УДК 519.72, 517.938

Анонс результатов, связывающих колмогоровскую сложность с энтропией для действий аменабельных групп. Алпеев А. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 7–12.

Анонсируется обобщение результатов А. Брудно, связывающих энтропию сдвига над аменабельной группой и колмогоровскую сложность.

Библ. – 12 назв.

УДК 519.2

Квантовые марковские состояния и квантовые скрытые марковские состояния. Бежаева З. И., Оселедец В. И. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 13–23.

Ранее в работе "Замечания о квантовых марковских состояниях" (Функц. анал. и прил. 49 (2015), вып. 3, 60–65) мы определили квантовые марковские состояния. Здесь мы напомним это определение и приведем доказательства утверждений, которые даны там без доказательств. Мы дадим определение квантового скрытого марковского состояния, порождаемого функцией от квантового марковского процесса, и покажем, как оно связано с другими определениями таких состояний. Наши определения работают для квантовых марковских полей на Z^N и на графах. Мы разбираем пример с деревом Кэли.

Библ. – 5 назв.

УДК 517.987

Об универсальном борелевском адическом пространстве. Вершик А. М., Затицкий П. Б. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 24–38.

В статье доказывается, что так называемый униадический граф и его адический автоморфизм являются борелевски универсальными, т.е. всякий апериодический борелевский автоморфизм изоморфен ограничению этого автоморфизма на некоторое инвариантное относительно адического преобразования подмножество, при этом изоморфизм задан на универсальном в смысле меры множестве. Развивается концепция базисных фильтраций и комбинаторной определенности автоморфизмов, которой посвящена предыдущая работа авторов.

Библ. – 10 назв.

УДК 512.54, 519.116, 519.217.7

Асимптотика числа геодезических в дискретной группе Гейзенберга. Вершик А. М., Малютин А. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 39–52.

Исследование вырожденной части абсолюта дискретной группы Гейзенберга потребовало решения важной самой по себе задачи о числе геодезических (определение дано ниже) в этой группе и в ее полугруппе. Аналитически эта задача сводится к нахождению асимптотик гауссовых q-биномиальных коэффициентов, а нужное свойство есть свойство почти мультипликативности характеров группы. Эта задача естественно оформляется в терминах диаграмм Юнга и их, по-видимому, нового асимптотического свойства.

Библ. – 50 назв.

УДК 512.772.5, 515.179.25

Явная формула для 2-корреляторов Виттена. Зограф П. Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 53–57.

Получено явное замкнутое выражение для 2-корреляторов в двумерной топологической гравитации Виттена в произвольном роде.

Библ. – 5 назв.

УДК 519.217.72, 517.987

Граница расщепленного графа Кингмана. Карев М. В., Никитин П. П. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 58–74.

В работе вводится расщепленный граф Кингмана $\mathbb{D}$, его вершины индексируются композициями натуральных чисел, а кратности ребер отвечают правилу Пьери для квазисимметрических мономиальных функций. Мы показываем, что граница Мартина графа $\mathbb{D}$ совпадает с минимальной границей $\mathbb{D}$ и параметризуется множеством Ω всех наборов попарно непересекающихся открытых интервалов, лежащих внутри отрезка $[0, 1]$.

Библ. – 11 назв.

УДК 514.762

Какие расслоения со слоем окружность имеют триангуляцию с базой $\partial\Delta^3$? Мнев Н. Е. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 75–81.

Доказывается, что над границей трехмерного симплекса, взятой в качестве базы триангуляции расслоения со слоем окружность, можно триангулировать только тривиальное расслоение и расслоение Хопфа.

Библ. – 6 назв.

УДК 519.214.7

Предельная форма вероятностной меры на тензорном произведении модулей алгебры серии B_n. Назаров А. А., Постнова О. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 82–97.

Исследуется вероятностная мера, заданная на решетке доминантных весов в разложении N-кратной тензорной степени спинорного фундаментального представления алгебры Ли серии $\mathrm{so}(2n+1)$. Вероятность доминантного веса λ определяется как соотношение размерности неприводимой компоненты со старшим весом λ, умноженной на кратность этой компоненты в разложении, и полной размерности 2^{nN} тензорной степени. Доказывается, что при $N \to \infty$ исследуемая мера слабо сходится к радиальной части $\mathrm{SO}(2n+1)$-инвариантной меры на $\mathrm{so}(2n+1)$, индуцированной формой Киллинга. В результате теорема Керова для $\mathrm{su}(n)$ обобщается на $\mathrm{so}(2n+1)$.

