Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 465, 2017 г.

А. В. Иванов

О РАЗМЕРНОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НА ПРИМЕРЕ ТЕОРИИ ЯНГА–МИЛЛСА

§1. Введение

Появление расходящихся интегралов в таких моделях как ϕ^4, квантовая электродинамика, квантовая хромодинамика (смотреть [4–6] или [7]) привело к развитию перенормировочных подходов, которые, на данный момент, содержат много глубоких математических проблем и во многом зависят от выбранной регуляризации. Ключевым объектом данной работы является размерная регуляризация, которая впервые возникла в статьях [1] и [2] и с тех пор стала неотъемлемой частью теории перенормировок.

В первой части разбирается пример, который показывает явное отличие размерной регуляризации от регуляризации с импульсом обрезания (1). Во второй части выводится формула для голого заряда (2, 6), которая позволяет получить асимптотику в пределе $\varepsilon \to +0$ (7). В последней части работы на примере теории Янга–Миллса разбирается размерная трансмутация и перенормировка действия при помощи асимптотики голого заряда (15, 17, 18). При этом производится сравнение с результатами [3] и [8], полученными в ситуации импульса обрезания.

§2. Размерная регуляризация

Для пояснения того, как устроена регуляризация, стоит рассмотреть весьма поучительный пример. Похожие интегралы возникают во многих работах и учебниках по квантовой теории поля ([4, 5, 11])

$$\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\mathbb{R}^2}\frac{dp_1dp_2}{p_1^2+p_2^2+m^2},\ \ m>0.$$

Ключевые слова: теория Янга–Миллса, перенормировка, ренормгруппа, размерная трансмутация, размерная регуляризация, эффективное действие, уравнение Гелл-Манна-Лоу, константа связи.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований грант 17-01-00283-А.

1) Для выделения расходимости необходимо перейти к полярным координатам и, согласно методу регуляризации с импульсом обрезания, обрезать импульс на Λ, тогда

$$\int\limits_0^\infty \frac{pdp}{p^2+m^2} \longmapsto \int\limits_0^\Lambda \frac{pdp}{p^2+m^2} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Lambda^2+m^2}{m^2}\right),$$

что асимптотически при $\Lambda \to \infty$ дает

$$\ln\left(\frac{\Lambda}{m}\right) + o(1).$$

2) В случае размерной регуляризации после перехода к полярным координатам нужно изменить размерность пространства D в якобиане на $D-\varepsilon$ и ввести вспомагательный параметр μ ($[\mu]=L^{-1}$) для обезразмеривания интеграла, тогда

$$\int\limits_0^\infty \frac{pdp}{p^2+m^2} \longmapsto \mu^\varepsilon \int\limits_0^\infty \frac{p^{1-\varepsilon}dp}{p^2+m^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{m}\right)^\varepsilon \Gamma\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)\Gamma\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right),$$

что асимптотически при $\varepsilon \to 0$ дает

$$\frac{1}{\varepsilon} + \ln\left(\frac{\mu}{m}\right) + o(1).$$

Возникает занимательная ситуация: при снятии регуляризации интегралы будут иметь одинаковую асимптотику при выполнении равенства

$$\Lambda = \mu \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\right). \tag{1}$$

То есть во втором случае безразмерный параметр регуляризации (ε) и вспомогательный размерный масштабный параметр (μ) разделены, в отличии от регуляризации с импульсом обрезания, где Λ совмещает в себе эти два понятия.

§3. Константа связи

При перенормировке квантово-полевых теорий используются различные схемы (MS, $\overline{MS}$, MOM). Результатом перенормировки является введение в лагранжиан контрчленов, которые сокращают расходимости и могут быть представлены заменой параметров (масса, константа связи) на перенормированные аналоги с константами перенормировки.

