УДК 517.538.2+517.984.26+517.547

О сдвигах целочисленной последовательности, порождающих функции, обратимые по Эренпрайсу. Абузярова Н. Ф. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 5–25.

Рассматривается алгебра Шварца $\mathcal{P}$, состоящая из всех целых функций экспоненциального типа и полиномиального роста на вещественной оси. Функция f из алгебры Шварца называется обратимой по Эренпрайсу, если главный идеал, порожденный ею в этой алгебре, замкнут. Ясно, что последовательность всех целых чисел – нулевое множество обратимой по Эренпрайсу функции $\sin \pi z$. Нами изучаются условия, которым нужно подчинить неограниченную функцию $l(t)$, заданную на неотрицательной полуоси, для того, чтобы возмущение целочисленной последовательности $\{k + l(|k|)\}$, $k = \pm 1, \pm 2, \dots$, порождало функцию из алгебры $\mathcal{P}$, обратимую по Эренпрайсу.

Библ. – 14 назв.

УДК 517.98

Несколько замечаний об операторно липшицевых функциях. Александров А. Б. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 26–47.

В работе рассматриваются примеры операторно липшицевых функций f, операторно липшицева полунорма $\|f\|_{\mathrm{OL}(\mathbb{R})}$ которых совпадает с липшицевой полунормой $\|f\|_{\mathrm{Lip}(\mathbb{R})}$. В частности, рассматриваются операторно липшицевы функции f такие, что $f'(0) = \|f\|_{\mathrm{OL}(\mathbb{R})}$. Хорошо известно, что любая функция f, производная которой является положительно определённой функцией, обладает этим свойством. В работе доказано, что есть и другие функции, обладающие этим свойством. Доказано, что из равенства $|f'(t_0)| = \|f\|_{\mathrm{OL}(\mathbb{R})}$ вытекает непрерывность производной в точке t_0. На самом деле доказано более общее утверждение для коммутаторно липшицевых функций, заданных на замкнутом подмножестве комплексной плоскости.

Библ. – 8 назв.

УДК 517.5

О достаточных условиях фреймовости многомерных периодических систем всплесков. Андрианов П. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 48–61.

Изучаются многомерные периодические системы всплесков с матричным коэффициентом растяжения. Получены достаточные условия, при которых такая система всплесков бесселева. Условия выражены в терминах коэффициентов Фурье. Описан метод построения системы всплесков, являющейся базисом Рисса, по любой подходящей последовательности тригонометрических полиномов.

Библ. – 19 назв.

УДК 517.57

О $\mathrm{Lip}(\omega)$-непрерывности оператора гармонического отражения относительно границ простых областей Каратеодори. Боровик Е. В., Федоровский К. Ю. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 62–72.

Изучаются условия непрерывности оператора гармонического отражения относительно границ простых областей Каратеодори, действующего из пространства функций типа Липшица–Гёльдера, определяемого модулем непрерывности общего вида, в другое такое пространство. Полученные результаты основаны на критерии непрерывности оператора Пуассона в указанных областях (действующего в тех же пространствах функций), они обобщают и уточняют результаты недавней работы второго автора и П. Парамонова (Analysis and Mathematical Physics, 2019).

Библ. – 13 назв.

УДК 517.5

Бесконечное произведение экстремальных мультипликаторов гильбертова пространства с ядром Шварца–Пика. Виденский И. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 73–85.

В гильбертовом пространстве H функций на множестве X с воспроизводящим ядром $k_x(y)$ определим расстояние от точки a множества

X до подмножества Z множества X следующим образом:

$$d(a, Z) = \inf\left\{\left\|\frac{k_a}{\|k_a\|} - h\right\| \,\middle|\, h \in \overline{\operatorname{span}}\{k_z \,|\, z \in Z\}\right\}.$$

Назовем функцию $\psi_{a,Z}$ экстремальным мультипликатором пространства H, если $\|\psi_{a,Z}\| \leqslant 1$, $\psi_{a,Z}(a) = d(a, Z)$, $\psi_{a,Z}(z) = 0$, $z \in Z$. Пространство H обладает ядром Шварца–Пика, если для любой пары (a, Z) существует экстремальный мультипликатор. Это определение обобщает хорошо известные пространства с ядром Неванлинны–Пика.

