

С. А. Вавилов, М. С. Лытаев

О РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МАССИВЕ ИЗ ТОНКИХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

§1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной работе приводится обобщение предложенного в [7] модельного уравнения на случай рассеяния электромагнитных волн одновременно на нескольких диэлектрических препятствиях.

Рассмотрим случай горизонтальной поляризации, когда электромагнитное поле порождается переменным электрическим током частоты ω , текущим вдоль оси y . Предполагается, что геометрия задачи не зависит от декартовой координаты y . Отбросив временной множитель $\exp(-i\omega t)$, можно свести исходное уравнение Максвелла к скалярному уравнению Гельмгольца относительно электрического поля $V = E_y(x, z)$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2(1 + i\alpha + n(x, z))V = Q_0(x)\delta(z) \quad (1)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число, $\alpha > 0$ – малый параметр, отвечающий за диссипацию волн. Введение данного параметра гарантирует единственность решения в соответствии с принципом предельного поглощения. Волновой процесс порождается объемным источником $Q_0(x)\delta(z)$ в правой части уравнения (1).

Диэлектрические свойства тел рассеяния моделируются при помощи пространственного изменения показателя преломления $n(x, z)$. Предполагается, что функция $n(x, z)$ финитна и равна нулю вне препятствий. При этом допускается скачкообразное изменение показателя преломления как внутри, так и на границе препятствий.

Одной из отличительных особенностей предлагаемой постановки задачи является тот факт, что поле порождается объемным источником в правой части уравнения Гельмгольца, а не падающей плоской волной. Варьируя функцию $Q_0(x)$, можно моделировать точечный или

Ключевые слова: рассеяние на множестве препятствий; уравнение Гельмгольца; система интегральных уравнений; диэлектрики.

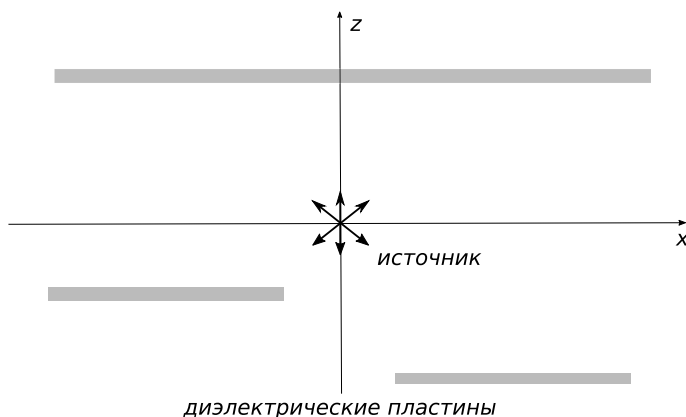


Рис. 1. Схематичное описание задачи.

направленный источник. Настоящая постановка позволяет рассматривать конечное число препятствий, расположенных параллельно оси x . При этом не накладываются ограничения на их взаимное расположение. Схематичное описание решаемой задачи изображено на рис. 1.

Проясним структуру данной работы. В следующем разделе выводится система интегральных уравнений, моделирующих процесс рассеяния на препятствиях малой толщины. В разделе 3 исследуются свойства полученной системы. Существование и единственность решения указанной системы доказывается в разделе 4. В разделе 5 обсуждается применение построенной модели для решения неисследованных классических и современных задач дифракции.

§2. ВЫВОД СИСТЕМЫ МОДЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Следуя [7], используем безразмерные переменные и запишем исходную задачу в форме интегрального уравнения

$$\begin{aligned} \widehat{V}(\lambda, z) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{G}(z, z', \lambda) R(z', \lambda - \lambda') \widehat{V}(\lambda', z') d\lambda' dz' \\ = \widehat{Q}_0(\lambda) \widehat{G}(z, 0, \lambda). \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}\widehat{V}(\lambda, z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} V(x, z) e^{-i\lambda x} dx, \\ \widehat{Q}_0(\lambda) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_0(x) e^{-i\lambda x} dx, \\ R(z, \lambda - \lambda') &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} n(x, z) e^{-ix(\lambda - \lambda')} dx.\end{aligned}$$

Функция Грина $\widehat{G}(z, z', \lambda)$ с учетом принципа предельного поглощения записывается следующим образом

$$\widehat{G}(z, z', \lambda) = -\frac{a - id}{2(a^2 + d^2)} e^{-(a+id)|z-z'|},$$

