

Г. Л. Заворохин, А. А. Мацковский

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ДИФРАКЦИИ ВОЛН ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ С ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ КРИВИЗНОЙ

§1. ВВЕДЕНИЕ

Данная тематика восходит к работам 1960-х годов В. С. Булдырева и А. И. Ланина [1–3], в которых были проведены теоретические исследования волн, сосредоточенных вблизи границ раздела различных сред. Впоследствии В. С. Булдырев получил формулы, описывающие так называемую головную волну интерференционного типа (мы будем называть ее “*волной Булдырева*”). В отличие от классической головной волны, волна Булдырева обладает структурной устойчивостью (аналитическое поведение этой волны не изменяется) относительно сколь угодно малых деформаций границы раздела сред.

При помощи асимптотического анализа В. М. Бабичем были изучены свойства волны Булдырева с использованием метода пограничного слоя [4–6].

Для стационарного случая В. М. Бабичем и А. А. Мацковским проведены исследования для апробации общих формул В. С. Булдырева на частном примере точно решаемой задачи [7, 8], а также исследованы структура и взаимное расположение волновых фронтов волн шепчущей галереи и волны Булдырева [9]. В работе [10] В. М. Бабичем и А. А. Мацковским с использованием энергетических соображений найдена асимптотика волны Булдырева для падающей волны, заданной своим геометрико-оптическим разложением, а также доказано отсутствие противоречий между принципом локальности и формулами, полученными в работах В. С. Булдырева.

Ключевые слова: дифракция волн, точечный источник, головная волна интерференционного типа, волны шепчущей галереи, асимптотический анализ, головная волна Булдырева, акустика океана.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта No. 18-31-00481 мол-а.

В настоящей работе рассматривается задача (нестационарный случай) дифракции волн, возбужденных точечным источником, на границе раздела двух акустических сред с положительной эффективной кривизной $1/P$, см. [1, 3],

$$\frac{1}{P} = -\frac{1}{c_2(z)} \left(\frac{\partial c_2(z)}{\partial z} \right)_{z=0},$$

$$c_2(z) = \frac{c_1}{\sqrt{\alpha_1 + \alpha_2 z}}, \quad 0 < \alpha_1 < 1, \quad \alpha_2 > 0, \quad (1)$$

где P – эффективный радиус кривизны границы раздела Γ (см. рис. 1), c_1 – постоянная, равная скорости распространения волн в области Ω_1 , и $c_2(z)$ – соответствующая скорость в области Ω_2 . Это эталонная задача, моделирующая волновые процессы, возникающие вблизи дна океана в приближении моделью “жидкого дна”. Используя комплексный анализ, мы предложили метод нахождения точного решения исследуемого класса задач. Построено интегральное представление точного решения поставленной эталонной задачи.

§2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную нестационарную акустическую задачу дифракции, см. рис. 1.

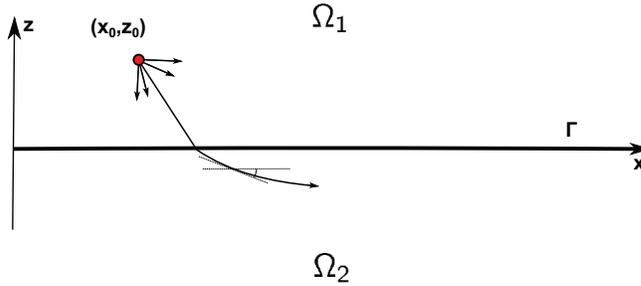


Рис. 1. Постановка задачи.

Предположим, что Ω_1 и Ω_2 – две полуплоскости, заполненные акустической средой, имеющей в этих областях различные характеристики. В области Ω_1 скорость распространения волн постоянна и равна c_1 . В области Ω_2 скорость распространения волн $c_2(z)$ (1) меняется с глубиной z .

