УДК 512.623.22, 511.14

О некоторых мультипликативных структурах на кубических расширениях. Антипов М. А., Пименов К. И. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 5–20.

Изучаются мультипликативные свойства некоторого соответствия между элементами в циклических кубических расширениях поля рациональных чисел и элементами в подходящих чисто кубических расширениях. Отдельно рассмотрен случай шенксовых кубических полиномов, для которых установлена связь умножения чисто кубических иррациональностей со сложением точек на сопутствующей эллиптической кривой.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.5

В направлении обратного разложения унипотентов. Вавилов Н. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 21–37.

Разложение унипотентов дает короткие полиномиальные формулы, выражающие *сопряженные* с элементарными корневыми унипотентами как произведение элементарных образующих. Оказывается, небольшая модификация этого доказательства позволяет прочитать его в обратную сторону и построить очень короткие полиномиальные выражения самих элементарных образующих как произведений элементарных сопряженных произвольной обратимой матрицы и ее обратной. Для абсолютных элементарных подгрупп в *классических* группах это недавно заметил Раймунд Пройссер. В настоящей работе мы обсуждаем дальнейшие обобщения этой идеи, в частности в применении к *исключительным* группам типов E_6 и E_7, а также обсуждаем дальнейшие возможные обобщения и применения.

Библ. – 55 назв.

УДК 512.5

Нерелятивизированная стандартная коммутационная формула. Вавилов Н. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 38–49.

В настоящей заметке, которая является замечанием на полях к предыдущим статьям Рузби Хазрата, Алексея Степанова, Дхухонг Чжанга и автора, мы замечаем, что для любых двух идеалов $A, B \trianglelefteq R$ коммутативного кольца R и всех $n \geqslant 3$ биотносительная стандартная коммутационная формула выполняется также в нерялитивизированной форме, $[E(n, A), \mathrm{GL}(n, B)] = [E(n, A), E(n, B)]$ и обсуждаем некоторые ее следствия.

Библ. – 34 назв.

УДК 512.5

Когомологии Хохшильда алгебр диэдрального типа. VIII. Алгебра когомологий для серии $D(2\mathcal{B})(k, s, 0)$ в характеристике 2. Генералов А. И., Косовская Н. Ю. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 50–87.

Для алгебр диэдрального типа из подсемейства в серии $D(2\mathcal{B})$, соответствующих нулевому значению параметра c, дается описание алгебры когомологий Хохшильда. В вычислениях умножений в этой алгебре когомологий используется минимальная бимодульная проективная резольвента для рассматриваемых алгебр, которая была построена в предыдущей статье авторов. Полученные результаты позволяют описать алгебру когомологий Хохшильда для алгебр из семейства $D(2\mathcal{A})$, для которых также $c = 0$.

Библ. – 37 назв.

УДК 512.7, 512.64, 512.81

Произведения коммутаторов полной линейной группы над телом. Егорченкова Е. А., Гордеев Н. Л. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 88–104.

Мы рассматриваем вербальное отображение $\mathbf{w} : \mathrm{GL}_m(D)^{2k} \to \mathrm{GL}_n(D)$ и $\mathbf{w} : D^{*2k} \to D^*$ для слова $w = \prod_{i=1}^{k} [x_i, y_i]$, где D – тело над полем K. Если $\mathbf{w}(D^{*2k}) = [D^*, D^*]$, то мы доказываем, что $\mathbf{w}(\mathrm{GL}_n(D)) \supset E_n(D) \backslash Z(E_n(D))$, где $E_n(D)$ – подгруппа $\mathrm{GL}_n(D)$, порожденная трансвекциями, а $Z(E_n(D))$ – ее центр. Если к тому же $n > 2$, то мы доказываем, что $\mathbf{w}(E_n(D)) \supset E_n(D) \setminus Z(E_n(D))$. Доказательство результата опирается на “разложение Гаусса с заданной полупростой частью” группы $\mathrm{GL}_n(D)$, которое также рассматривается в этой статье.

Библ. – 18 назв.

УДК 512.5

К вопросу об обобщенных конгруэнц-подгруппах. I. Койбаев В. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 105–110.