3.1. Z-функция. Пусть α – константа связи. Согласно общей теории после введения размерной регуляризации и перенормировки голая константа связи $\alpha \longmapsto \alpha(\varepsilon)$ становится зависимой от параметра ε, и в теории возникает перенормированная константа $\alpha_r = \alpha_r(\mu, \alpha(\varepsilon), \varepsilon)$, которая удовлетворяет соотношению

$$\alpha(\varepsilon) = \left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon} \alpha_r Z(\alpha_r, \varepsilon), \tag{2}$$

где $[\mu] = [m] = L^{-1}$, а $Z(\alpha_r, \varepsilon)$ – константа перенормировки. Параметр m введен для обезразмеривания константы связи $\alpha(\varepsilon)$. Вполне логично, следуя схемам перенормировки, представить Z-функцию в виде

$$Z(\alpha_r, \varepsilon) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=k}^{\infty} \frac{z_{n,k}\alpha_r^n}{\varepsilon^k}. \tag{3}$$

Однако анализ такого выражения в окрестности нуля по ε весьма затруднителен, поэтому следует вывести формулу для $Z(\alpha_r, \varepsilon)$, удобную для получения асимптотики при $\varepsilon \to +0$. После применения, согласно [10], оператора $\mu\frac{d}{d\mu}$ к формуле (2)

$$0 = \epsilon\alpha_r Z(\alpha_r, \epsilon) + \left(Z(\alpha_r, \epsilon) + \alpha_r \frac{dZ(\alpha_r, \epsilon)}{d\alpha_r}\right) \mu \frac{\alpha_r}{d\mu}$$

с учетом соображений из теории ренормгруппы

$$\mu\frac{d}{d\mu}\alpha_r = -\varepsilon\alpha_r + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{i+1}\alpha_r^{i+2} = -\varepsilon\alpha_r + \beta(\alpha_r), \tag{4}$$

$$\alpha_r\big|_{\mu=1} = \theta(1, \varepsilon),$$

где $\theta(1, \varepsilon)$ – начальное значение при параметре регуляризации ε, задача имеет вид

$$\begin{cases} Z'_{\alpha_r}(\alpha_r, \epsilon) - \frac{\beta(x)dx}{x(\varepsilon x - \beta(x))} Z(\alpha_r, \epsilon) = 0; \\ Z(0, \epsilon) = 1. \end{cases} \tag{5}$$

Классическое решение задачи (5) дается формулой

$$Z(\alpha_r, \varepsilon) = \exp\left(\int_0^{\alpha_r} \frac{\beta(x)dx}{x(\varepsilon x - \beta(x))}\right). \tag{6}$$

3.2. Асимптотика в пределе снятой регуляризации. Для того чтобы узнать поведение голого заряда при снятии регуляризации, нужно рассмотреть поведение Z-функции при $\varepsilon \to +0$. Сперва сделаем тождественное преобразование в формуле (6)

$$\frac{\beta(x)}{x(\varepsilon x-\beta(x))} = \left(\frac{\beta(x)}{x(\varepsilon x-\beta(x))} - \frac{\beta_1 x^2}{x(\varepsilon x-\beta(x))}\right) + \\ + \left(\frac{\beta_1 x^2}{x(\varepsilon x-\beta(x))} - \frac{\beta_1 x^2}{\varepsilon x^2-\beta_1 x^3}\right) + \frac{\beta_1 x^2}{\varepsilon x^2-\beta_1 x^3}.$$

Первые два слагаемых справа имеют конечный предел при $\varepsilon \to +0$ и $\alpha_r \to +0$, поэтому, учитывая

$$\int\limits_0^{\alpha_r} \frac{\beta_1 x^2 dx}{\varepsilon x^2-\beta_1 x^3} = \ln\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-\beta_1\alpha_r}\right),$$

формула (6) имеет вид

$$Z(\alpha_r,\varepsilon) = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-\beta_1\alpha_r}\right)\exp\left(\int\limits_0^{\alpha_r}\left(\frac{\beta(x)}{x(\varepsilon x-\beta(x))} - \frac{\beta_1 x^2}{\varepsilon x^2-\beta_1 x^3}\right)dx\right)$$

и асимптотику при $\varepsilon \to +0$

$$Z(\alpha_r,\varepsilon) = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-\beta_1\alpha_r}\right)(1+o(1)).$$

