

М. А. Лялинов, Н. Я. Цу

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ДИПОЛЯ ГЕРЦА НА РЕБРЕ ИМПЕДАНСНОГО КЛИНА

§1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим бесконечный клин с искривленными гранями, общим криволинейным ребром и различными поверхностными импедансами. Представим, что падающая электромагнитная поверхностная волна приходит к ребру клина. Она, очевидно, отражается от ребра и проходит через него. Взаимодействие падающей поверхностной волны с ребром также порождает краевую волну, которая является пространственной волной, распространяющейся от точек ребра на бесконечность. Если радиусы кривизны граней клина много больше чем длина волны, то можно применить принцип локальности для исследования рассматриваемой задачи рассеяния. С каждой точкой криволинейного ребра мы свяжем клин с плоскими гранями, которые касательны к криволинейным граням в данной точке ребра. Прямолинейное ребро этого касательного клина имеет локально только одну общую точку с соответствующим криволинейным ребром. Можно ожидать, что законы отражения, преломления и дифракции в действительности будут одинаковыми для обоих клиньев ввиду принципа локальности. В результате, мы можем ожидать, что исследование дифракции поверхностной волны на клине с плоскими гранями и прямолинейным ребром сыграют ключевую роль в асимптотическом описании волновых процессов и в общей ситуации.

Мы применяем асимптотические оценки к представлению решения в виде кратного интеграла и находим асимптотические составляющие решения (см. [1]) при условии, в частности, что источник может быть близок к одной из граней клина. Отметим, что поверхностные волны,

Ключевые слова: поверхностные волны, рассеяние, импедансный клин, диполь Герца.

которые возникают благодаря взаимодействию пространственной падающей волны с ребром, описаны в разделе 3.5.2 монографии [2]. Выражение для так называемой первичной поверхностной волны, порожденной точечным источником, находящимся вблизи одной из граней клина, задаются выражениями (3.54) и (3.53) в [2].

В настоящей работе мы рассматриваем другие компоненты, которые возникают в дальнем поле.¹ Первичная поверхностная волна, возбуждаемая точечным источником на одной из граней клина, распространяется к ребру и порождает краевую волну с ‘веретенообразным’ волновым фронтом. Эта волна отличается от краевой волны, описанной в [1]. Вдобавок, упомянутая поверхностная волна отражается на ребре и проходит через него. Волновые поля этих волн являются дополнительными к поверхностному волновому полю, описанному в разделе 3.5.2 монографии [2]. Обсуждение литературы, связанной с настоящей работой, может быть найдено в [1] и в главе 3 в [2].

§2. АНАЛИЗ

2.1. Интеграл Зоммерфельда и представление спектральной функции. Постановка задачи, связанная с электромагнитным рассеянием от диполя над поверхностью импедансного клина, может быть найдена в [1] и в главе 3 в [2].

Пусть r, φ, z – цилиндрические координаты, связанные с внешнестью клина и осью z , совпадающей с ребром. Как описано в [1] и в главе 3 в [2], мы выразим $\bar{U}(r, \varphi, \alpha, \beta)$ в терминах интеграла Зоммерфельда

$$\begin{aligned} \bar{U}(r, \varphi, \alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \bar{f}(s + \varphi, \alpha, \beta) \cdot \bar{U}_0(\alpha, \beta) \\ \times \exp(-ikr \sin \beta \cos s) ds, \end{aligned} \quad (1)$$

¹В данной работе мы опишем некоторые предварительные результаты, их обоснование и проверка последуют в дальнейшем.

где γ обозначает известный двухпетлевой контур (см., например, [3]) и $\overline{\overline{f}}(s + \varphi, \alpha, \beta)$ искомая спектральная функция (трансформанта Зоммерфельда):²

$$\overline{\overline{f}}(s + \varphi, \alpha, \beta) = \begin{bmatrix} f_{11}(s, \alpha, \beta) & f_{12}(s, \alpha, \beta) \\ f_{21}(s, \alpha, \beta) & f_{22}(s, \alpha, \beta) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