Будем исследовать в областях Ω_1 и Ω_2 соответствующие волновые поля $u_1(x, z, t)$ и $u_2(x, z, t)$, удовлетворяющие волновым уравнениям

$$\Delta u_1 - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = -\delta(x - x_0)\delta(z - z_0)f(t), \quad z > 0, \quad (2)$$

$$\Delta u_2 - \frac{1}{c_2^2(z)} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = 0, \quad z < 0, \quad (3)$$

где δ – дельта-функция Дирака, $f(t)$ – профиль возбуждения,

и граничным условиям непрерывности волнового поля и его нормальной производной на границе раздела Γ :

$$u_1(x, 0, t) = u_2(x, 0, t), \quad \frac{\partial u_1}{\partial z}(x, 0, t) = \frac{\partial u_2}{\partial z}(x, 0, t), \quad (4)$$

при этом при $t < 0$ волновой процесс отсутствует:

$$u_i(x, z, t)|_{t < 0} = 0 \quad \text{в} \quad \Omega_i, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

§3. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для решения поставленной задачи (2)–(5) мы проделаем серию формальных преобразований, доказательство правомерности которых мы опустим.

Фурье-преобразование по пространственной переменной x и времени t ($(x, t) \rightarrow (\varkappa, \omega)$, $f(t) \rightarrow \hat{f}(\omega)$, $u_{1,2}(x, z, t) \rightarrow \hat{u}_{1,2}(\varkappa, z, \omega)$) приводит систему уравнений (2), (3) к виду

$$\hat{u}_1'' + \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2\right)\hat{u}_1 = -\delta(z - z_0)\hat{f}(\omega), \quad z > 0, \quad (6)$$

$$\hat{u}_2'' + \left(\frac{\omega^2}{c_1^2}(\alpha_1 + \alpha_2 z) - \varkappa^2\right)\hat{u}_2 = 0, \quad z < 0. \quad (7)$$

Мы положили в (6) $x_0 = 0$ для определенности.

Система граничных условий (4) будет иметь вид

$$\hat{u}_1(\varkappa, 0, \omega) = \hat{u}_2(\varkappa, 0, \omega), \quad \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial z}(\varkappa, 0, \omega) = \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial z}(\varkappa, 0, \omega). \quad (8)$$

Потребуем выполнения условий излучения при $z \rightarrow \pm\infty$ в преобразованной задаче (6)–(8):

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \hat{u}_{1,2}(\varkappa, z, \omega) = 0. \quad (9)$$

В области $z > 0$ общее решение соответствующего однородного дифференциального уравнения тривиально и имеет вид

$$\hat{u}_1^{\text{hom}} = c_1(\varkappa, \omega) e^{i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2} z} + c_2(\varkappa, \omega) e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2} z}. \quad (10)$$

Несложно показать, что волновое поле, генерируемое точечным источником излучения, имеет вид

$$\hat{u}_{\text{inc}} = -\frac{e^{i|z-z_0|\sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}}}{2i\sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}} \hat{f}(\omega). \quad (11)$$

В итоге имеем

$$\hat{u}_1 = \hat{u}_1^{\text{hom}} + \hat{u}_{\text{inc}}. \quad (12)$$

Для решения дифференциального уравнения (7) в нижней полуплоскости сделаем две замены переменных:

$$z \rightarrow p: p = \frac{\omega^2}{c_1^2} \alpha_2 z - \left(\varkappa^2 - \frac{\omega^2}{c_1^2} \alpha_1 \right),$$

$$p \rightarrow q: q = -p \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} \alpha_2 \right)^{2/3}.$$

В результате уравнение (7) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\partial^2 \hat{u}_2}{\partial q^2} - q \hat{u}_2 = 0, \quad \hat{u}_2 = \hat{u}_2(\varkappa, q, \omega). \quad (13)$$

Уравнение (13) – это уравнение Эйри. Переходя обратно к переменной z , получаем общее решение в области $z < 0$:

$$\hat{u}_2 = a(\varkappa, \omega) w_1(\tau) + b(\varkappa, \omega) w_2(\tau), \quad (14)$$

