УДК 519

Альтернированные суммы элементов непрерывных дробей и функция Минковского $?(t)$. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 13–16.

В работе вводится и исследуется функция $A(t)$ $(0 \leqslant t \leqslant 1)$, связанная с распределением альтернированных сумм элементов непрерывных дробей. Функция $A(t)$ обладает многими свойствами, аналогичными свойствам функции Минковского $?(t)$ (в частности, $A(t)$ непрерывна, удовлетворяет сходным функциональным уравнениям, $A'(t) = 0$ почти всюду). Но, в отличие от $?(t)$, функция $A(t)$ не является возрастающей. Более того, на любом промежутке она имеет острый экстремум.

Библ. – 7 назв.

УДК 517.5

Пояс лемнискат и теоремы искажения для многолистных функций. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 17–30.

Рассматривается влияние связности некоторых лемнискат многолистной функции на величину модуля этой функции либо ее производной.

Библ. – 21 назв.

УДК 517.5

Модули семейств векторных мер на римановой поверхности. Дымченко Ю. В., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 31–41.

Рассматривается риманова поверхность (в широком смысле слова по терминологии Гурвица–Куранта) и открытое множество с компактным замыканием на этой поверхности. В работе установлено, что конденсатору на данном открытом множестве, следуя Айкаве–Оцуке, можно сопоставить семейства векторных мер, модули которых вычисляются непосредственно с помощью весовой емкости (с весом Макенхаупта) данного конденсатора.

Библ. – 10 назв.

УДК 511

Дробно-линейная инвариантность многомерных цепных дробей. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 42–76.

Доказывается инвариантность симплекс-ядерного алгоритма разложения вещественных чисел $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_d)$ в многомерные цепные дроби относительно дробно-линейных преобразований $\alpha' = (\alpha'_1, \dots, \alpha'_d) = U\langle\alpha\rangle$ с матрицами U, принадлежащими унимодулярной группе $\mathrm{GL}_{d+1}(\mathbb{Z})$. Для преобразованных наборов чисел α' найдены подходящие цепные дроби с наилучшими приближениями к α'.

Библ. – 12 назв.

УДК 511

Дробно-линейная инвариантность симплекс-модульного алгоритма разложения алгебраических чисел в многомерные цепные дроби. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 77–103.

Доказывается инвариантность симплекс-модульного алгоритма разложения вещественных чисел $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_d)$ в многомерные цепные дроби относительно дробно-линейных преобразований $\alpha' = (\alpha'_1, \dots, \alpha'_d) = U\langle\alpha\rangle$ с матрицами U, принадлежащими унимодулярной группе $\mathrm{GL}_{d+1}(\mathbb{Z})$. Показано, что для цепных дробей преобразованных наборов чисел α' сохраняется рекуррентное соотношение и порядок приближения к α'.

Библ. – 20 назв.

УДК 511

Локализованные матрицы Пизо и совместные приближения алгебраических чисел. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 104–134.

Предлагается дальнейшее развитие симплекс-модульного алгоритма разложения алгебраических чисел в многомерные цепные дроби. С этой целью строятся локализованные матрицы Пизо, у которых модули всех собственных значений, ме́ньшие единицы, попадают в интервал малой длины. Такие матрицы Пизо порождают цепные дроби с приближениями, сколь угодно близкими к оптимальным.

Библ. – 16 назв.

УДК 517.5

Ряд по обратным факториалам для общего отношения гамма функций и сопутствующие свойства полиномов Норлунда–Бернулли. Карп Д. Б., Прилепкина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 135–158.

Найден ряд по обратным факториалам для отношения произведений гамма функций с аргументами, линейно зависящими от рассматриваемой переменной. Приведены рекуррентные соотношения для коэффициентов этого ряда в терминах полиномов Норлунда–Бернулли, точно определена полуплоскость сходимости. Наши результаты естественно дополняют ряд предыдущих исследований отношений гамма функций, начатых в 1930-ых. Разложение, полученное в данной работе, играет ключевую роль в изучении поведения дельта-нейтральной H функции Фокса в окрестности конечной особой точки. Кроме того, частный случай разложения в ряд по обратным факториалам применен для вывода тождества для полиномов Норлунда–Бернулли, вероятно являющегося новым.