Для пространства H с ядром Шварца–Пика, для величины $d(a, Z)$ доказано неравенство, обобщающее усиленное неравенство треугольника для метрики $d(a, b)$. Для последовательности подмножеств

$$\{Z_n\}_{n=1}^{\infty}, \ Z_n \subset X,$$

удовлетворяющих условию $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\big(1 - d^2(a, Z_n)\big) < \infty$, доказано, что бесконечное произведение экстремальных мультипликаторов ψ_{a,Z_n} сходится абсолютно и равномерно на любом шаре метрики d, радиус которого строго меньше единицы, а также сходится в сильной операторной топологии пространства мультипликаторов.

Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Аналоги тождества Рисса и точные неравенства для производных и разностей сплайнов в интегральной метрике. Виноградов О. Л. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 86–102.

В работе устанавливается тождество типа интерполяционной формулы Рисса, позволяющее получить точную оценку первой производной сплайна минимального дефекта по равноотстоящим узлам $\frac{j\pi}{\sigma}$, $j \in \mathbb{Z}$, через его первую разность в интегральной метрике. Более того, построенное тождество позволяет усилить это неравенство, заменив правую часть на линейную комбинацию разностей сплайна, включающую разности высших порядков. При шаге разности, равном $\frac{\pi}{\sigma}$, итерации этого тождества приводят к аналогам формулы Рисса для старших производных и разностей, что позволяет вывести для них неравенства типа Рисса и Бернштейна также в усиленном виде.

Библ. – 11 назв.

УДК 517.54

Оценки начальных коэффициентов в одном классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 103–107.

Пусть T – класс функций $f(z) = z + \sum\limits_{n=2}^{\infty} c_n z^4$, регулярных и типично вещественных в круге $|z| < 1$. Получены точные оценки для c_3 в классе T функций $f(z) \in T$ с фиксированным значением $f(z) = w$.

Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Теорема Гротендика для некоторых алгебр и модулей над ними. Злотников И. К., Кисляков С. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 108–121.

При некоторых дополнительных предположениях доказан аналог теоремы Гротендика для w^*-замкнутой подалгебры X в $L^\infty(\mu)$ (более общим образом, для w^*-замкнутых модулей над X). Предположения сродни некоторому свойству гармонического сопряжения в классической ситуации, но более свободны, чем те, что накладываются в схожих задачах. Например, мера μ может не быть мультипликативной на X и т.п. Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Оценка приближения операторами типа Канторовича через второй модуль непрерывности. Ихсанов Л. Н. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 122–147.

Получена оценка приближения ограниченной измеримой функции операторами типа Канторовича

$$B_n = \sum_{j=0}^{n} C_n^j x^j (1-x)^{n-j} F_{n,\,j},$$

где $F_{n,\,j}$ – функционалы, порождённые различными вероятностными мерами с достаточно малыми носителями, на отрезке $[0,\,1]$ через второй модуль непрерывности. Полученная оценка неулучшаема.

Библ. – 2 назв.

УДК 517.58

Почти инвариантные подпространства и рациональная интерполяция. Капустин В. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 148–161.

Для заданной внутренней функции θ в верхней полуплоскости рассмотрим подпространство $K_\theta = H^2 \ominus \theta H^2$ пространства Харди H^2. Для конечного набора Λ точек комплексной плоскости подпространство функций из K_θ, обращающихся в нуль на Λ, может быть представлено в виде $g \cdot K_\omega$, где ω – внутренняя функция, а g – изометрический множитель на K_ω. Получено описание функций ω и g в терминах θ и Λ.