Поскольку теория считается перенормируемой, перенормированная константа связи имеет конечное значение при снятии регуляризации. В таком случае справидливы следующие асимптотики при $\varepsilon \to +0$:

- если α_r стремится к нулю медленнее первой степени ε или принимает конечное значение не равное нулю, то
$$\alpha(\varepsilon) = -\frac{\varepsilon}{\beta_1}(1+o(1)); \tag{7}$$
- если $\alpha_r = a\varepsilon(1+o(1))$, $a \neq \beta_1^{-1}$, то
$$\alpha(\varepsilon) = \frac{a\varepsilon}{1-\beta_1 a}(1+o(1));$$
- если α_r стремится к нулю быстрее первой степени ε, то
$$\alpha(\varepsilon) = \alpha_r(1+o(1)).$$

Наиболее содержательным является случай, когда α_r принимает значение не равное нулю, тогда уравнение ренормгруппы (4) переходит в известное уравнение Гелл-Манна-Лоу

$$\mu\frac{d}{d\mu}\alpha_r(\frac{\mu}{m},\alpha(0),0)=\beta(\alpha_r(\frac{\mu}{m},\alpha(0),0)),$$
$$\alpha_r(1,\alpha(0),0)=\theta(1,0).$$

Согласно работе [3], решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha_r(\frac{\mu}{m},\alpha(0),0)=e^{\ln(\mu/m)\beta(x)\partial_x}x\Big|_{x=\theta(1,0)}. \tag{8}$$

3.3. Групповой закон. Из формулы (2) видно, что $\alpha(\varepsilon)$ и $\left(\frac{\mu}{m}\right)^{-\varepsilon}$ играют одинаковую роль, поэтому уравнение по голой константе связи с начальным условием имеют вид

$$\alpha(\epsilon)\frac{\partial\alpha_r}{\partial\alpha(\varepsilon)}=\alpha_r-\frac{\beta(\alpha_r)}{\varepsilon},$$
$$\alpha_r\big|_{\alpha(\varepsilon)=1}=\theta(1,\varepsilon).$$

В [3] похожее уравнение уже возникало, поэтому ответ может быть представлен формулой

$$\alpha_r(1,b,\varepsilon)=G(a,b)\alpha_r(1,a,\varepsilon), \tag{9}$$

где G – групповое преобразование из точки a в точку b, действующее по формуле

$$G(a,b)\alpha_r(1,a,\varepsilon)=e^{\ln(b/a)\left(x-\frac{\beta(x)}{\varepsilon}\right)\partial_x}x\Big|_{x=\alpha_r(1,a,\varepsilon)}. \tag{10}$$

В пределе снятия регуляризации (9) переходит в (8), поскольку

$$\ln((\mu/m)^{-\varepsilon})\left(x-\frac{\beta(x)}{\varepsilon}\right)\to\ln(\mu/m)\beta(x)\,.$$

§4. Перенормировка

В случае регуляризации с импульсом обрезания было показано, что перенормировка представляет собой процесс перехода константы связи из одной точки в другую. В случае же размерной регуляризации перенормировка достигается $\alpha\longmapsto\alpha(\varepsilon)$, однако перед этим производится замена переменной $\alpha\longmapsto\alpha_r$ для выполнения группового закона (4). В этом случае групповое преобразование (9, 10) переводит перенормированную константу связи из точки α в точку $\alpha(\varepsilon)$.

4.1. Теория Янга–Миллса. В качестве примера можно рассмотреть теорию с одной константой связи. Таковой является квантовая теория Янга–Миллса в четырехмерном пространстве–времени. Классическое действие теории имеет вид

$$S = \frac{1}{\alpha}\int \operatorname{tr} F \wedge F^* \,.$$

После применения метода фонового поля ([7, 9, 12, 14] и [15]) эффективное действие разложимо в ряд по константе связи

$$W(B) = \frac{1}{\alpha}W_{-1}(B) + \sum_{k=0}^{\infty}\alpha^k W_k(B)\,, \tag{11}$$

где

$$W_{-1}(B) = \int \operatorname{tr} F_{\mu\nu}^2 d^4x\,,$$

а остальные W_n – отвечают $n+1$ петлям.