где

$$a = \sqrt{\frac{\sqrt{(\lambda^2 - 1)^2 + \alpha^2} - (1 - \lambda^2)}{2}}, \quad d = -\sqrt{\frac{\sqrt{(\lambda^2 - 1)^2 + \alpha^2} + (1 - \lambda^2)}{2}}.$$

Потребуем, чтобы в случае m препятствий, коэффициент преломления $n(x, z)$ допускал следующее представление

$$n(x, z) = \sum_{j=1}^m b_j(x) \eta_j(z), \quad (3)$$

где функции $\eta_j(z)$ являются финитными и обращающимися в ноль вне некоторого промежутка $[z_{c_j} - h_j/2, z_{c_j} + h_j/2]$, при этом величина h_j обозначает толщину j -ого препятствия. С учетом предположения (3), функция R запишется следующим образом

$$R(z, \lambda - \lambda') = \sum_{j=1}^m \widehat{b}_j(\lambda - \lambda') \eta_j(z),$$

где

$$\widehat{b}_j(\lambda - \lambda') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b_j(x) e^{-ix(\lambda - \lambda')} dx.$$

Далее предполагается, что толщина j -ого препятствия h_j много меньше длины волны как внутри препятствия, так и вне его. Первоначально будем предполагать, что при фиксированном λ' на промежутке $[z_{c_j} - h_j/2, z_{c_j} + h_j/2]$ функция $\eta_j(z')\widehat{V}(\lambda', z')$ не меняет знак по переменной z' . Тогда, исходя из теоремы о среднем, внутренний интеграл уравнения (2) можно заменить на приближенный

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{G}(z, z', \lambda) R(z', \lambda - \lambda') \widehat{V}(\lambda', z') dz' \\ &= \sum_{j=1}^m \widehat{b}_j(\lambda - \lambda') \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \widehat{G}(z, z', \lambda) \eta_j(z') \widehat{V}(\lambda', z') dz' \\ &\approx \sum_{j=1}^m \widehat{b}_j(\lambda - \lambda') \widehat{G}(z, z_{c_j}, \lambda) \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \eta_j(z') \widehat{V}(\lambda', z') dz'. \quad (4) \end{aligned}$$

Теперь можно заменить уравнение (2) на приближенное соотношение

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\lambda, z) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1}^m \widehat{G}(z, z_{c_j}, \lambda) \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{b}_j(\lambda - \lambda') \int_{h_j/2}^{h_j/2} \eta_j(z') \widehat{V}(\lambda', z') dz' d\lambda' \\ = \widehat{Q}_0(\lambda) \widehat{G}(z, 0, \lambda). \quad (5) \end{aligned}$$

Введем в рассмотрение новые функции

$$\varphi_j(\lambda) = \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{b}_j(\lambda' - \lambda) \eta_j(z') \tilde{V}(\lambda', z') d\lambda' dz',$$

с помощью которых приближенное уравнение (5) может быть переписано следующим образом

$$\tilde{V}(\lambda, z) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=1}^m \widehat{G}(z, z_{c_j}, \lambda) \varphi_j(\lambda) + \widehat{Q}_0(\lambda) \widehat{G}(z, 0, \lambda). \quad (6)$$

В общем случае, когда функция $\eta_j(z')\widehat{V}(\lambda', z')$ меняет знак на промежутке $[z_{c_j} - h_j/2, z_{c_j} + h_j/2]$, он разбивается на соответствующее

число отрезков, на каждом из которых знак указанной функции сохраняется, и затем к каждому из них применяется теорема о среднем. Заменяя в каждом из полученных слагаемых функцию Грина, вычисленную в некоторой «средней» точке промежутка разбиения на функцию Грина, вычисленную в точке z_{c_j} , приходим к выражению (6).

В силу представления (6), каждую из функции φ_j можно рассматривать как плотность распределения искусственных точечных источников, расположенных вдоль осей $z = z_{c_j}$. Другими словами, при указанном подходе препятствия моделируются совокупностью точечных источников с неизвестными плотностями распределения φ_j . Каждой функции φ_j соответствует одно из тел рассеяния.