Библ. – 14 назв.

УДК 519.1

Замечание об изоморфизме схемы Бернулли и меры Планшереля. Нарышкин П. Е. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 98–104.

Мы формулируем теорему об изоморфизме схемы Бернулли и меры Планшереля, доказанную Ромиком и Сняды. После этого мы приводим несколько комбинаторных результатов, из нее следующих. Первый из них связан с измеримыми разбиениями; другие два связаны с эквивалентностью по Кнуту. Также приводятся несколько примеров и одна гипотеза, принадлежащие А. М. Вершику.

Библ. – 7 назв.

УДК 517.986.4, 512.625, 512.583

О группе бесконечных p-адических матриц с целыми элементами. Неретин Ю. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 105–125.

Пусть G – бесконечномерная классическая вещественная группа, содержащая в качестве подгруппы полную унитарную группу (или полную ортогональную группу). Тогда G порождает категорию двойных классов смежности (шлейф), и любое унитарное представление группы G канонически продолжается до представления шлейфа. Мы доказываем техническую лемму о полной группе GL бесконечных p-адических матриц с целыми коэффициентами; из этой леммы вытекает, что утверждения об автоматическом продолжении унитарных представлений на шлейф остаются в силе для бесконечномерных p-адических групп.

Библ. – 18 назв.

УДК 519.172.3, 519.179.4, 519.212.2, 512.643

Асимптотика следов путей на графах Юнга и Шура. Петров Ф. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 126–137.

Пусть G — градуированный граф с уровнями $V_0, V_1, \dots$. Зафиксируем m и выберем вершину v на уровне V_n, где $n \geqslant m$. Рассмотрим равномерную меру на путях из V_0 в вершину v. Каждый такой путь имеет единственную вершину на уровне V_m, тем самым индуцируется мера ν_v^m на V_m. Естественно ожидать, что эти меры имеют предел, когда вершина v убегает на бесконечность достаточно “регулярным” образом. Мы доказываем это (и вычисляем предел) для графов Юнга и Шура; регулярность здесь следует понимать так, что доля клеток

диаграммы, заключенных в первой строке и первом столбце, стремится к 0. Для графа Юнга это было фактически установлено Вершиком и Керовым в работе 1981 г.; наше доказательство более непосредственное и элементарное.

Библ. – 12 назв.

УДК 513.6, 518.5

Системы с параметрами, или эффективное решение систем полиномиальных уравнений 33 года спустя. II. Чистов А. Л. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 138–176.

Рассмотрим систему полиномиальных уравнений с параметрическими коэффициентами над произвольным основным полем. Мы показываем, что многообразие параметров может быть представлено как объединение стратов. Для значений параметров из каждого страта решения системы задаются алгебраическими формулами, зависящими только от этого страта. Каждый страт является квазипроективным алгебраическим многообразием со степенью, ограниченной сверху субэкспоненциальной функцией от размера входных данных. Число стратов также субэкспоненциально от размера входных данных. Таким образом, здесь мы избежали дважды экспоненциальных оценок на степени и тем самым решили старую проблему.

Библ. – 12 назв.

УДК 512.816.2, 530.145

О пространстве модулей квазивероятностных распределений Вигнера для N-мерных квантовых систем. Абгарян В. С., Хведелидзе А. М., Торосян А. Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 177–201.

Обсуждается отображение между операторами в гильбертовом пространстве N-мерной квантовой системы и квазивероятностными распределениями Вигнера, определенными на симплектическом флаговом многообразии. Квазивероятностное распределение Вигнера определяется дуальной парой из матрицы плотности и ядра Стратоновича–Вейля. Показано, что пространство модулей ядра Стратоновича–Вейля задается пересечением коприсоединенного пространства орбит группы $SU(N)$ и единичной $(N-2)$-мерной сферы. Общее рассмотрение иллюстрируется подробным описанием пространства модулей 2-, 3- и 4-мерных систем.

Библ. – 30 назв.

УДК 519.62

О разностных схемах, аппроксимирующих дифференциальные уравнения первого порядка и задающих проективные соответствия между слоями. Айрян Э. А., Малых М. Д., Севастьянов Л. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 202–220.