4.2. Регуляризация первой петли. Согласно методу собственного времени В. А. Фока [13] первая петля для $d = 4$ может быть представлена в виде:

$$W_0 = \int\limits_0^\infty \frac{\tau d\tau}{\tau^{d/2}} T(\tau)\,,$$

где

$$T(\tau) = T_0 + T_1(\tau)\ ,\ T_0 = \frac{1}{2}\beta_1 W_{-1}\,,$$

а $T_1(\tau) \to 0$ при $\tau \to 0$ и интеграл имеет сходимость на бесконечности. При этом временной параметр имеет размерность $[\tau] = L^2$. Следовательно, учитывая

$$d \longmapsto d-\varepsilon\ ,\ W_{-1} \longmapsto \mu^{-\varepsilon}W_{-1}(\varepsilon)\,, \tag{12}$$

первая петля может быть переписана в виде

$$W_0^{reg} = \mu^\varepsilon \int\limits_0^{\frac{1}{p^2}} \frac{d\tau}{\tau^{1-\varepsilon/2}}(\mu^{-\varepsilon}\frac{1}{2}\beta_1 W_{-1}(\varepsilon)) + \mu^\varepsilon \int\limits_{\frac{1}{p^2}}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau^{1-\varepsilon/2}}(\mu^{-\varepsilon}\frac{1}{2}\beta_1 W_{-1}(\varepsilon))$$

$$+\,\mu^\varepsilon \int\limits_0^\infty \frac{d\tau}{\tau^{1-\varepsilon/2}} T_1(\tau) = \frac{1}{\varepsilon}W_{0,1} + W_{0,0}(\varepsilon)\,,$$

где

$$W_{0,1} = p^{-\varepsilon}\beta_1 W_{-1}(\varepsilon)\,,$$

а также был введен вспомогательный массивный параметр p, играющий роль интеграла движения.

4.3. Регуляризация остальных петель. При введении размерной регуляризации каждое слагаемое в (11) переходит в ряд по параметру регуляризации ε с конечным числом особенностей в нуле. Учитывая (12), остальные слагаемые имеют вид

$$W_0 \longmapsto \frac{1}{\varepsilon}W_{0,1} + W_{0,0}(\varepsilon)\,,$$

$$W_k \longmapsto \mu^{k\varepsilon}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\varepsilon^i}W_{k,i} + W_{k,0}(\varepsilon)\right)\,,\; k>0\,,$$

где аргумент ε имеют конечные части, разложимые в нуле в ряд Тейлора. В формулах размерный множитель возникает исходя из анализа числа петель и необходим для использования формулы (2). Также путем деления и домножения следует ввести массивный параметр для обезразмеривания μ. В итоге $\mu \longmapsto \mu/m$, и справедливы следующие равенства:

$$m\frac{dW_{reg}(B)}{dm} = 0\,,$$

$$m\frac{dW_{k,k}}{dm} = \mu\frac{dW_{k,k}}{d\mu} = 0\,,\; k>0\,.$$

В результате регуляризованное действие принимает свой окончательный вид

$$W_{reg}(B) = \frac{m^{-\varepsilon}}{\alpha\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon}}W_{-1}(\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon}W_{0,1} + \\ + \sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=j}^{\infty}\frac{1}{\varepsilon^j}W_{k,j}\left(\alpha\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon}\right)^k + \sum_{k=0}^{\infty}W_{k,0}(\varepsilon)\left(\alpha\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon}\right)^k. \quad (13)$$

4.4. Перенормированное действие. В процессе перенормировки константа связи α обретает зависимость от ε, благодаря чему сокращает расходимости. Однако она не имеет зависимости от массивного параметра μ, вследствие чего коэффициенты действия должны подчиняться определенным рекуррентным соотношениям. Их легко найти, подставив разложение (3) в (13) и выписав коэффициенты при одинаковых степенях ε и α_r.