Подставляя (6) в соотношение (5), приходим к системе интегральных уравнений относительно неизвестных функций $\varphi_j(\lambda)$

$$\begin{cases} \varphi_1(\lambda) + \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{1,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' = g_1(\lambda) \\ \varphi_2(\lambda) + \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{2,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' = g_2(\lambda) \\ \dots \\ \varphi_n(\lambda) + \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{m,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' = g_m(\lambda), \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} K_{i,j}(\lambda, \lambda') &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \widehat{b}_i(\lambda - \lambda') \chi_{i,j}(\lambda'), \\ \chi_{i,j}(\lambda') &= \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \eta_i(z') \widehat{G}(z', z_{c_j}, \lambda') dz', \\ g_i(\lambda) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{b}_i(\lambda - \lambda') \gamma_i(\lambda') d\lambda', \\ \gamma_i(\lambda') &= \int_{-h_j/2}^{h_j/2} \eta_i(z') \widehat{Q}_0(\lambda') \widehat{G}(z', 0, \lambda') dz'. \end{aligned}$$

§3. СВОЙСТВА СИСТЕМЫ МОДЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для краткости изложения перепишем систему уравнений (7) в векторной форме. Введем векторзначные функции

$$\boldsymbol{\varphi}(\lambda) = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m), \quad \mathbf{g}(\lambda) = (g_1, g_2, \dots, g_m)$$

и матричный оператор

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\varphi} = \left(\sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{1,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \dots \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{m,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \right).$$

Тогда система (7) примет вид

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A}) \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{g}. \quad (8)$$

В силу ограничений, указанных в работе [7], для каждой из функций \widehat{b}_j и $\widehat{\eta}_j$ имеет место выполнение следующих условий

$$|\widehat{b}_j(\lambda_1) - \widehat{b}_j(\lambda_2)| \leq c_1 |\lambda_1 - \lambda_2|, \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathcal{R} \quad (9)$$

$$\sup_{\xi} |\widehat{b}_j(\xi)| \leq c_2, \quad (10)$$

$$\int_{-h_j/2}^{+h_j/2} |\eta_j(\xi)|^2 d\xi \leq c_3, \quad (11)$$

где c_1, c_2, c_3 – некоторые константы.

Кроме того, необходимо ввести следующее ограничение на функцию $Q_0(z)$

$$\sup_{\lambda} |\widehat{Q}_0| < +\infty.$$

В частности, допускается выбор точечного источника, отвечающего функции $Q_0(x) = \delta(x)$.

Решение уравнения (7) ищется в банаховом пространстве \mathcal{B} ограниченных векторзначных функций с нормой

$$\|\boldsymbol{\varphi}\| = \max_{i=1..m} \left[\sup_{|\lambda| < +\infty} |\varphi_i(\lambda)| \right].$$

Лемма 1. *Имеет место сходимость следующих интегралов*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\chi_{i,j}(\lambda')| d\lambda' < c_4, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma_i(\lambda')| d\lambda' < c_5,$$

где c_4 и c_5 – некоторые константы.

Доказательство. Доказательство повторяет лемму 1 в [7]. \square

Лемма 2. Функция $\mathbf{g}(\lambda)$ в правой части уравнения (8) ограничена.

Доказательство. Для каждой из функций $g_i(\lambda)$ имеет место следующая оценка

$$|g_i(\lambda)| \leq \sup_{\xi} |\widehat{b}_i(\xi)| \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma_i(\lambda')| d\lambda' \leq c_2 \cdot c_5.$$

Таким образом, каждая из функций $g_i(\lambda)$ ограничена, откуда следует ограниченность $\mathbf{g}(\lambda)$. \square

Лемма 3. Оператор \mathbf{A} отображает равномерно ограниченные функции в равномерно ограниченные.

Доказательство. Положим $\mathbf{y}(\lambda) = \mathbf{A}\varphi$. Справедливость утверждения вытекает из следующих оценок

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y}\| &= \max_{i=1,\dots,m} \sup_{|\lambda|<\infty} \left| \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{+\infty} K_{i,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \right| \\ &\leq \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^m \sup_{|\lambda|<\infty} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} K_{i,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \right| \\ &\leq \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^m \sup_{|\lambda|<\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{i,j}(\lambda, \lambda')| d\lambda' \cdot \sup_{|\lambda|<\infty} |\varphi_j(\lambda')| \\ &\leq \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^m \sup_{|\xi|<\infty} |\widehat{b}_i(\xi)| \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |\chi_{i,j}(\lambda')| d\lambda' \cdot \sup_{|\lambda|<\infty} |\varphi_j(\lambda')| \\ &\leq \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^m c_2 \cdot c_4 \cdot \sup_{|\lambda|<\infty} |\varphi_j(\lambda')| \\ &\leq c_2 \cdot c_4 \cdot \|\varphi\| \end{aligned} \quad \square$$

Лемма 4. Оператор \mathbf{A} отображает ограниченные функции в равномерно непрерывные.

