

Рефераты

УДК 519.722

Об оценке асимптотики энтропии инвариантной последовательности разбиений бесконечномерного куба. Вепрев Г. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 5–11.

В настоящей работе решается поставленный А. М. Вершиком вопрос об асимптотическом поведении энтропии разбиений бесконечномерного куба при условии инвариантности и исчерпываемости данной последовательности разбиений. С одной стороны, показано, что энтропия должна расти быстрее линейной функции. С другой стороны, приводится серия примеров, демонстрирующих, что оценка точна — для любой заданной последовательности, растущей быстрее линейной, энтропия последовательности разбиений может расти не быстрее заданной последовательности.

Библ. — 2 назв.

УДК 517.987

Проблема комбинаторного кодирования непрерывной динамики и понятие трансфера на пространстве путей графа. Вершик А. М. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 12–28.

Мы предлагаем метод комбинаторного кодирования случайных объектов (например, случайных процессов), альтернативный методам теории информации. Этот метод открывает комбинаторные возможности для изучения статистических и динамических свойств этих объектов и, возможно, новую точку зрения на их классификацию.

В этой работе детально рассмотрен первый пример, который наиболее интересен и важен, а именно комбинаторное кодирование бернуллиевского процесса с непрерывным множеством состояний, т.е. последовательности независимых случайных величин, равномерно распределённых на отрезке (или просто на пространстве Лебега с непрерывной мерой). Основная идея состоит в сопоставлении случайному объекту (траектории случайного процесса) пути в некотором N -градуированном графе и параметризации его совокупностью вершин, лежащих на этом пути. Это соответствие (кодирование) основано на определении

убывающей последовательности цилиндрических разбиений, и первая проблема состоит в проверке того, имеет или не имеет место различимость комбинаторного кодирования: если имеет, то кодирование осуществляет изоморфизм, что эквивалентно тому, что наша последовательность в пределе разделяет точки $\text{mod } 0$. Эта проблема параллельна проблеме образующих в эргодической теории. Существование подходящего $\mathbb{N}$ -градуированного графа эквивалентно тому факту, что разбиение на орбиты является стандартным разбиением в смысле теории фильтраций на пространствах с мерой.

Библ. – 8 назв.

УДК 512.542.7, 512.547

Группы, порожденные инволюциями ромбовидных графов, и деформации ортогональной формы Юнга. Вершик А. М., Цилевич Н. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 29–38.

С произвольным конечным графом, обладающим специальной формой 2-интервалов (ромбовидным графом), мы связываем подгруппу симметрической группы и ее представление, формулируем ряд задач о таких группах и их представлениях и приводим результаты некоторых вычислений. Наиболее интересен для нас случай, когда исходный граф есть граф Юнга и подгруппы порождены естественными инволюциями таблиц. В частности, классическую ортогональную форму Юнга можно рассматривать как деформацию нашей конструкции. Задача ставится также и в асимптотической постановке для бесконечных групп.

Библ. – 9 назв.

УДК 519.115

Перечисление путей в графе Юнга–Фибоначчи. Евтушевский В. Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 39–62.

Граф Юнга–Фибоначчи является диаграммой Хассе одной из двух, наряду с решёткой Юнга, 1-дифференциальных градуированных модулярных решёток. Это вызывает интерес к комбинаторике путей в данном графе. Мы получаем формулу для числа путей между двумя

вершинами графа Юнга–Фибоначчи, которая является полиномиальной относительно меньшего из рангов этих вершин.

Библ. – 7 назв.

УДК 511.41, 511.72, 514

Парус Клейна и диофантовы приближения вектора. Лодкин А. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 63–73.

В основанных на идеях Пуанкаре и Клейна работах В. И. Арнольда и его последователей многомерной цепной дробью назывался парус Клейна, который связывался с оператором в $\mathbb{R}^n$. В его терминах формулировались многомерные обобщения теоремы Лагранжа о цепных дробях. Другие попытки обобщения цепных дробей опирались на модификации алгоритма Евклида построения последовательности рациональных векторов, аппроксимирующих заданный n -мерный вектор.

Мы предлагаем модификацию паруса Клейна, построенную *непосредственно по иррациональному вектору* (минуя оператор). Предложена числовая характеристика паруса Клейна – *асимптотическая анизотропия*, связанная с однопараметрической группой преобразований решетки и соответствующей деформацией ячейки Вороного. С этой характеристикой связана надежда дать геометрическую характеристику иррациональных векторов, хуже всего аппроксимируемых рациональными. В трехмерном пространстве предложен вектор (связанный с наименьшим числом Пизо – Виджаярагхавана) – кандидат на эту роль. Его можно считать аналогом золотого сечения, экстремально плохо приближаемого числа в классической теории диофантовых приближений. Обсуждаются и другие подходы, которые могут оказаться полезными для поиска экстремально плохо приближаемых векторов.