С использованием процедуры, детально описанной в [4] (см. также [3, Чар. 11]), $\overline{\overline{f}}(s, \alpha, \beta)$ в основной полосе $|\operatorname{Re} s| \leq 2\Phi$ на комплексной плоскости s может быть записана в точной форме как

$$\begin{aligned} \overline{\overline{f}}(s, \alpha, \beta) &= F_0(s, \beta) \overline{\overline{F}}(s, \alpha, \beta) \\ &= F_0(s, \beta) \left\{ \frac{\nu \overline{\overline{I}}}{F_0(\alpha, \beta) \sin[\nu(s - \alpha)]} + \frac{\nu \mathbf{H}(\operatorname{Re} \alpha) \overline{\overline{R}}^+(\alpha, \beta)}{F_0(2\Phi - \alpha, \beta) \sin[\nu(s - (2\Phi - \alpha))]} \right. \\ &\quad + \frac{\nu \mathbf{H}(-\operatorname{Re} \alpha) \overline{\overline{R}}^-(\alpha, \beta)}{F_0(-2\Phi - \alpha, \beta) \sin[\nu(s - (-2\Phi - \alpha))]} + \overline{\overline{C}}^+(\beta) e^{-i\nu s} + \overline{\overline{C}}^-(\beta) e^{i\nu s} \\ &\quad \left. - \frac{i}{8\Phi} \int_{iR} \frac{\overline{\overline{Q}}(-t, \beta) \cdot \overline{\overline{F}}(t, \alpha, \beta)}{\cos[\nu(s + t)]} dt \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

В случае $\Phi > \pi/2$ матрицы $\overline{\overline{C}}^\pm(\beta)$ должны быть определены дополнительными соотношениями ($j = 1, 2$)

$$\begin{aligned} f_{1j}(\pm\Phi - \pi/2, \alpha, \beta) &= b_1^\pm(\mp\Phi - \pi/2) f_{1j}(\pm\Phi + \pi/2, \alpha, \beta), \\ f_{2j}(\pm\Phi \pm \pi/2, \alpha, \beta) &= b_4^\pm(\mp\Phi \pm \pi/2) f_{2j}(\pm\Phi \mp \pi/2, \alpha, \beta); \end{aligned} \quad (4)$$

для других случаев с $\Phi \leq \pi/2$ мы отсылаем читателя к работе [4]. В (3) и (4) мы имеем $\nu = \pi/(4\Phi)$, $\mathbf{H}(\cdot)$ – функция Хевисайда и

$$\begin{aligned} \overline{\overline{Q}}(t, \beta) &= \operatorname{diag}[Q_1(t, \beta), Q_2(t, \beta)] \\ \overline{\overline{C}}^\pm(\beta) &= \begin{bmatrix} C_{11}^\pm(\beta) & C_{12}^\pm(\beta) \\ C_{21}^\pm(\beta) & C_{22}^\pm(\beta) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Остальные функции и параметры определены в [1].

²Эта функция может быть естественно названа спектральной функцией или спектром, так как она используется в представлении волнового поля в виде разложения по плоским волнам.

Отметим, что интегральный член в правой части (3), а также при подстановке в (4), регулярен в основной полосе. Функция $\overline{\overline{F}}(s, \alpha, \beta)$ решает вдоль мнимой оси на плоскости s , то есть для $s \in iR$, следующее интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \overline{\overline{F}}(s, \alpha, \beta) = & \frac{\nu \overline{\overline{I}}}{F_0(\alpha, \beta) \sin[\nu(s - \alpha)]} + \frac{\nu \mathbf{H}(\operatorname{Re} \alpha) \overline{\overline{R}}^+(\alpha, \beta)}{F_0(2\Phi - \alpha, \beta) \sin[\nu(s - (2\Phi - \alpha))]} \\ & + \frac{\nu \mathbf{H}(-\operatorname{Re} \alpha) \overline{\overline{R}}^-(\alpha, \beta)}{F_0(-2\Phi - \alpha, \beta) \sin[\nu(s - (-2\Phi - \alpha))]} + \overline{\overline{C}}^+(\beta) e^{-i\nu s} + \overline{\overline{C}}^-(\beta) e^{i\nu s} \\ & - \frac{i}{8\Phi} \int_{iR} \frac{\overline{\overline{Q}}(-t, \beta) \cdot \overline{\overline{F}}(t, \alpha, \beta)}{\cos[\nu(s + t)]} dt \quad (5) \end{aligned}$$