где

$$\tau = \tau(\varkappa, z, \omega), \quad \tau = -\left(\frac{c_1^2}{\omega^2 \alpha_2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} (\alpha_1 + \alpha_2 z) - \varkappa^2 \right).$$

Здесь w_1 и w_2 – функции Эйри в определении В. А. Фока, см. [11]. Неизвестные функции c_1 , c_2 , a , b переменных \varkappa и ω определим, потребовав выполнения соответствующих граничных условий (8), а также условий излучения (9) при $|z| \rightarrow \infty$. Условия излучения (9) при

$z \rightarrow +\infty$ дают $c_2 = 0$. Пусть ω – вещественна и положительна. Устремим $z \rightarrow -\infty$. Тогда $\tau \rightarrow +\infty$ и, следовательно, для выполнения условий излучения (9) при $z \rightarrow -\infty$ необходимо, чтобы $a = -b$, поскольку при $\tau \rightarrow +\infty$ и $w_1(\tau)$, и $w_2(\tau)$ экспоненциально возрастают, а их линейная комбинация $w_1(\tau) - w_2(\tau) = 2iv(\tau)$ является экспоненциально убывающей функцией [11].

Решение в области $z < 0$ представляет собой обратное преобразование Фурье по \varkappa и ω от функции \hat{u}_2 , причем интегрирование по переменной ω идет по всей вещественной оси. Таким образом, условие $a = b$ является необходимым, но не достаточным условием выполнения условий излучения (9), так как обеспечивает лишь убывание \hat{u}_2 при $z \rightarrow -\infty$ в случае $\omega > 0$. Функция $\tau(\varkappa, z, \cdot)$ является многозначной функцией в силу того, что имеет точку ветвления $\omega = 0$. Для определенности будем считать, что ветвь функции $\tau(\varkappa, z, \cdot)$ выбрана так, что $\omega^{2/3} > 0$ при $\omega > 0$, а соответствующий разрез – луч на вещественной оси $(-\infty, 0)$. Предположим, что при интегрировании по ω мы будем обходить разрез сверху (в области $\text{Im } \omega > 0$), тогда при $z \rightarrow -\infty$ имеем $\tau \sim c_1^{-2/3} \alpha_2^{1/3} \omega^{2/3} |z|$, $\arg \omega^{2/3} = \frac{2\pi}{3}$, следовательно, $|\tau| \rightarrow \infty$ и $\arg \tau = \frac{2\pi}{3}$. Из асимптотических свойств функции Эйри следует, что функция $w_2(\tau)$ экспоненциально убывает в области $\frac{\pi}{3} < \arg \tau < \pi$, $|\tau| \rightarrow \infty$, а функция $w_1(\tau)$ экспоненциально возрастает в указанной области. Следовательно, при $a \neq 0$ и таком выборе ветвей и обхода особенности $\omega = 0$ при интегрировании часть обратного интеграла Фурье по переменной ω в области $\omega < 0$ будет расти экспоненциально при $z \rightarrow -\infty$, что противоречит условиям излучения (9). При обходе разреза снизу (в области $\text{Im } \omega < 0$) $\arg \tau = -\frac{2\pi}{3}$ и $|\tau| \rightarrow \infty$ при $\text{Re } \omega < 0$ и $z \rightarrow -\infty$. Но в таком случае из асимптотических свойств функций Эйри следует, что функция $w_1(\tau)$ экспоненциально убывает, а $w_2(\tau)$ возрастает. В результате условия излучения (9) по-прежнему не выполняются.

