, \mathbb{F}_p) \cong \Lambda((A/p)^\vee) \otimes \mathsf{Sym}(({}_pA)^\vee)$. В работе мы доказываем, что не существует подобных описаний в случае $p = 2$, “зависящих” только от $A/2$ и ${}_2A$, но приводим естественные описания $H_*(A, \mathbb{F}_2)$ и $H^*(A, \mathbb{F}_2)$, которые “зависят” от $A/2$, ${}_2A$ и линейного отображения $\widetilde{\beta} : {}_2A \to A/2$. Более того, мы доказали, что существует фильтрация подфункторами на $H_n(A, \mathbb{F}_2)$, факторы которой $\Lambda^{n-2i}(A/2) \otimes \Gamma^i({}_2A)$, и что для конечно порожденных абелевых групп существует естественная фильтрация на $H^n(A, \mathbb{F}_2)$, факторы которой $\Lambda^{n-2i}((A/2)^\vee) \otimes \mathsf{Sym}^i(({}_2A)^\vee)$.

Библ. – 14 назв.

УДК 512.5

Кольцо когомологий Хохшильда самоинъективных алгебр древесного типа E_7. Качалова М. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 86–114.

Описано кольцо когомологий Хохшильда в терминах образующих с соотношениями для самоинъективных алгебр древесного типа E_7, имеющих конечный тип представления.

Библ. – 16 назв.

УДК 512.5

Вложение элементарной сети в промежуток сетей. Койбаев В. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 115–120.

Пусть R – произвольное коммутативное кольцо с единицей, n – натуральное число, $n \geqslant 2$. Система $\sigma = (\sigma_{ij})$, $1 \leqslant i, j \leqslant n$, аддитивных подгрупп σ_{ij} кольца R называется сетью (ковром) над кольцом R порядка n, если $\sigma_{ir}\sigma_{rj} \subseteq \sigma_{ij}$ при всех значениях индексов i, r, j.

Сеть, рассматриваемая без диагонали, называется элементарной сетью (элементарный ковер). Предположим, что $n \geqslant 3$. Рассмотрим набор $\omega = (\omega_{ij})$ аддитивных подгрупп ω_{ij} кольца R, определенных для любых $i \neq j$ следующим образом: $\omega_{ij} = \sum \sigma_{ik}\sigma_{kj}$, где суммирование берется по всем k, отличным от i и j. Набор $\omega = (\omega_{ij})$ аддитивных подгрупп ω_{ij} кольца R является элементарной сетью, которую мы называем *элементарной производной сетью.* Диагональ производной сети ω определим формулой $\omega_{ii} = \sum \sigma_{ik}\sigma_{ks}\sigma_{si}$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$, где суммирование ведется по всем $1 \leqslant k \neq s \leqslant n$. Доказан следующий результат. Элементарная сеть σ индуцирует производную сеть $\omega = (\omega_{ij})$ и сеть $\Omega = (\Omega_{ij})$, ассоциированную с элементарной группой $E(\sigma)$, причем $\omega \subseteq \sigma \subseteq \Omega$, $\omega_{ir}\Omega_{rj} \subseteq \omega_{ij}$, $\Omega_{ir}\omega_{rj} \subseteq \omega_{ij}$ $(1 \leqslant i, r, j \leqslant n)$. В частности, матричное кольцо $M(\omega)$ является двустонним идеалом кольца $M(\Omega)$. Для сетей порядка $n = 3$ дается существенное уточнение.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.5

Подгруппы групп Шевалле над кольцами. Лубков Р., Степанов А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 121–137.

В настоящей статье изучается решетка подгрупп группы Шевалле $\mathrm{G}(\Phi, R)$ над коммутативным кольцом R, содержащих подгруппу $D(R)$, где D – подфунктор в $\mathrm{G}(\Phi, \_)$. В предположении, что над любым полем F нормализатор группы $D(F)$ является "почти максимальным", мы формулируем несколько технических условий, из которых следует стандартное описание этой решетки. Также мы изучаем техническое условие на нормализатор группы $D(R)$ в том случае, когда она является элементарной подгруппой другой группы Шевалле $\mathrm{G}(\Psi, R)$, вложенной в $\mathrm{G}(\Phi, R)$.

Библ. – 27 назв.

УДК 512.732+512.736

Заметки об одной гипотезе Гротендика–Серра в случае смешанной характеристики. Панин И. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 138–148.

Пусть R – кольцо дискретного нормирования с бесконечным полем вычетов и пусть X – гладкая проективная кривая над R. Пусть G

– простая односвязная групповая схема над R и пусть E – главное G-расслоение над X. Мы доказываем, что E локально тривиально в топологии Зариского на X при условии, что оно тривиально над общей точкой схемы X. Основная цель настоящей статьи в том, чтобы развить метод решения таких задач, а не в том, чтобы получить очень сильный результат.

Библ. – 26 назв.

УДК 512.5

Орбиты векторов некоторых представлений. I. Певзнер И. М. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 149–164.

Пусть Φ – система корней E_6, E_7 или E_8, K – поле и его характеристика не равна 2. Далее, пусть δ – максимальный корень Φ, и положим $\Phi_0 = \{\alpha \in \Phi; \delta \perp \alpha\}$. В настоящей работе описаны орбиты действия $G_{\mathrm{sc}}(\Phi_0, K)$ на $\langle e_\alpha; \angle(\alpha,\delta) = \pi/3\rangle$.

Библ. – 31 назв.

УДК 512.732

Мотивный аналог теоремы Сегала для пар (анонс). Цыбышев А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 35. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 484), СПб., 2019, с. 165–184.

В. Воеводский заложил основы машинерии распетливания мотивных пространств, чтобы дать новую конструкцию стабильной мотивной категории $SH(k)$, более дружелюбную для вычислений. Г. Гаркуша и И. Панин реализовали этот проект, опираясь на совместные работы с А. Ананьевским, А. Нешитовым и А. Дружининым. В частности, Г. Гаркуша и И. Панин доказали, что для любого бесконечного совершенного поля k и любой k-гладкой схемы X канонический морфизм мотивных пространств $C_*Fr(X) \to \Omega^\infty_{\mathbb{P}^1}\Sigma^\infty_{\mathbb{P}^1}(X_+)$ локально в топологии Нисневича является групповым пополнением.

В настоящей работе формулируется обобщение этой теоремы на случай гладких пар (X, U), в которой X – k-гладкая схема, U – ее открытая подсхема, пересекающая каждую компоненту X по непустой подсхеме. Мы утверждаем, что в этом случае мотивное пространство $C_*Fr((X,U))$ является локально связным в топологии Нисневича и канонический морфизм мотивных пространств $C_*Fr((X,U)) \to$

$\Omega^{\infty}_{\mathbb{P}^1}\Sigma^{\infty}_{\mathbb{P}^1}(X/U)$ локально в топологии Нисневича является гомотопической эквивалентностью симплициальных множеств. Более того, утверждается, что если коразмерность $S = X - U$ в каждой компоненте X больше, чем $r \geqslant 0$, то симплициальный пучок $C_*Fr((X,U))$ локально r-связен.

Для данных утверждений приводятся основные шаги доказательства, но важные технические моменты приводятся без доказательств. Данные детали доказательств будут опубликованы позже.

Библ. – 15 назв.