Доказательство. Для каждой из функций $y_i(\lambda)$ справедливы соотношения

$$\begin{aligned} |y_i(\lambda_1) - y_i(\lambda_2)| &= \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^m (K_{i,j}(\lambda_1, \lambda') - K_{i,j}(\lambda_2, \lambda')) \varphi_j(\lambda') d\lambda' \right| \\ &\leq \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^m |K_{i,j}(\lambda_1, \lambda') - K_{i,j}(\lambda_2, \lambda')| d\lambda' \cdot \|\varphi\| \\ &\leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^m |\widehat{b}_i(\lambda' - \lambda_1) - \widehat{b}_i(\lambda' - \lambda_2)| \cdot |\chi_{i,j}(\lambda')| d\lambda' \cdot \|\varphi\| \\ &\leq \frac{m \cdot c_1}{\sqrt{2\pi}} |\lambda_1 - \lambda_2| \cdot c_4 \cdot \|\varphi\|, \end{aligned}$$

из которых следует справедливость утверждения. \square

Аналогичным образом доказываются следующие утверждения.

Лемма 5.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sup_{|\lambda| < +\infty} |K_{i,j}(\lambda, \lambda')| d\lambda' < +\infty.$$

Лемма 6. *Функция $\mathbf{g}(\lambda)$ непрерывна.*

§4. РАЗРЕШИМОСТЬ СИСТЕМЫ МОДЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Наряду с уравнением (8), рассмотрим приближенное к нему уравнение

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A}_n) \varphi = \mathbf{g}, \quad (12)$$

где оператор \mathbf{A}_n определяется следующим образом

$$\mathbf{A}_n \varphi = \left(\sum_{j=1}^m \int_{-n}^{+n} K_{1,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \dots \sum_{j=1}^m \int_{-n}^{+n} K_{m,j}(\lambda, \lambda') \varphi_j(\lambda') d\lambda' \right). \quad (13)$$

Оператор \mathbf{A}_n определен в банаховом пространстве \mathcal{C}_n непрерывных на интервале $[-n, n]$ векторзначных функций с нормой

$$\|\varphi\| = \max_{i=1, \dots, m} \left[\sup_{|\lambda| < n} |\varphi_i(\lambda)| \right].$$

Отметим, что $A_n : \mathcal{C}_n \rightarrow \mathcal{C}_n$ по лемме 4.

Теорема 1. *Зафиксируем некоторое n . Предположим, что единица, взятая со знаком минус, не является собственным числом оператора (13). Тогда уравнение (12) имеет единственное решение в пространстве \mathcal{C}_n для произвольной функции $\mathbf{g}(\lambda)$ из \mathcal{C}_n .*

Доказательство. Из лемм 1–4 и теоремы Арцела-Асколи следует компактность оператора \mathbf{A}_n в \mathcal{C}_n . Соответственно, искомый результат непосредственно вытекает из теории Рисса–Шаудера. \square

Обозначим указанное в теореме 1 решение через $\varphi_n(\lambda)$. Рассмотрим уравнение (12) при фиксированном n и $\lambda \in (-\infty, +\infty)$. Тогда его решение в пространстве \mathcal{B} запишется в виде следующей функциональной последовательности

$$\mathbf{F}_n(\lambda) = \begin{cases} \varphi_n(\lambda), & \lambda \in [-n, n], \\ -\mathbf{A}_n \varphi_n(\lambda) + \mathbf{g}(\lambda), & \lambda \notin [-n, n], \end{cases}$$

Ограниченность $\mathbf{F}_n(\lambda)$ вытекает из ограниченности $\varphi_n(\lambda)$ и леммы 5. Кроме того, как нетрудно заметить, $\mathbf{F}_n(\lambda)$ является непрерывной функцией.