Для удовлетворения условиям излучения (9) проделаем ряд преобразований. Представим функцию $\tau(\varkappa, z, \omega)$ в виде:

$$\tau = - \left(\frac{c_1^2}{\omega^2 \alpha_2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} \alpha_1 - \varkappa^2 \right) - \frac{\alpha_2^{1/3}}{c_1^{2/3}} \omega^{2/3} z,$$

или

$$\tau = g_1(\varkappa, \omega) + g_2(\varkappa, \omega)z.$$

Пусть $0 < \varepsilon \ll 1$. Вместо решения

$$\widehat{u}_2 = aw_1(\tau) - aw_2(\tau)$$

рассмотрим функцию

$$\widehat{u}_2 = aw_1(\tau^-) - aw_2(\tau^+), \quad (15)$$

где

$$\tau^\pm = g_1(\varkappa, \omega \pm i\varepsilon) + g_2(\varkappa, \omega \pm i\varepsilon)z.$$

Преобразование Фурье от функций $\widehat{u}_2^\varepsilon$ по переменной ω автоматически удовлетворяет условиям излучения (9). Действительно, при $z \rightarrow -\infty$ имеем $\tau^\pm \sim g_2(\varkappa, \omega \pm i\varepsilon)z$ и в силу $\varepsilon > 0$ особенность $\omega = 0$ функции τ^+ обходится сверху (в области $\text{Im } \omega > 0$), а функции τ^- – снизу (в области $\text{Im } \omega < 0$). Тогда $\arg \tau^+ \sim \frac{2\pi}{3}$, $\arg \tau^- \sim -\frac{2\pi}{3}$, $|\tau^\pm| \rightarrow \infty$ при $z \rightarrow -\infty$, поэтому $w_1(\tau^-)$ и $w_2(\tau^+)$ экспоненциально убывают при $z \rightarrow -\infty$.

В дальнейшем идея состоит в том, чтобы “сшить” формальное решение $\widehat{u}_2^\varepsilon$ в области $z < 0$ с решением \widehat{u}_1 (т.е. надо удовлетворить граничным условиям (8) при $z = 0$), а затем решение исходной задачи (2)-(4) представить в виде: в области $z < 0$

$$u_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u_2^\varepsilon,$$

в области $z > 0$

$$u_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u_1^\varepsilon.$$

Найдем неизвестные функции $c_1(\varkappa, \omega)$ и $a(\varkappa, \omega)$. Из условий непрерывности волнового поля и его нормальной производной (8) следует

$$c_1 - \frac{e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}}}{2i \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}} \widehat{f}(\omega) = a \{ w_1(g_1(\varkappa, \omega - i\varepsilon)) - w_2(g_1(\varkappa, \omega + i\varepsilon)) \}, \quad (16)$$

$$c_1 i \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2} + \frac{1}{2} e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}} \widehat{f}(\omega)$$

$$= a \{ g_2(\varkappa, \omega - i\varepsilon) w_1'(g_1(\varkappa, \omega - i\varepsilon)) - g_2(\varkappa, \omega + i\varepsilon) w_2'(g_1(\varkappa, \omega + i\varepsilon)) \}. \quad (17)$$

Имеем

$$a(\varkappa, \omega, \varepsilon) = \frac{\widehat{f}(\omega) e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}}}{g_2^- w_1'(g_1^-) - g_2^+ w_2'(g_1^+) + i \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2} (w_1(g_1^-) - w_2(g_1^+))}. \quad (18)$$

Здесь $g_j^\pm = g_j(\varkappa, \omega \pm i\varepsilon)$, $j = 1, 2$.

