Рефераты

УДК 512.5

Коммутаторы конгруэнц-подгрупп в арифметическом случае. Вавилов Н. А. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 1. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 469), СПб., 2018, с. 5–22.

В нашей совместной статье с Алексеем Степановым доказано, что для двух любых комаксимальных идеалов A и B коммутативного кольца R, $A+B=R$, и любого $n \geqslant 3$ выполняется равенство

$$[E(n,R,A), E(n,R,B)] = E(n,R,AB).$$

Алек Мейсон и Уилсон Стотерс построили контр-примеры которые показывают, без предположения комаксимальности идеалов A и B это равенство может нарушаться даже для столь хороших колец как $\mathbb{Z}[i]$. В настоящей работе мы устанавливаем довольно удивительный результат, чтол это равенство – и, на самом деле, более сильное равенство $[\mathrm{GL}(n,R,A), \mathrm{GL}(n,R,B)] = E(n,R,AB)$ – выполняются для любых пар идеалов в случае, когда R дедекиндово кольцо арифметического типа с *бесконечной* мультипликативной группой. Доказательство является смесью элементарных вычислений в духе предшествующих работ Вильберда ван дер Каллена, Рузби Хазрата, Дзухонга Чжанга, Алексея Степанова и автора, и, с другой стороны, явного вычисления многопараметрических относительных SK_1 из моей статьи 1982 года, которая, в свою очередь, опиралась на глубокие арифметичсекие результаты Жана-Пьера Серра и Леонида Васерштейна (после их исправления Армином Лейтбехером и Бернардом Лилем).

Библ. – 50 назв.

УДК 511.3

Двойственные диофантовы системы линейных неравенств. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 23–51.

Предлагается модифицированный вариант $\mathcal{L}$-алгоритма построения бесконечной последовательности целочисленных решений двойственных систем линейных неравенств $\mathcal{S}$ и $\mathcal{S}^*$ от $d{+}1$ переменной, состоящих соответственно из $k^{\perp}$ и $k^{*\perp}$ неравенств, где $k^{\perp}+k^{*\perp}=d+1$. Решения получаются с помощью двух рекуррентных соотношений порядка $d+1$. Скорость приближения в системах неравенств $\mathcal{S}$ и $\mathcal{S}^*$ осуществляется с диофантовыми экспонентами $\frac{d+1-k^{\perp}}{k^{\perp}}-\varrho$ и $\frac{d+1-k^{*\perp}}{k^{*\perp}}-\varrho$, где отклонение $\varrho > 0$ можно сделать сколь угодно малым за счет подходящего выбора рекуррентных соотношений. В основе $\mathcal{L}$-алгоритма лежит метод локализации единиц алгебраических числовых полей.

Библ. – 9 назв.

УДК 511.3

Наилучшие приближения алгебраических чисел многомерными цепными дробями. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 52–84.

Предлагается ядерно-модульный алгоритм ($\mathcal{KM}$-алгоритм) разложения алгебраических чисел $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_d)$ из $\mathbb{R}^d$ в многомерные цепные дроби — последовательности рациональных чисел

$$\frac{P_a}{Q_a} = \Big(\frac{P_1^a}{Q^a}, \dots, \frac{P_d^a}{Q^a}\Big)$$

из $\mathbb{Q}^d$ с числителями $P_1^a, \dots, P_d^a \in \mathbb{Z}$ и общим знаменателем $Q^a = 1, 2, 3, \dots$ $\mathcal{KM}$-алгоритм относится к классу настраиваемых алгоритмов. Он основывается на построении локализованных единиц Пизо $\zeta > 1$, для которых модули всех сопряженных $\zeta^{(i)} \neq \zeta$ содержатся в θ-окрестности числа $\zeta^{-1/d}$, где параметр $\theta > 0$ может принимать произвольное фиксированное значение.

Доказано, что если α — вещественная алгебраическая точка степени $\deg(\alpha) = d + 1$, то $\mathcal{KM}$-алгоритм позволяет получить следующую аппроксимацию

$$\Big|\alpha - \frac{P_a}{Q_a}\Big| \leqslant \frac{c}{Q_a^{1+\frac{1}{d}-\theta}}$$

для всех $a \geqslant a_{\alpha,\theta}$, где константы $a_{\alpha,\theta} > 0$ и $c = c_{\alpha,\theta} > 0$ не зависят от $a = 1, 2, 3, \dots$ и подходящие дроби $\frac{P_a}{Q_a}$ вычисляются с помощью некоторого рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами, определяемые выбором локализованной единицы ζ.

Библ. — 19 назв.

УДК 511.9, 511.48

Локальный алгоритм построения производных разбиений двумерного тора. Журавлев В. Г. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 85–120.

Исследована локальная структура производных разбиений $\mathcal{T}$ двумерного тора $\mathbb{T}^2$. Классифицированы типы многоугольных звезд указанных разбиений. Доказано, что в невырожденном случае разбиения $\mathcal{T}$ содержат 7 различных типов звезд и все типы представимы звездами с внутренними вершинами из короны **Cr** разбиения $\mathcal{T}$. Также установлен принцип максимума, на основе которого построен LLG-алгоритм (layer-by-layer growth) послойного роста производных разбиений $\mathcal{T}$.

Библ. – 24 назв.

УДК 511

Новый вероятностный тест на простоту натуральных чисел. Мошонкин А. Г., Хамитов И. М. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 121–130.

Приведен новый общий вероятностный тест простоты натуральных чисел. Получена некоторая оценка эффективности данного теста. Приведены некоторые основания полагать, что данная оценка весьма груба, а действительная эффективность теста намного выше.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.732+512.736

Короткое доказательство теоремы О. Габбера. Панин И. А. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 131–136.

Приведено очень короткое доказательство одного неопубликованного результата О. Габбера. Более точно, пусть R – регулярное локальное кольцо, содержащее конечное поле k. Пусть $\mathbf{G}$ – односвязная полупростая алгебраическая группа над k. Мы доказываем, что главное $\mathbf{G}$-расслоение над R тривиально, если оно тривиально над полем частных кольца R. Это и есть вышеупомянутый неопубликованный результат О. Габбера. Мы выводим этот результат из одной чисто геометрической теоремы, доказанной в другой работе автора и сформулированной во введении к данной заметке.

Библ. – 20 назв.

УДК 511, 512.624

О некоторых тригонометрических суммах в связи с функцией Эйри. Проскурин Н. В. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 137–145.

Рассмотрен аналог дифференциального уравнения Эйри в контексте комплексных функций на конечных полях. Для решений дано представление через кубические тригонометрические суммы.

Библ. – 5 назв.

УДК 511.2

Векторы Витта и поле из одного элемента. Смирнов А. Л. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 146–159.

Для обобщенных колец в смысле Дурова построены вектора Витта. Вычислено кольцо векторов Витта поля из одного элемента. Получен критерий проективности модулей над полем вычетов в архимедовой точке. Проведено сравнение этого поля вычетов с полукольцом характеристики 1 из конструкции Конна и Конзани.

Библ. – 10 назв.

УДК 511.2

Программа Эйзенштейна и модулярные формы. Смирнов А. Л. — В кн.: Алгеба и теория чисел. 2. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 479), СПб., 2019, с. 160–170.

Получено тождество, выражающее сумму тэта-рядов, соответствующих классам идеалов мнимого квадратичного поля, с помощью ряда Эйзенштейна. Это тождество использовано для нового доказательства формулы для числа целых точек в системе эллипсов. Интерес к таким формулам связана с арифметической теоремой Римана–Роха.

Библ. – 9 назв.