УДК 512.6

Локально строго примитивные полугруппы неотрицательных матриц. Альпин Ю. А., Альпина В. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 5–14.

Вводится понятие локально строго примитивной полугруппы неотрицательных матриц, для которой существует аналог формы Фробениуса импримитивной неотрицательной матрицы. Доказывается критерий локально строгой примитивности матричной полугруппы.

Библ. – 6 назв.

УДК 517.54

О взаимном изменении производной и третьего коэффициента в одном классе регулярных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 15–21.

Пусть T – класс функций $f(z) = z + \sum\limits_{n=2}^{\infty} c_n z^n$, регулярных и типично вещественных в круге $|z| < 1$. Рассмотрена задача о взаимном изменении $f'(r)$ $(0 < r < 1)$ и c_3. Получены точные оценки для $f'(r)$ и c_3, зависящие от c_3 и $f'(r)$ соответственно.

Библ. – 6 назв.

УДК 512.643, 512.552

Длина алгебр кватернионов и октонионов. Гутерман А. Э., Кудрявцев Д. К. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 22–32.

Классическая теорема Гурвица утверждает, что существуют ровно четыре нормированные алгебры с делением: действительные числа ($\mathbb{R}$), комплексные числа ($\mathbb{C}$), кватернионы ($\mathbb{H}$) и октонионы ($\mathbb{O}$). Длина $\mathbb{R}$ как алгебры над собой равняется 0, длина $\mathbb{C}$ как $\mathbb{R}$-алгебры равняется 1. Целью настоящей работы является доказательство того, что длины $\mathbb{R}$-алгебр кватернионов и октонионов равняются, соответственно, 2 и 3.

Библ. – 8 назв.

УДК 517.5, 519.6

О реализации сплайн-всплескового разложения первого порядка. Демьянович Ю. К., Пономарев А. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 33–73.

В рамках неклассического подхода к построению всплескового (вэйвлетного) разложения рассмотрено дискретное сплайн-всплесковое разложение первого порядка. Во всех построениях рассматриваются лишь сеточные функции (потоки), вводятся конечномерные пространства исходных потоков, всплесковых потоков и основных потоков; эти пространства ассоциированны с исходной и укрупненной сетками соответственно. В результате получены простые формулы декомпозиции и реконструкции, причем базисом пространства всплесков является простейшая совокупность ортов евклидова пространства. Дана оценка времени реализации декомпозиции с учетом свойств коммуникационной среды вычислительной системы.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.643

О разложениях псевдоунитарных и центроунитарных матриц. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 74–84.

Пусть $M_n(\mathbf{C})$ — множество комплексных $n \times n$-матриц, рассматриваемое как псевдоунитарное пространство, в котором скалярное произведение задается матрицей

$$\mathcal{P}_n = \begin{pmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & \dots & & \\ 1 & & & \end{pmatrix}.$$

Центроунитарными называются матрицы, играющие в таком пространстве роль унитарных операторов.

Основной результат статьи описывает разложение произвольной центроунитарной матрицы четного порядка в произведение центроунитарных матриц более простого вида. Он получен как следствие аналогичного результата о разложениях псевдоунитарных матриц типа (n, n).

Библ. – 4 назв.

УДК 512.643

О конгруэнтном централизаторе жордановой клетки. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 85–95.

Конгруэнтным централизатором комплексной $n \times n$-матрицы A называется множество $n \times n$-матриц Z таких, что $Z^*AZ = A$. Это множество есть аналог классического централизатора для случая, когда отношение подобия в пространстве $n \times n$-матриц заменяется отношением конгруэнтности.

Исследование классического централизатора $\mathcal{C}_A$ сводится к описанию множества решений *линейного* матричного уравнения $AZ = ZA$. Структура этого множества хорошо известна и объясняется во многих монографиях по теории матриц. Что касается конгруэнтного централизатора, то его исследование равносильно описанию множества решений системы из n^2 *квадратичных* уравнений с n^2 неизвестными. Сложность этой задачи объясняет то обстоятельство, что до сих пор отсутствует описание конгруэнтного централизатора C_J^* даже для простейшего случая жордановой клетки $J = J_n(0)$ с нулем на главной диагонали. В данной статье изложены некоторые факты, относящиеся к строению матриц из C_J^* при любом n, и дано полное описание групп C_J^* для $n = 2, 3, 4, 5$.