В результате положим

$$u_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} d\varkappa d\omega e^{i\varkappa x - i\omega t} \frac{A_\varepsilon(\varkappa, \omega, z)}{D_\varepsilon(\varkappa, \omega)}, \quad (19)$$

где

$$A_\varepsilon(\varkappa, \omega, z) = \widehat{f}(\omega) e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2}} (w_1(\tau^-) - w_2(\tau^+)),$$

$$D_\varepsilon(\varkappa, \omega) = g_2^- w_1'(g_1^-) - g_2^+ w_2'(g_1^+) + i \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \varkappa^2} (w_1(g_1^-) - w_2(g_1^+)).$$

По построению функции $w_1(g_1^-)$, $w_2(g_1^+)$ экспоненциально растут при $\omega \rightarrow \pm\infty$, а $w_1(\tau^-)$, $w_2(\tau^+)$ экспоненциально убывают при $\omega \rightarrow \pm\infty$, если $z < -\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$. При $-\frac{\alpha_1}{\alpha_2} < z < 0$ функции $w_1(\tau^-)$ и $w_2(\tau^+)$ имеют порядок

$$e^{|\omega|^{2/3} \frac{\alpha_1 + \alpha_2 z}{(\alpha_2 c_1)^{2/3}}},$$

тогда как $w_1(g_1^-)$ и $w_2(g_1^+)$ – порядок

$$e^{|\omega|^{2/3} \frac{\alpha_1}{(\alpha_2 c_1)^{2/3}}}.$$

Таким образом, отношение

$$\frac{A_\varepsilon}{D_\varepsilon} \sim e^{\alpha_2^{1/3} z (\frac{|\omega|}{c_1})^{2/3}}$$

экспоненциально убывает при $\omega \rightarrow \pm\infty$ и $-\frac{\alpha_1}{\alpha_2} < z < 0$. Получаем, что при $\omega \rightarrow \pm\infty$ подынтегральное выражение в (19) экспоненциально убывает при любом $z < 0$ и интеграл в (19) сходится абсолютно.

Для доказательства сходимости предела при $\varepsilon \rightarrow 0$ в (19) к решению задачи (2)–(4) рассмотрим невязку Δ :

$$\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 z)}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} u_2^\varepsilon. \quad (20)$$

В силу абсолютной сходимости интеграла, представляющего функцию u_2^ε , имеем

$$\Delta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} d\varkappa d\omega \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{(\alpha_1 + \alpha_2 z)}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{A_\varepsilon}{D_\varepsilon} e^{i\varkappa x - i\omega t}. \quad (21)$$

Подынтегральное выражение в (21) обозначим $\Delta(\varepsilon)$.

Имеем

$$\Delta(\varepsilon) = e^{i\kappa x - i\omega t} \left(\frac{\omega^2}{c_1^2} (\alpha_1 + \alpha_2 z) - \kappa^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{A_\varepsilon}{D_\varepsilon}, \quad (22)$$

или

$$\begin{aligned} \Delta(\varepsilon) = & \frac{\widehat{f}(\omega)}{D_\varepsilon} e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \kappa^2} + i\kappa x - i\omega t} \\ & \times \left[\left(\frac{\omega^2}{c_1^2} (\alpha_1 + \alpha_2 z) - \kappa^2 \right) (w_1(\tau^-) - w_2(\tau^+)) \right. \\ & \left. + (g_2^-)^2 \tau^- w_1(\tau^-) - (g_2^+)^2 \tau^+ w_2(\tau^+) \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

Используя формулу

$$(g_2^\pm)^2 \tau^\pm = -\frac{(\omega \pm i\varepsilon)^2}{c_1^2} (\alpha_1 + \alpha_2 z) + \kappa^2,$$

получим представление

$$\Delta(\varepsilon) = -\frac{\widehat{f}(\omega)}{D_\varepsilon} e^{iz_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \kappa^2} + i\kappa x - i\omega t} (w_1(\tau^-) - w_2(\tau^+)) \left(\frac{2i\omega}{c_1^2} (\alpha_1 + \alpha_2 z) \varepsilon + o(\varepsilon) \right). \quad (24)$$

Таким образом, ввиду рассмотренных ранее асимптотических свойств функций Эйри $w_1(\tau^-)$, $w_2(\tau^+)$ и функции $D_\varepsilon(\kappa, \omega)$ интеграл в определении невязки Δ (21) сходится абсолютно и равномерно по ε и

$$\Delta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} d\kappa d\omega \Delta(\varepsilon) = 0.$$