при ограничениях (4). Как показано в ([4, 5]), указанное выше интегральное уравнение может быть точно и быстро решено посредством метода квадратур потенциально для всех (α, β) . Тогда спектральная функция $\overline{\overline{f}}(s, \alpha, \beta)$ внутри основной полосы $|\operatorname{Re} s| \leq 2\Phi$ находится из (3). Для s вне основной полосы мы используем, если потребуется, то повторно, матричное функциональное уравнение

$$\overline{\overline{A}}^\pm(s, \beta) \cdot \overline{\overline{f}}(s \pm \Phi, \alpha, \beta) = \overline{\overline{A}}^\pm(-s, \beta) \cdot \overline{\overline{f}}(-s \pm \Phi, \alpha, \beta), \quad (6)$$

которому (3), вместе с (4), (5), оно эквивалентно. Указанное выше уравнение является эквивалентным граничному условию, записанному в терминах спектральной функции, куда входит матрица $\overline{\overline{A}}(s, \beta)$, задаваемая равенством

$$\overline{\overline{A}}^\pm(s, \beta) = \sin s \overline{\overline{I}} \pm \sin \beta \overline{\overline{A}}^\pm - \cos \beta \cos s \overline{\overline{B}}.$$

Используя (1) со спектральной функцией $\overline{\overline{f}}(s, \alpha, \beta)$, вычисляемой посредством описанной выше процедуры, мы приходим к точному решению исследуемой задачи:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} Z_0 H_z \\ E_z \end{bmatrix} \\ & = \frac{k^3}{16\pi^3} \int_{\Gamma_{\pi/2}} \int_{S(\Phi - \pi/2)} \int_{\gamma} ds d\alpha d\beta \sin^2 \beta \overline{\overline{f}}(s + \varphi, \alpha, \beta) \cdot \overline{\overline{U}}_0(\alpha, \beta) \quad (7) \\ & \quad \times \exp \langle ik \{ z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha - \varphi_0) - r \cos s] \} \rangle, \end{aligned}$$

где контур $S(\Phi - \pi/2)$ имеет вид контура быстейшего спуска (см. стр. 78 в [2]), проводимого через точку $\Phi - \pi/2$. Для чисто мнимого η^\pm разрезы (см. рис. 3.3, стр. 80 в [2]) проводятся ортогонально вещественной оси так, что контур $\Gamma_{\pi/2}$ частично проходит вдоль соответствующих сторон разрезов, рис. 3.2 на стр. 72 в [2]. Когда импедансы имеют также вещественные части, этот контур частично охватывает разрезы.

2.2. Мотивировка и деформация контуров интегрирования.

В качестве подготовки для дальнейшего изучения дальнего поля, исследуем полярные особенности и точки ветвления подынтегрального выражения в (7). Очевидно, k играет роль большого параметра в экспоненте, а остальная часть в показателе Ψ имеет вид:

$$\Psi = i \{ z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha - \varphi_0) - r \cos s] \}.$$

В седловой точке (α_0, β_0, s_0) градиент Ψ должен исчезать, то есть $\text{grad } \Psi|_{\alpha_0, \beta_0, s_0} = 0$. Соответственно, находятся следующие две точки

$$\alpha_0 = \varphi_0, \quad \beta_0 = \arctan[(r + r_0)/z], \quad s_0 = \pm\pi, \quad (8)$$

с $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ и $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Напомним, что в используемых здесь декартовых декартовых координатах, диполь Герца расположен в точке $(x_0, y_0, 0)$, а точка наблюдения в (x, y, z) . Такой подход требует глобальной деформации многообразия интегрирования $\Gamma_{\pi/2} \times S(\Phi - \pi/2) \times \gamma$ в многообразии наибоыстрейшего спуска, проходящего через седловую точку, в рамках многомерного метода перевала, (см. приложение 3.7.1, стр. 89 в [2] и ссылки там).