Библ. – 1 назв.

УДК 512.643

Конгруэнтный централизатор блочно-диагональной матрицы. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 96–103.

Если комплексная матрица A является прямой суммой квадратных подматриц B и C, не имеющих общих собственных значений, то всякая матрица X в централизаторе матрицы A имеет тот же блочно-диагональный вид, что и сама матрица A. В данной статье обсуждается, как следует изменить условия на подматрицы B и C, чтобы аналогичное утверждение было справедливо в отношении конгруэнтного централизатора матрицы A, т.е. множества матриц X таких, что $XAX = A$. Исследуется также вопрос о блочно-диагональном устройстве матриц из конгруэнтного централизатора в том случае, когда сама матрица A является блочно-антидиагональной.

Библ. – 2 назв.

УДК 512.643

Конгруэнтный централизатор матрицы Сергейчука–Хорна. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXVIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 439) СПб., 2015, с. 104–113.

Пусть A – комплексная $n \times n$-матрица. Мы называем множество матриц X таких, что $X^*AX = A$, конгруэнтным централизатором матрицы A. Это аналог классического централизатора в том случае, когда группа $\mathrm{GL}_n(\mathbf{C})$ действует на матричном пространстве $M_n(\mathbf{C})$ конгруэнциями вместо подобий.

В данной статье вычислен конгруэнтный централизатор матрицы

$$\Delta_n = \begin{pmatrix} & & & 1 \\ & & \cdots & i \\ & 1 & \cdots & \\ 1 & i & & \end{pmatrix}.$$

Эта матрица представляет один из трех типов блоков, из которых строится найденная Р. Хорном и В. Сергейчуком каноническая форма квадратных комплексных матриц относительно конгруэнций.

Библ. – 1 назв.

УДК 519.6

Итерационные процессы в подпространствах Крылова–Сонневельда. Ильин В. П. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 114–130.

В работе представлены обобщенные блочные версии методов индуцированной редукции размерности (IDR) в сравнении с мультипредобусловленными методами полусопряженных направлений в подпространствах Крылова с применением малоранговой аппроксимации матриц и дефляционных подходов. Проведен анализ общих и различных свойств двух рассмотренных методологий. Показано, в частности, что каждой последовательности крыловских подпространств с расширяющимися размерностями может быть сопоставлена последовательность “сжимающихся” подпространств с уменьшающимися размерностями. Главный результат заключается в утверждении, что предложенные П. Сонневедьдом и другими авторами IDR-процедуры являются не альтернативой, а дальнейшим развитием общих принципов итерационных процессов в подпространствах Крылова.

Библ. – 29 назв.

УДК 519.6

О методах наименьших квадратов в подпространствах Крылова. Ильин В. П. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 131–147.

Рассматриваются итерационные алгоритмы для решения больших систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с несимметричными разреженными матрицами, основанные на решении задачи наименьших квадратов в подпространствах Крылова и являющиеся обобщениями предложенного в [1] альтернирующего метода Андерсона–Якоби. Проводится сравнительный анализ предлагаемых подходов, не использующих ортогонализацию направляющих векторов, с классическими крыловскими процессами, в качестве представителя которых выбран метод полусопряженных невязок. Приводятся оценки возможного ускорения параллельных реализаций методов наименьших квадратов. Эффективность данных алгоритмов демонстрируется результатами численных экспериментов на представительной серии методических СЛАУ, получаемых из сеточных аппроксимаций диффузионно-конвективных краевых задач.

Библ. – 12 назв.

УДК 512.643

Новые подклассы класса $\mathcal{H}$-матриц и соответствующие оценки обратных матриц. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 148–171.