Система аддитивных подгрупп $\sigma = (\sigma_{ij})$, $1 \leqslant i, j \leqslant n$ кольца (поля) K называется *сетью* порядка n над кольцом K, если $\sigma_{ir}\sigma_{rj} \subseteq \sigma_{ij}$ при всех значениях индексов i, r, j. Такая же система, но без диагонали, называется элементарной сетью. Полную или элементарную сеть $\sigma = (\sigma_{ij})$ мы называем неприводимой, если все аддитивные подгруппы σ_{ij} отличны от нуля. Назовем элементарную сеть σ замкнутой, если элементарная сетевая подгруппа $E(\sigma)$ не содержит новых элементарных трансвекций. Работа связана с вопросом, поставленным Я. Н. Нужиным в связи с вопросом В. М. Левчука 15.46 из Коуровской тетради о допустимости (замкнутости) элементарной сети (ковра) $\sigma = (\sigma_{ij})$ над полем K. Пусть J – произвольное подмножество множества $\{1, \ldots, n\}$, $n \geqslant 3$, причем для числа $|J| = m$ выполнено условие $2 \leqslant m \leqslant n - 1$. Пусть R – коммутативная область целостности (отличная от поля) с $1 \in R$, K – поле частных кольца R. Приводится пример сети $\sigma = (\sigma_{ij})$ порядка n над полем K, для которой группа $E(\sigma) \cap \langle t_{ij}(K) : i, j \in J\rangle$ не содержится в группе $\langle t_{ij}(\sigma_{ij}) : i, j \in J\rangle$.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.5

Унитарные символы и разложение гиперболических матриц. Копейко В. И. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 111–119.

В работе вводятся и изучаются унитарные символы и дается их применение для получения разложения гиперболической унитарной матрицы.

Библ. – 5 назв.

УДК 512.743.7

Явные уравнения на внешний квадрат полной линейной группы. Лубков Р. А., Некрасов И. И. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 120–137.

В данной работе представлены явно несколько систем уравнений, задающих внешний квадрат полной линейной группы $\bigwedge^2 \mathrm{GL}_n$ как аффинную групповую схему. Алгебраическая составляющая данных уравнений, так называемые *внешние числа матрицы* и соотношения на них, интерпретированы в терминах весовых диаграмм для группы Ли типа A_{n-1} в представлении со старшим весом ϖ_2.

Библ. – 12 назв.

УДК 511.5

О конгруэнтности удвоенных простых чисел. Лурье Б. Б., Порецкий А. М. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 138–146.

Показано, что если p – простое число, сравнимое с 5 по модулю 8, то $2p$ не может быть конгруэнтным. Также показано, что если p – простое число, сравнимое с 1 по модулю 8, то $2p$ может быть конгруэнтным только в случае $p \equiv 1 \pmod{16}$.

Библ. – 8 назв.

УДК 512.54

Геометрическая эквивалентность, мальцевское пополнение, несжимаемые нильпотентные группы. Носков Г. А. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 147–161.

В 1997 г. Б. И. Плоткин ввёл понятие геометрической эквивалентности алгебраических структур и сформулировал вопрос: верно ли что всякая нильпотентная группа без кручения геометрически эквивалентна своему мальцевскому пополнению? Отрицательный ответ был дан В. В. Блудовым и Б. В. Гусевым в 2007 г. в виде трёх контрпримеров. В настоящей работе мы приводим бесконечную серию контрпримеров неограниченных ранга Хирша и ступени нильпотентности.

Библ. – 32 назв.

УДК 512.547

Новая теория суперхарактеров для силовских подгрупп в ортогональной и симплектической группах. Панов А. Н. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 162–178.

Используя новый подход, построена теория суперхарактеров для подгрупп Силова в ортогональной и симплектической группах.

Библ. – 10 назв.

УДК 512.542.3, 519.178

Отделимость колец Шура над абелевой группой порядка $4p$. Рябов Г. К. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 470), СПб., 2018, с. 179–193.

Кольцо Шура (S-кольцо) называется *отделимым* относительно класса групп $\mathcal{K}$, если каждый его алгебраический изоморфизм в S-кольцо над группой из $\mathcal{K}$ индуцируется комбинаторным изоморфизмом. В работе доказывается, что каждое кольцо Шура над абелевой группой G порядка $4p$, где p – простое число, отделимо относительно класса абелевых групп. Из этого утверждения выводится, что WL-размерность класса графов Кэли над G не превосходит 2.

Библ. – 15 назв.