Однако, удобно действовать несколько иначе, рассматривая интеграл (7) как повторный. Сначала, рассмотрим внутренний интеграл по s . Быстро меняющийся экспоненциальный множитель

$$\exp(-ikr \sin \beta \cos s)$$

определяет седловые точки интегралов Зоммерфельда $s_0 = \pm\pi$, а также контуры быстрейшего спуска $S_{\arg \sin \beta}(\pm\pi)$:

$$\text{Re } s = \pm\pi - \text{Gd}(\text{Im } s, \arg \sin \beta),$$

где $\text{Gd}(\xi, \psi)$ – обобщенный гудерманиан, определяемый решением трансцендентного уравнения

$$\cos \text{Gd}(\xi, \psi) \cosh \xi - \tan \psi \sin \text{Gd}(\xi, \psi) \sinh \xi = 1,$$

$$\text{Gd}(x, y) = \arctan \left(\frac{\sinh(x) \cos(y)}{1 + \cosh(x) \sin(y)} \right),$$

удовлетворяющий условиям $\text{Gd}(\xi, 0) = \text{gd}(\xi)$ и $\text{Gd}(\xi, \pi/2) = 0$, где $\text{gd}(x)$ – традиционный гудерманиан.

На следующем шаге мы деформируем контуры γ в контуры наискорейшего спуска в одномерной ситуации, в $S_{\arg \sin \beta}(\pm\pi)$. В процессе деформации, несколько полярных особенностей могут быть захвачены. Основываясь на похожем исследовании в [4], эти полярные особенности и вычеты в них для спектральной функции $\overline{f}(s + \varphi, \alpha, \beta)$ для случая $\pi/2 \leq \Phi < \pi$ заданы в таблице I в [1].

Обозначения, используемые в таблице I, те же самые, что и в [4], например, матричный коэффициент отражения \overline{R}^\pm имеет вид

$$\overline{R}^\pm(\alpha, \beta) = -\overline{B}^\pm(-\alpha, \beta), \quad (9)$$

с

$$\overline{B}(\alpha, \beta) = \left[\overline{A}^\pm(\alpha \pm \Phi, \beta) \right]^{-1} \cdot \overline{A}^\pm(-\alpha \mp \Phi, \beta).$$

После такой деформации интегральное выражение для z -компонент полного поля (7) принимает равносильный вид:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Z_0 H_z \\ E_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_0 H_z^e \\ E_z^e \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^7 \frac{ik^3}{8\pi^2} \int_{\Gamma_{\pi/2}} \int_{S(\Phi-\pi/2)} e^{ikz \cos \beta} \\ &\times \sin^2 \beta e^{ikr_0 \sin \beta \cos(\alpha-\varphi_0)} \overline{r}_n \, d\alpha \, d\beta, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} Z_0 H_z^e \\ E_z^e \end{bmatrix} \\ &= \frac{k^3}{16\pi^3} \int_{\Gamma_{\pi/2}} \int_{S(\Phi-\pi/2)} \int_{S_{\arg \sin \beta}(0)} \sin^2 \beta \times \overline{D}(s + \varphi, \alpha, \beta) \cdot \overline{U}_0(\alpha, \beta) \\ &\quad \times e^{ik\{z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha-\varphi_0) + r \cos s]\}} \, ds \, d\alpha \, d\beta, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\overline{D}(s + \varphi, \alpha, \beta) = \overline{f}(s + \varphi + \pi, \alpha, \beta) - \overline{f}(s + \varphi - \pi, \alpha, \beta)$$

и

$$\overline{r}_n = \mathcal{H}_\sigma(s_n) \overline{R}_n \cdot \overline{U}_0(\alpha, \beta) \exp(-ikr \sin \beta \cos s_n). \quad (12)$$

Указанные выше выражения содержат $\mathcal{H}_\sigma(s)$, которая сходна с функцией Хевисайда, равна 1, если s дежит внутри области σ на комплексной плоскости s , в противном случае равна нулю. Как может быть обнаружено в процессе деформации, σ обозначает область между линиями набысрейшего (SD) спуска $S(-\pi)$ и $S(\pi)$ для контуров Зоммерфельда на комплексной плоскости s .

§3. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ИНТЕГРАЛОВ И КОМПОНЕНТ ДАЛЬНОГО ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПЕРВИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА РЕБРЕ

Замечательным обстоятельством, связанным с представлением (10), является то, фазовая функция в кратном интеграле выражается в элементарных функциях. Следовательно, соответствующая стационарная (седловая) точка может быть эффективно исследована. Также существенно, что уравнения, определяющие соответствующие стационарные точки, допускают ясную физическую интерпретацию в рамках геометрической теории дифракции. Тем не менее, явные формулы для коэффициентов отражения, преломления и дифракционного коэффициента требуют численного решения указанного выше интегрального уравнения, что обсуждалось в [1]. Стоит отметить, что первичная поверхностная волна возникает на грани клина при условии, что диполь расположен близко к этой грани клина.