Функция $D_\varepsilon = D_\varepsilon(\kappa, \omega, \varepsilon)$ представляет собой функцию комплексных переменных ω и κ , мероморфную по переменной ω в области $\mathbb{C}/\{\omega = 0, \omega = \pm \kappa c_1\}$, имеющую три точки ветвления $\omega = 0$, $\omega = \pm \kappa c_1$. Исследование аналитических свойств $\kappa_\varepsilon(\omega)$ – семейства решений уравнения $D_\varepsilon(\kappa(\omega), \omega, \varepsilon) = 0$ – представляет значительный интерес (см. [12]) для изучения асимптотического поведения волнового поля, порожденного точечным источником в рассматриваемой задаче. Соответствующее исследование является дальнейшей целью авторов настоящей публикации.

Благодарности. Мы весьма признательны В. М. Бабичу и А. В. Шанину за постоянное внимание к нашей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. С. Булдырев, *Исследование функции Грина в задаче дифракции на прозрачном круговом цилиндре. I.* — Ж. выч. матем. и мат. физики, **4**, No. 4 (1964), 275–286.
2. В. С. Булдырев, А. И. Ланин, *Исследование функции Грина в задаче дифракции на прозрачном круговом цилиндре. II.* — Ж. выч. матем. и мат. физики, **6** (1966), 90–105.
3. В. С. Булдырев, *Интерференция коротких волн в задаче дифракции на неоднородном цилиндре произвольного сечения.* — Изв. ВУЗ. Радиофизика **10**, No. 5 (1967), 699–711.
4. V. M. Babich, *Boundary layer approach to describe an interference head wave.* — Wave motion **46** (2009), 169–173.
5. В. М. Бабич, *Погранслоный подход к описанию головной волны интерференционного типа.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **422** (2014), 18–26.
6. V. M. Babich, *On asymptotics of a wave field near the origin of an interference head wave.* — Electromagnetics in Advanced Appl. (2007), 704–705.
7. А. А. Мацковский, *Коротковолновый точечный источник колебаний вблизи неоднородной полуплоскости.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **409** (2012), 107–120.
8. А. А. Мацковский, *О волновых фронтах головной волны Булдырева и волн шепчущей галереи.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **426** (2014), 140–149.
9. А. А. Мацковский, *Головная волна интерференционного типа в задаче дифракции волн точечного источника на неоднородной полуплоскости.* — Ж. вычисл. матем. и матем. физ. **55**, No. 11 (2015), 1904–1920.
10. В. М. Бабич, А. А. Мацковский, *Головная волна интерференционного типа (волна Булдырева) и соображения локальности.* — Зап. научн. сем. ПОМИ **438** (2015), 36–45.
11. M. V. Babich, V. S. Buldyrev, *Short-Wavelength Diffraction Theory: Asymptotic Methods*, Springer Berlin Heidelberg, 2011.
12. K. S. Knyazeva, A. V. Shanin, *Transient phenomena in a three-layer waveguide and the analytical structure of the dispersion diagram*, submitted to Wave Motion, arXiv:1704.00265, 2017.

Zavorokhin G. L., Matskovskiy A. A. A nonstationary problem of diffraction of acoustic waves from a point source by an interface of two half-planes with positive effective curvature.

A nonstationary problem of diffraction of acoustic waves excited by a point source by an interface between two acoustic media with positive effective curvature is considered. This is a model problem for wave phenomena arising near the ocean bottom in the approximation of the “liquid bottom”. Using the complex analysis techniques, we proposed a method for finding the exact solution to the studied class of problems. We propose

a method for constructing exact solutions in the form of an integral representation of the problem stated.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН,
наб. р. Фонтанки 27, С.-Петербург,
191023, Россия

E-mail: zavorokhin@pdmi.ras.ru

E-mail: androbasrm@rambler.ru

Поступило 11 ноября 2019 г.