Известно, что есть замечательные дифференциальные уравнения, которые могут быть проинтегрированы в CAS, однако нет единого подхода к описанию этого класса дифференциальных уравнений. В нашей работе мы будем говорить о замечательных дифференциальных уравнениях в другом смысле: для этих уравнений можно составить конечно-разностные схемы, которые точно сохраняют алгебраические свойства решений. Нужно отметить, что этот класс дифференциальных уравнений совпадает с классом, введенным Пенлеве. В терминах задачи Коши дифференциальное уравнение этого класса задает алгебраическое соответствие между начальными и конечными значениями. Например, уравнение Риккати $y' = p(x)y^2+q(x)y+r(x)$ задает взаимно однозначное (бирациональное) соответствие между начальными и конечными значениями y на проективной прямой. Однако стандартные конечно-разностные схемы не сохраняют это алгебраическое свойство точного решения. Более того, схема, обладающая этим свойством, верно описывает решение не только до, но и после подвижных полюсов и сохраняет такие алгебраические свойства уравнений как ангармоническое отношение. После необходимого введения (разделы 1 и 2) мы описываем такую разностную схему для уравнения Риккати и доказываем ее свойства, упомянутые выше.

Библ. – 20 назв.

УДК 517.289, 517.923, 517.926

Связи между фуксовыми уравнениями второго порядка и фуксовыми системами первого порядка. Бабич М. В., Славянов С. Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 221–227.

Рассматриваются условия эквивалентности фуксова уравнения второго порядка с четырьмя особыми точками и линейной системы уравнений первого порядка, сравнивается условие изомонодромности с методом антиквантования. Показана связь с уравнением Пенлеве $P^{(VI)}$.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.547.2

Алгоритм разложения представлений конечных групп с помощью инвариантных проекторов. Корняк В. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 228–248.

Описывается алгоритм разложения на неприводимые компоненты перестановочных представлений конечных групп над полями нулевой характеристики. Алгоритм основан на том, что компоненты инвариантного скалярного произведения в инвариантных подпространствах являются операторами проектирования в эти подпространства, что позволяет свести проблему к решению систем квадратных уравнений. Текущая реализация предлагаемого алгоритма позволяет расщеплять представления размерностей до сотен тысяч. Приводятся примеры вычислений.

Библ. – 8 назв.

УДК 512.628.2 512.628.4 519.63

Об анализе согласованности конечно-разностных аппроксимаций. Михельс Д. Л., Гердт В. П., Блинков Ю. А., Ляхов Д. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 249–266.

Конечно-разностные схемы широко используются в прикладной математике для численного решения дифференциальных уравнений в частных производных. Однако для заданной разностной схемы обычно очень сложно оценить качество используемой в ней конечно-разностной аппроксимации по отношению к наследованию алгебраических свойств рассматриваемой дифференциальной задачи. В данной работе мы представим критерий, подходящий для такой оценки и означающий свойство сильной согласованности (аппроксимации) для конечно-разностных дискретизаций систем дифференциальных уравнений в

частных производных, которое усиливает стандартное требование аппроксимации рассматриваемых дифференциальных уравнений разностными. Для проверки этого свойства мы используем алгоритм, основанный на вычислении разностных базисов Гребнера. Тем самым, можно не только проверять качество разностных аппроксимаций, но и строить такие аппроксимации, которые наследуют на дискретном уровне важные алгебраические свойства исходных дифференциальных уравнений. Представленный в работе подход проиллюстрирован моделированием дорожки Кармана для двумерного течения вязкой несжимаемой жидкости, описываемого уравнениями Навье–Стокса.

Библ. – 34 назв.

УДК 512.816.2

Слоение пространства $\mathfrak{sl}^*(n,\mathbb{R})$ на коприсоединенные орбиты. Палий Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 267–280.

Предложен метод построения параметров на коприсоединенной орбите в пространстве $\mathfrak{sl}^*(n,\mathbb{R})$. Метод основан на том, что параметры являются инвариантами действия векторных полей, нормальных относительно формы Киллинга к касательному пространству орбиты. Построение сводится к решению однородной системы линейных уравнений.

Библ. – 9 назв.

УДК 511, 512.624

О некоторых специальных функциях на конечных полях. Проскурин Н. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 281–286.

В контексте теории комплексных функций на конечных полях построены аналоги функции ошибок и неполной гамма функции.

Библ. – 5 назв.

УДК 512.58, 510.64, 510.51

Автоморфизмы типов и их приложения. Соловьев С., Малаховский Я. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 468), СПб., 2018, с. 287–308.

В статье приводится краткое изложение новых результатов об изоморфизмах и автоморфизмах в теории типов и предлагается несколько практических применений указанных результатов в контексте языков программирования и защиты данных.

Библ. – 27 назв.