3.1. Первичная поверхностная волна от диполя вблизи грани $\varphi = \Phi$. Как обсуждалось в [1], для асимптотической оценки интегралов, представляющих решение, мы деформировали контуры интегрирования и приняли во внимание пересекаемые полярные особенности, применили метод перевала (или другую технику). Однако, если, скажем $\varphi_0 \sim \Phi$, проявляются некоторые дополнительные вклады в дальнее поле. В этом случае точечный иточник близок к грани клина $\varphi = \Phi$, тогда множитель $\exp(-ikr_0 \cos[\Phi - \varphi_0 - \zeta^+(\beta)])$ в [2, (3.53)] не мал, даже если $kr_0 \gg 1$, а соответствующая первичная поверхностная волна, взаимодействующая с ребром, порождает краевую волну. Предположим, что $\varphi_0 \sim \Phi$ и $\zeta^+ = \theta^+$ с $\text{Im}\theta^+ < 0$, либо $\zeta^+ = \chi^+$ с $\text{Im}\chi^+ < 0$, отмечая, что $\zeta^\pm = \{\theta^\pm, \chi^\pm\}$. Напомним, что по определению (см. [2, Разд. 3.3.2])

$$\sin \zeta^\pm(\beta) = \frac{z^\pm}{\sin \beta},$$

где $z^\pm = \{\eta^\pm, (\eta^\pm)^{-1}\}$. Мы считаем $\eta^\pm = i \operatorname{Im}(\eta^\pm)$ чисто мнимым, что подразумевает то, что поверхностные волны действительно могут распространяться вдоль импедансной поверхности при условии, что или $\operatorname{Im}(\eta^\pm) < 0$, либо $\operatorname{Im}(\eta^\pm)^{-1} < 0$, считая также, что $z^\pm = -i|z^\pm|$.

При деформации контуров в седловые в (11) могут быть пересечены некоторые дополнительные к указанным в таблице I (см. [1]) полярные сингулярности. Эти особенности связаны с нулями знаменателей $D^\pm(-\alpha, \beta) = [\sin(-\alpha \pm \Phi) \pm \sin \theta^\pm(\beta)][\sin(-\alpha \pm \Phi) \pm \sin \chi^\pm(\beta)]$ коэффициента отражения $R^\pm(\alpha, \beta)$ во втором и третьем членах в правой части (3) и вследствие зависимости от $\bar{f}(s + \varphi, \alpha, \beta)$ в подынтегральном выражении. Мы рассмотрим полярную особенность $\alpha_8(\beta) = \Phi + \zeta^+(\beta)$ ($\zeta^+ = \{\theta^+(\beta), \chi^+(\beta)\}$).

Если точечный источник находится в некоторой малой окрестности грани клина $\varphi = \Phi$, мы рассмотрим член с $n = 2$ в сумме в выражении (10). Первичная поверхностная волна принимает вид (см. также раздел 3.5.1 в [2])

$$\left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{psw}} \\ E_z^{\text{psw}} \end{array} \right]_{\zeta^+} = -\frac{k^3}{4\pi} \int_{\Gamma_{\pi/2}} d\beta \operatorname{res}_{\alpha_8(\beta)} \bar{R}^+(\alpha, \beta) \cdot \bar{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta) \sin^2 \beta \times e^{ik\{z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha_8(\beta) - \varphi_0) - r \cos(\alpha_8(\beta) - 2\Phi + \varphi)]\}}.$$

После замены переменной $\tau = \cos \beta$, находим

$$\left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{pws}} \\ E_z^{\text{pws}} \end{array} \right]_{\zeta^+} = -\frac{k^3}{4\pi} e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi)z^+ - r \sin(\varphi - \Phi)z^+\}} \times \int_{R'} d\tau \bar{F}_+(\tau) e^{ik\rho_0\{z\tau/\rho_0 + \sqrt{1+|z^+|^2 - \tau^2}\}},$$

с

$$\rho_0 = r_0 \cos[\Phi - \varphi_0] - r \cos[\Phi - \varphi] > 0$$

и

$$\bar{F}_+(\tau)|_{\tau=\cos \beta} = -\sin \beta \operatorname{res}_{\alpha_8(\beta)} \bar{R}^+(\alpha, \beta) \cdot \bar{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta).$$