Поставим теперь вопрос о разрешимости уравнения (8).

Введем в рассмотрение операторы \mathbf{T} и \mathbf{T}_n

$$\mathbf{T}\varphi = (\mathbf{I} + \mathbf{A})\varphi, \quad (14)$$

$$\mathbf{T}_n\varphi = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_n)\varphi, \quad (15)$$

где $\mathbf{T}, \mathbf{T}_n : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{B}$ и обозначим через $\|\cdot\|$ операторную норму.

Теорема 2. *Предположим, что существуют сколь угодно большие n , такие, что $\|(\mathbf{T}_n)^{-1}\| < \delta$, где число δ не зависит от n . Тогда уравнение (8) имеет единственное решение.*

Доказательство. Легко заметить, в силу леммы 5, $\|\mathbf{T} - \mathbf{T}_n\| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Тогда, из предположения теоремы 2 вытекает существование таких сколь угодно больших n , что имеет место неравенство

$$\|\mathbf{T} - \mathbf{T}_n\| \cdot \|(\mathbf{T}_n)^{-1}\| < 1,$$

из которого следует непрерывная обратимость оператора \mathbf{T} [9]. Кроме того, выполняется предельное соотношение $\|\mathbf{T}^{-1} - \mathbf{T}_n^{-1}\| \rightarrow 0$, при n стремящемся к бесконечности. \square

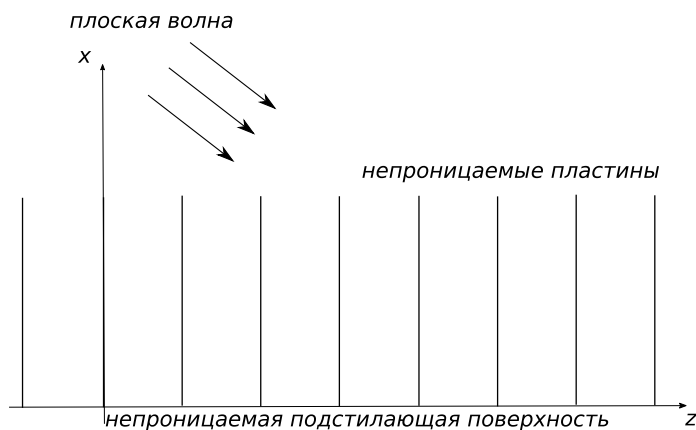


Рис. 2. Рассеяние на периодической гребенчатой структуре конечной высоты.

Следствие 1. Отметим, что указанное решение непрерывно и является пределом последовательности $\mathbf{F}_n(\lambda)$ при $n \rightarrow \infty$.

Замечание 1. Необходимо обратить внимание на то, что результат теоремы 2 носит условный характер и в случае произвольного числа препятствий не дает конструктивного способа проверки сделанного предположения. Тем не менее, в случае одного препятствия условие теоремы 2 может быть проверено исходя из теоремы 2 работы [7]. Последнее обстоятельство дает основание предполагать, что конструктивный способ проверки условия теоремы 2 для случая произвольного числа препятствий может быть построен в дальнейшем.

§5. ИЗВЕСТНЫЕ ПОДХОДЫ К ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ НА НАБОРЕ ПРЕПЯТСТВИЙ

Отметим, что задача дифракции плоской волны на бесконечной периодической структуре, образованной полуплоскостями, решалась Л. А. Вайнштейном [8]. Задача в этом случае сводилась к рассмотрению последовательности бесконечных плоских волноводов. Там же рассмотрена задача рассеяния на массиве из непроницаемых пластин конечной высоты, расположенных перпендикулярно непроницаемой плоской подстилающей поверхности (Рис. 2). При этом существенно

отметить, что пластины выбираются одинаковой высоты, причем расстояние между ними также полагалось одинаковым.

Одним из возможных подходов при решении задачи с конечным числом произвольных препятствий является использование итерационной процедуры для двунаправленного параболического уравнения [3]. Таким образом можно численно решать ряд задач обратного рассеяния акустических и электромагнитных волн. В частности, методом двунаправленного параболического уравнения решалась задача дифракции на бесконечно тонких непроницаемых ребрах, расположенных перпендикулярно плоской подстилающей поверхности [4]. Эта задача является базовой для расчета распространения электромагнитных волн вблизи поверхности Земли при наличии горизонтальных неоднородностей рельефа [1]. В отличие от подхода Вайнштейна, здесь рассматривается конечный набор пластин произвольной конечной высоты и произвольного взаимного расположения. Недостатком указанного подхода является то, что он не имеет строгого математического обоснования, связанного с доказательством сходимости итерационной процедуры.