Библ. – 6 назв.

УДК 517.518.13; 517.983.5

Операторные синус-функции и экспоненциальные тригонометрические пары. Костин В. А., Костин А. В., Костин Д. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 162–169.

В работе с помощью операторного функционального соотношения $Sh(t+s) + Sh(t-s) = 2[I + 2Sh^2(\frac{t}{2})]Sh(s)$, $Sh(0) = 0$, вводятся и изучаются сильно непрерывные синус-функции $Sh(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$, линейных ограниченных преобразований, действующих в комплексном банаховом пространстве E, вместе с косинус-функцией $Ch(t)$, заданной равенством $Ch(t) = I + 2Sh^2(\frac{t}{2})$, где I – тождественный оператор в E.

Пара $Ch(t), Sh(t)$ называется экспоненциальной тригонометрической парой (ЭТП). Для таких пар определяется производящий оператор (генератор) $Sh''(0)\varphi = Ch''(0)\varphi = A\varphi$ и приводится критерий, когда A является генератором ЭТП.

Указывается связь $Sh(t)$ с равномерно корректной разрешимостью задачи Коши с условием Крейна для уравнения $\frac{d^2u(t)}{dt^2} = Au(t)$. Эта задача равномерно корректно разрешима тогда и только тогда, когда A является генератором экспоненты синус-функции $Sh(t)$.

Вводится понятие связки нескольких ЭТП, которая также образует ЭТП, и указывается представление её генератора.

Полученные факты значительно расширяют возможности операторных методов при исследовании корректной разрешимости начально-краевых задач.

Библ. – 12 назв.

УДК 517.5

Вещественная интерполяция пространств типа Харди: анонс и некоторые замечания. Руцкий Д. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 170–190.

Рассматриваются пары пространств типа Харди (X_A, Y_A) для квазибанаховых решёток измеримых функций на измеримом пространстве $\mathbb{T} \times \Omega$. При некоторых достаточно общих предположениях устанавливается эквивалентность между следующими свойствами: K-замкнутостью этой пары в (X, Y), устойчивостью вещественной интерполяции $(X_A, Y_A)_{\theta,p} = (X_A + Y_A) \cap (X, Y)_{\theta,p}$, включением $\left(X^{1-\theta} Y^{\theta}\right)_A \subset (X_A, Y_A)_{\theta,\infty}$, и BMO-регулярностью решёток $\left(\mathrm{L}_1, (X^r)' \, Y^r\right)_{\delta,q}$ при некоторых значениях параметров. Последнее свойство, вообще говоря, слабее, чем BMO-регулярность пары (X, Y), и на данный момент относительно малоизучено. Приводятся новые (по сравнению с основной работой) результаты о характеризации этого свойства в терминах ограниченности стандартных операторов гармонического анализа, таких, как преобразование Гильберта и максимальный оператор Харди–Литлвуда.

Библ. – 23 назв.

УДК 517.5

Мартингальная интерпретация слабо сокращающих дифференциальных операторов. Столяров Д. М. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 191–198.

В работе предложен мартингальный аналог слабо сокращающих дифференциальных операторов и доказана теорема вложения соболевского типа для этого аналога.

Библ. – 4 назв.

УДК 517.53

О некоторых свойствах нулевых множеств функции из класса И. И. Привалова в круге. Шамоян Ф. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 199–205.

В заметке изучается свойство корневых множеств функции из класса И. И. Привалова.

Библ. – 6 назв.

УДК 517.537

Внешние функции в классах аналитических функций переменной гладкости. Широков Н. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 47. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 480), СПб., 2019, с. 206–213.

В работе вводятся классы аналитических в круге и голоморфных в шаре функций, удовлетворяющих условию Гёльдера в лебеговой норме с переменным показателем. Описаны внешние функции в круге, получены утверждения о падении гладкости функции в сравнении с гладкостью ее модуля на границе для круга и шара.

Библ. – 6 назв.