Ранее по уравнениям ренормгруппы была восстановлена перенормированная и голая константы связи и изучено их поведение в пределе снятия регуляризации, поэтому можно посмотреть на перенормировку исходя из асимптотик. Пусть $\varepsilon \to +0$, тогда, используя (7):

$$\left(\alpha(\varepsilon)\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon}\right)^{k}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\varepsilon^{i}}W_{k,i}+W_{k,0}(\varepsilon)\right)\longmapsto(-1)^{k}\frac{W_{k,k}}{\beta_1^{k}},\ \ k>0,$$

$$W_{0,0}(\varepsilon)\longmapsto W_{1\,\mathrm{loop}}(p).$$

Более детально следует рассмотреть первые два слагаемых в (13). При этом стоит учесть, что

$$\frac{1}{\alpha(\varepsilon)}=-\frac{\beta_1}{\varepsilon}+C+o(1)\,, \tag{14}$$

где C – константа, которая из-за (18) не зависит от массивного параметра. Она посчитана в приложении и дается формулой (17). В таком случае, при $\varepsilon \to +0$

$$\frac{m^{-\varepsilon}}{\alpha(\varepsilon)\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\varepsilon}}W_{-1}(\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon}W_{0,1}=\left(-\frac{\beta_1}{\varepsilon}+C\right)\mu^{-\varepsilon}W_{-1}(\varepsilon)+o(1)$$
$$+\frac{\beta_1}{\varepsilon}p^{-\varepsilon}W_{-1}(\varepsilon)\longmapsto\left(C+\ln(\mu/p)\right)W_{-1}\,.$$

Осталось вспомнить об интеграле движения и выбрать $p=\mu$, тогда перенормированное действие принимает вид

$$W_{\mathrm{ren}}(B)=CW_{-1}+W_{1\,\mathrm{loop}}(\mu)+\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k}\frac{W_{k,k}}{\beta_1^{k}}. \tag{15}$$

Данный пример является показательным, поскольку он, как и в случае регуляризации с импульсом обрезания [3], демонстрирует понятие размерной трансмутации. В (15) видно, что в теории появляется размерный параметр μ, роль которого очевидна. При этом зависимость от константы связи уходит.

§5. Благодарности

Автор выражает благодарность С. Э. Деркачеву за обсуждение.

§6. Приложение

Для асимптотического разложения голой константы связи стоит рассмотреть интеграл из (8). Пусть $g(x) = \beta_1 x^2 + \beta_2 x^3$ и $f(x) = \beta(x) - g(x)$. Тогда при $\varepsilon \to +0$

$$\int\limits_0^\alpha \left(\frac{\beta(x)}{\varepsilon x^2 - x\beta(x)} - \frac{g(x)}{\varepsilon x^2 - x\beta(x)} + \frac{f(x)}{x\beta(x)} + \frac{\varepsilon f(x)}{\beta^2(x)} \right) dx = o(\varepsilon)\,,$$

$$\int\limits_0^\alpha \left(\frac{g(x)}{\varepsilon x^2 - x\beta(x)} - \frac{g(x)}{\varepsilon x^2 - xg(x)} - \frac{f(x)}{x\beta(x)} - \frac{\varepsilon f(x)}{\beta^2(x)} - \frac{\varepsilon f(x)}{\beta(x)g(x)} \right) dx = o(\varepsilon),$$

откуда следует, что

$$\int\limits_0^\alpha \frac{g(x)dx}{\varepsilon x^2 - x\beta(x)} = \int\limits_0^\alpha \frac{g(x)dx}{\varepsilon x^2 - xg(x)} + \varepsilon \int\limits_0^\alpha \frac{f(x)dx}{\beta(x)g(x)} + o(\varepsilon)\,.$$

Если ввести $2\beta_2 x_1 = -\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 + 4\varepsilon\beta_2}$ и $2\beta_2 x_2 = -\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 + 4\varepsilon\beta_2}$, то первый интеграл может быть переписан в виде

$$\int\limits_0^\alpha \frac{\beta(x)dx}{\varepsilon x^2 - xg(x)} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\varepsilon\alpha}{\varepsilon x - g(x)} \right) - \frac{\beta_1}{2\beta_2(x_1 - x_2)} \ln \left(\frac{(\alpha - x_1)x_2}{(\alpha - x_2)x_1} \right)\,.$$