Заметим, что предлагаемый в настоящей статье подход можно эффективно использовать для решения указанной задачи. Для этого необходимо использовать синус преобразование Фурье в (2), чтобы учесть граничное условие Дирихле на непроницаемой поверхности. Непроницаемость пластины можно моделировать выбором достаточно большого коэффициента преломления, одновременно уменьшая ее толщину и обеспечивая таким образом выполнение основного предположения предлагаемого подхода. При этом, подходящим выбором функции источника можно моделировать диаграмму направленности антенны [6].

Рассеяние на тонких пластинах конечной длины рассматривалась в ряде исследований [2, 5]. Одним из важных направлений является моделирование оптических решеток и резонаторов различной формы. Характерной особенностью этой задачи является тот факт, что расстояние между объектами рассеяния может быть меньше длины волны. При этом нельзя пренебрегать толщиной пластины, а также необходимо учитывать реальную диэлектрическую проницаемость препятствия.

§6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано обобщение работы [7] на случай рассеяния на нескольких препятствиях. Кроме того, использован объемный источник в правой части уравнения Гельмгольца, который дает возможность моделировать направленное излучение. Преимуществом предлагаемой модели является тот факт, что она позволяет строить решение задачи эффективными численными методами. К недостаткам работы следует отнести условный характер полученного результата в случае произвольного числа препятствий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. Deygout, *Multiple knife-edge diffraction of microwaves*. — IEEE Trans. Antennas and Propagation, **14**, No. 4 (1966), 480–489.
2. J. Gopalakrishnan, Sh. Moskow, F. Santosa, *Asymptotic and numerical techniques for resonances of thin photonic structures*. — SIAM J. Appl. Math. **69**, NO. 1 (2008), 37–63.
3. M. J. Mills, M. D. Collins, J. F. Lingeitch, *Two-way parabolic equation techniques for diffraction and scattering problems*. — Wave Motion **31**, No. 2 (2000), 173–180.
4. O. Ozgun, G. Apaydin, M. Kuzuoglu, L. Sevgi, *PETOOOL: MATLAB-based one-way and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation over variable terrain*. — Comput. Phys. Commun. **1826** No. 12 (2011), 2638–2654.
5. O. V. Shapoval, *Comparison of refractive-index sensitivities of optical-mode resonances on a finite comb-like grating of silver nanostrips*. — IEEE J. Quantum Electronics **51**, No. 4 (2015), 1–8.
6. S. A. Vavilov, M. S. Lytaev, *Calibration and Verification of Models Defining Radar-Visibility Zones in Marine Geoinformation Systems*. — In: Information Fusion and Intelligent Geographic Information Systems (IF&IGIS'17), Springer, 2018, pp. 115–125.
7. С. А. Вавилов, М. С. Лытаев, *Модельное уравнение рассеяния электромагнитных волн на тонких диэлектриках*. — Зап. научн. семин. ПОМИ **461** (2017), 95–106.
8. Л. А. Вайнштейн, *Теория дифракции и метод факторизации*, Сов. радио, 1966.
9. В. А. Треногин, *Функциональный анализ*, vol. 496, М., Наука (1980).

Vavilov S. A., Lytaev M. S. Scattering of electromagnetic waves on the array of thin dielectric structures.

This research concerns with the scattering of electromagnetic waves by thin dielectric impediments in 2D geometry. Dielectric and spatial properties of the impediments are modeled by varying the inhomogeneous component of the refractive index. It is supposed, that each impediment has an arbitrary finite length, while width is much less in comparison

with the wavelength. The proposed approach allows to solve the scattering problem simultaneously on several obstacles. A system of integral equations is derived, whose unique solvability is discussed.

С.-Петербургский
государственный университет,
Университетская набережная, д. 7–9, 199034,
С.-Петербург, Россия
E-mail: savavilov@inbox.ru

Поступило 26 октября 2018 г.

С.-Петербургский государственный
университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича,
пр. Большевиков д.22, к.1,
193232, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: mikelytaev@gmail.com