В работе вводятся новые подкласса $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{N}(\pi)$ и $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{QN}(\pi)$ (невырожденных) $\mathcal{H}$-матриц порядка n, зависящие от разбиения π множества индексов $\{1,\dots,n\}$ и обобщающие ранее введенные подклассы $\mathrm{P}\mathcal{H}(\pi)$. Классы $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{N}(\pi)$ и $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{QN}(\pi)$ содержат, в частности, такие подклассы как матрицы со строгим диагональным преобладанием (SSD), матрицы Некрасова, S-SDD матрицы, S-некрасовские матрицы, QN матрицы, а также и $\mathrm{P}\mathcal{H}(\pi)$ матрицы. Изучаются свойства матриц из введенных классов и выводятся верхние оценки для их обратных в норме l_∞.

Рассматриваются блочные обобщения классов $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{N}(\pi)$ and $\mathrm{P}\mathcal{H}\mathrm{QN}(\pi)$ в смысле Робера (Robert).

Также представлен общий подход к определению подклассов класса $\mathcal{H}$-матриц, содержащих некоторый заданный подкласс $\mathcal{K} \subset \mathcal{H}$ и зависящих от разбиения индексного множества.

Библ. – 21 назв.

УДК 512.643

О блочных обобщениях $\mathcal{H}$-матриц. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 172–188.

В работе рассматриваются некоторые классы блочных матриц, которые можно рассматривать как обобщения класса (точечных) $\mathcal{H}$-матриц, и исследуются взаимоотношения между ними. Получены новые верхние оценки бесконечной нормы обратных для матриц из рассматриваемых классов.

Библ. – 16 назв.

УДК 519.112.1

О возможных значениях размерностей пересечений подпространств для пяти прямых слагаемых. Лебединская Н. А., Лебединский Д. М., Смирнов А. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 189–197.

Рассматривается задача о том, какие размерности могут иметь пересечения подпространств в прямой сумме конечного числа конечномерных векторных пространств с попарными суммами прямых слагаемых при условии, что подпространство пересекается с этими прямыми слагаемыми по нулю. Задача естественным образом распадается на две: найти условия существования и представимости соответствующего матроида. Доказана теорема о том, что если заданы ранги для любых объединений некоторого количества блоков, удовлетворяющие условию на ранги подмножеств из определения матроида, и сами блоки имеют полный ранг, т.е. их элементы независимы, то такую частичную функцию ранга всегда можно продолжить до полной функции ранга для всех подмножеств базового множества (объединения всех

блоков). Также получены необходимые и достаточные условия на размерности прямых слагаемых и вышеуказанных пересечений для существования соответствующего матроида в случае пяти прямых слагаемых.

Библ. – 5 назв.

УДК 519.6

О двойственных функционалах к минимальным сплайнам. Макаров А. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 198–218.

В работе рассматриваются минимальные сплайны лагранжева типа невысоких порядков и строится система функционалов, обладающая свойством биортогональности к системе минимальных координатных сплайнов. Полученные результаты иллюстрируются на примере полиномиальной порождающей вектор-функции, ведущей к построению B-сплайнов из аппроксимационных соотношений.

Библ. – 16 назв.

УДК 512.643

Коммутативные нильпотентные подалгебры индекса нильпотентности $n-1$ в алгебре матриц порядка n. Маркова О. В. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 219–242.

В работе доказано существования элемента индекса нильпотентности $n-1$ в любой нильпотентной коммутативной подалгебре индекса нильпотентности $n-1$ в алгебре верхних нильтреугольных матриц $N_n(\mathbb{F})$ (и, как следствие, в полной алгебре матриц $M_n(\mathbb{F})$) над полем $\mathbb{F}$ из не менее чем n элементов при всех $n \geq 5$. Из этого результата следует улучшение относительно основного поля известных классификационных теорем Д. А. Супруненко, Р. И. Тышкевич и И. А. Павлова для алгебр данного класса.

Библ. – 12 назв.

УДК 512.64

Об описании пар антикоммутирующих ганкелевых матриц. Чугунов В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 453) СПб., 2016, с. 243–257.

Дано полное описание множеств пар антикоммутирующих ганкелевых матриц.

Библ. – 2 назв.