Библ. – 49 назв.

УДК 511.321

О кубических экспоненциальных суммах и суммах Гаусса. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 159–163.

Пусть e_q – нетривиальный аддитивный характер конечного поля $\mathbb{F}_q$ порядка $q \equiv 1 \,(\mathrm{mod}\ 3)$ и пусть ψ – кубический мультипликативный характер поля $\mathbb{F}_q$, $\psi(0) = 0$. Рассмотрим кубическую сумму Гаусса и кубическую экспоненциальную сумму –

$$G(\psi) = \sum_{z \in \mathbb{F}_q} e_q(z)\,\psi(z), \quad C(w) = \sum_{z \in \mathbb{F}_q} e_q\Big(\frac{z^3}{w} - 3z\Big), \quad w \in \mathbb{F}_q, \ \ w \neq 0.$$

Для $a, b \in \mathbb{F}_q$, $ab \neq 0$, показано, что

$$\frac{1}{q}\sum_{n} C(an)\,C(bn)\,\psi(n) + \frac{1}{q}\,\psi(ab)\,G(\psi)^2 = \bar{\psi}(ab)\,\psi(a-b)\,\overline{G(\psi)},$$

с суммированием по $n \in \mathbb{F}_q$, $n \neq 0$.

Библ. – 5 назв.

УДК 517.54

Весовые модули и емкости на римановой поверхности. Пугач П. А., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 164–217.

На римановой поверхности (в широком смысле слова в терминологии Гурвица–Куранта) вводится весовая емкость и весовый модуль (с весом Макенхаупта) конденсатора с конечным числом пластин. Доказано равенство емкости и модуля конденсатора, что дает решение одной задачи Дубинина.

Библ. – 17 назв.

УДК 511.466+517.863

О средних Рисса коэффициентов дзета-функций Эпштейна. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 218–235.

Рассматривается среднее Рисса $D_\rho(x;\zeta_3)$ коэффициентов дзета-функции Эпштейна

$$\zeta_3(s) = \sum_{n=1}^{\infty} r_3(n) n^{-s},$$

ассоциированной с суммой трех квадратов.

Из работы (1962 г., MR25#3911) Чандрасекхарана и Нарасимхана следует, что остаточный член $\Delta_\rho(x;\zeta_3)$ в асимптотической формуле для $D_\rho(x;\zeta_3)$ оценивается следующим образом:

$$\Delta_\rho(x;\zeta_3) = \begin{cases} O(x^{1/2+\rho/2}) & (\rho > 1), \\ \Omega_\pm(x^{1/2+\rho/2}) & (\rho \geqslant 0). \end{cases}$$

В настоящей работе доказано:

$$\Delta_\rho(x;\zeta_3) = \begin{cases} O(x \log x) & (\rho = 1), \\ O(x^{2/3+\rho/3+\varepsilon}) & (1/2 < \rho < 1), \\ O(x^{3/4+\rho/4+\varepsilon}) & (0 < \rho \leqslant 1/2). \end{cases}$$

Приводятся следствия этого результата, а также новые аналогичные оценки в случае $\zeta_k(s)$, $k \geqslant 4$.

Библ. – 19 назв.

УДК 511.466+517.863

Целые точки в четырехмерном шаре. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 33. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 458), СПб., 2017, с. 236–246.

Рассматривается среднее Рисса порядка $\rho > 0$ $D_\rho(x;\zeta_4)$ коэффициентов дзета-функции Эпштейна

$$\zeta_4(s) = \sum_{n=1}^{\infty} r_4(n) n^{-s},$$

ассоциированной с суммой четырех квадратов.

Пусть $\Delta_\rho(x;\zeta_4)$ – остаточный член в асимптотической формуле для $D_\rho(x;\zeta_4)$. Доказано:

$$\Delta_\rho(x;\zeta_4) = \begin{cases} O(x^{1/2+\rho+\epsilon}) & (1 < \rho \leqslant 3/2), \\ O(x^{9/8+\rho/4}) & (1/2 < \rho \leqslant 1), \\ O(x^{5/4+\epsilon}) & (0 < \rho \leqslant 1/2); \end{cases}$$

$$\Delta_{1/2}(x;\zeta_4) = \Omega(x \log^{1/2} x).$$

Библ. – 15 назв.