Если разложить последнее выражение по параметру регуляризации ε, то

$$\int\limits_0^\alpha \frac{\beta(x)dx}{\varepsilon x^2 - x\beta(x)} = \ln \left(\frac{\varepsilon}{-\alpha\beta_1} \right) - \frac{\varepsilon\beta_2}{\beta_1^2} \ln(\varepsilon)$$

$$+ \varepsilon \left[\frac{1}{\beta_1\alpha} + \frac{\beta_2}{\beta_1^2} \ln \left(\frac{\beta_1^2\alpha}{-\beta_1 - \beta_2\alpha} \right) + \int\limits_0^\alpha \frac{f(x)dx}{\beta(x)g(x)} \right] + o(\varepsilon)\,. \quad (16)$$

Из формулы (16) и (2) следует выражение для константы C:

$$C = \ln \left(\frac{\mu}{m} \right) + \frac{1}{\beta_1\alpha} + \frac{\beta_2}{\beta_1^2} \ln \left(\frac{\beta_1^2\alpha}{-\beta_1 - \beta_2\alpha} \right) + \int\limits_0^\alpha \frac{f(x)dx}{\beta(x)g(x)}\,. \quad (17)$$

Также дифференцированием можно убедиться, что

$$\mu \frac{dC}{d\mu} = 0\,, \quad (18)$$

поэтому можно выбрать любое удобное значение массивного параметра. Также стоит отметить, что начальное условие в задаче (5) можно заменить на $1 + o(1)$, так как оно не влияет на ход рассуждений. Поэтому второе слагаемое в формуле (2) не влияет на асимптотику (14).

Литература

1. G. ’t Hooft and M. Veltman, Nucl.Phys. B, **44**, 189–213 (1972).
2. C. G. Bollini and J. J. Giambiaggi, Phys. Lett. B, **40**, 566–568 (1972).
3. S. E. Derkachev, A. V. Ivanov, L. D. Faddeev, Theoret. and Math. Phys., **192**:2, 1134–1140 (2017).
4. J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Clarendon Press (2002).
5. S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press (1999).
6. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей.* М., Наука (1984).
7. L. D. Faddeev and A. A. Slavnov, *Gauge Fields: Introduction To Quantum Theory*, Front. Phys. **50** (1980).
8. L. D. Faddeev, Int. J. Mod. Phys. A, **31**, 1630001 (2016)
9. L. D. Faddeev, Theoret. and Math. Phys., **148**:1, 986994 (2006).
10. David J. Gross, *Applications of the Renormalization Group to High-Energy Physics*, Methods in Field Theory: Les Houches Session XXVIII, 141–250 (1981).
11. F. Olness, R. Scalise, American Journal of Physics, **79**, 306–312 (2011).
12. A. V. Ivanov, EPJ Web of Conferences, **158**, 07004 (2017).
13. V. Fock, Phys. Z.S owjetunion, **12**, 404–425 (1937).
14. L. D. Faddeev, *Mass in Quantum Yang–Mills Theory: Comment on a Clay Millenium problem*, `arXiv:0911.1013 [math-ph]` (2009).
15. I. Y. Arefeva, L. D. Faddeev and A. A. Slavnov, Theor. Math. Phys., **21**:3, 1165–1172 (1975).

Ivanov A. V. About dimensional regularization in the Yang-Mills theory.

In the work the asymptotic approach is proposed for the renormalization in the case of dimensional regularization. As an example, the quantum Yang–Mills theory in the four-dimensional space-time is considered. The formula for the renormalized effective action is derived by using the asymptotic behavior of the bare coupling constant. Then the dimensional transmutation, the process of renormalization and the properties of the coupling constant are discussed.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН,
191023 С.-Петербург, Россия
E-mail: `regul1@mail.ru`

Поступило 23 ноября 2017 г.