Библ. – 18 назв.

УДК 517.987.5, 519.21

Примеры предельных кривых для диадического одометра. Минабутинов А. Р. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 74–86.

Понятие предельной кривой для строго стационарного процесса в дискретном времени было определено И. Велеником, Т. де ла Рю и

Э. Янврес как график равномерного предела функций

$$t \mapsto (S(tl_n) - tS(l_n))/R_n \in C([0, 1]),$$

где S – доопределенные на $\mathbb{R}$ линейной интерполяцией частичные суммы, $R_n := \sup |S(tl_n) - tS(l_n)|$, а $(l_n) = (l_n(\omega))$ – подходящая последовательность вещественных чисел.

В данной работе определяются кривые для стационарной последовательности $(f \circ T^n(\omega))$, где T – диадический одометр, заданный на $\{0, 1\}^{\mathbb{N}}$, а $f((\omega_i)) = \sum_{i \geq 0} \omega_i q^{i+1}$, при $1/2 < |q| < 1$. Доказано, что для

п.в. ω найдется такая последовательность $(l_n(\omega))$, что предельная кривая существует и с точностью до знака является графиком функции Такаги–Ландсберга с параметром $1/(2q)$.

Библ. – 26 назв.

УДК 515.145.25, 515.145.82

Минимальные триангуляции S^1 -расслоений, циркулярные перестановки и двоичный коцикл Черна. Мнёв Н. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 87–107.

Изучается вопрос кусочно-линейной топологии: какие расслоения со слоем окружность допускают триангуляцию над заданной триангуляцией базы расслоения? Оказывается, что вопрос имеет простой ответ, выделяющий особую роль минимальных триангуляций, которые кодируются локальными системами циркулярных перестановок вершин симплексов базы. Ответ основан на замечательном факте: классическая аксиома транзитивности циклического порядка может быть выражена в форме универсального двоичного коцикла Черна.

Библ. – 16 назв.

УДК 512.813.52, 512.743

Одно замечание о нильпотентных алгебрах Ли, не допускающих градуировки. Неретин Ю. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 108–124.

Мы объясняем, почему нильпотентные алгебры Ли обычно являются характеристически нильпотентными, то есть не допускают $\mathbb{Z}$ -градуировки.

Библ. – 43 назв.

УДК 519.217.72, 517.987

Абсолют для графа гребенки. Никитин П. П. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 125–135.

В работах 1970-х гг. Р. Стенли ввел граф гребенки $\mathbb{E}$, его вершины индексируются композициями натуральных чисел, а ветвление отвечает упорядочению композиций по включению. А. М. Вершик определил абсолют $\mathbb{Z}_+$ -градуированного графа как множество всех эргодических центральных мер на нем. Мы показываем, что абсолют графа $\mathbb{E}$ естественно параметризуется пространством $\Omega = \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots) : \alpha_i \geq 0, \sum_i \alpha_i \leq 1\}$.

Библ. — 13 назв.

УДК 515.164.174

Критические точки площади многоугольников с фиксированным периметром. Химшиашвили Г., Панина Г., Сирсма Д. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 136–145.

Мы изучаем конфигурационное пространство плоских n -угольников с фиксированным периметром, диффеоморфное комплексному проективному пространству $\mathbb{C}P^{n-2}$. Ориентированная площадь имеет минимально возможное число критических точек на этом пространстве. Мы описываем критические точки (они являются правильными звездами) и находим индексы Морса в предположении, что критические точки — морсовы.

Библ. — 11 назв.

УДК 513.6, 518.5

Системы с параметрами, или эффективное решение систем полиномиальных уравнений 33 года спустя. III. Чистов А. Л. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 481), СПб., 2019, с. 146–177.

Рассмотрим систему полиномиальных уравнений с параметрическими коэффициентами над произвольным основным полем. Мы показываем, что многообразие параметров может быть представлено как объединение стратов. Для значений параметров из каждого страта решения системы задаются алгебраическими формулами, зависящими

только от этого страта. Каждый страт является квазипроективным алгебраическим многообразием со степенью, ограниченной сверху субэкспоненциальной функцией от размера входных данных. Число стратов также субэкспоненциально от размера входных данных. Таким образом, здесь мы избежали дважды экспоненциальных оценок на степени и тем самым решили старую проблему.

Библ. – 14 назв.