Стационарная точка последнего интеграла при $k\rho_0 \gg 1$

$$\tau_p = \frac{z}{\rho_0} \frac{(1 + |z^+|^2)}{\sqrt{1 + (z/\rho_0)^2}}$$

решает уравнение

$$z = (r_0 \cos[\Phi - \varphi_0] - r \cos[\Phi - \varphi]) \frac{\tau_p}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_p^2}},$$

и асимптотическое выражение для старшего члена записывается как

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{psw}} \\ E_z^{\text{psw}} \end{array} \right]_{\zeta^+} &= \frac{k^3 e^{i3\pi/4}}{4\pi^2} \sqrt{\frac{2\pi}{k\rho_0}} \frac{\rho_0^{3/4} (1 + |z^+|^2)^{1/4}}{(z^2 + \rho_0^2)^{3/4}} \overline{F}_+(\tau_p) \quad (13) \\ &\times e^{ik\sqrt{1+|z^+|^2}\sqrt{z^2+\rho_0^2}} e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0-\Phi)z^+ - r \sin(\varphi-\Phi)z^+\}} \\ &\times \left(1 + O\left(\frac{1}{k\rho_0}\right) \right), \end{aligned}$$

считая $r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi) - r \sin(\varphi - \Phi) \leq 0$.

3.2. Компонента, отвечающая краевой волне и порождаемая первичной поверхностной волной, приходящей к ребру от точечного источника. На плоскости переменной α мы деформируем контур $S(\Phi - \pi/2)$ в $S_{\arg \sin \beta}(\varphi_0)$ в (11), возможно захватывая полюс $\alpha_8(\beta) = \Phi + \zeta^+(\beta)$, тогда получим

$$\begin{aligned} &\left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{esw}} \\ E_z^{\text{esw}} \end{array} \right]_{\zeta^+} \\ &= \frac{ik^3}{8\pi^2} \int_{\Gamma_{\pi/2}} \int_{S_{\arg \sin \beta}(\varphi_0)} ds d\beta \operatorname{res}_{\alpha_8(\beta)} [\overline{D}(s + \varphi, \alpha, \beta)] \cdot \overline{U}_0(\alpha, \beta) \quad (14) \\ &\quad \times H(\varphi_0 - \Phi - \operatorname{Re} \zeta^+(\beta) - \operatorname{Gd}(\operatorname{Im} \zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\quad \times \sin^2 \beta e^{ik\{z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha_8(\beta) - \varphi_0) + r \cos s]\}}, \end{aligned}$$

где вычет находится посредством формулы

$$\operatorname{res}_{\alpha=\alpha_8(\beta)} [\overline{f}(s, \alpha, \beta)] = \frac{(-\nu) \cdot F_0(s, \beta) \overline{G}^+(s, \alpha_8(\beta), \beta)}{F_0(2\Phi - \alpha_8(\beta), \beta) (D^+)'_{\alpha}(-\alpha_8(\beta), \beta)}$$

с $\overline{R}^+(\alpha, \beta) = -\overline{N}^+(-\alpha, \beta)/D^+(-\alpha, \beta)$, и $\overline{G}^+(s, \alpha_8(\beta), \beta)$ является единственным решением интегрального уравнения

$$\overline{G}^+(s, \alpha_8(\beta), \beta) = \frac{\overline{N}^+(-\alpha_8(\beta), \beta)}{\sin[\nu(s - (2\Phi - \alpha))]} - \frac{i}{8\Phi} \int_{iR} \frac{\overline{Q}(-t, \beta) \cdot \overline{G}^+(t, \alpha_8(\beta), \beta)}{\cos[\nu(s + t)]} dt. \quad (15)$$

Решение $\overline{G}^+(t, \alpha_8(\beta), \beta)$ должно быть аналитически продолжено, если требуется.

Фазовая функция, зависящая от s и β , в экспоненте в (14) записывается как

$$\begin{aligned} \psi(s, \beta) &= z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha_0(\beta) - \varphi_0) + r \cos s] \\ &= z \cos \beta + r \cos s \sin \beta + r_0 [\cos(\Phi - \varphi_0) \sqrt{\sin^2 \beta - (z^+)^2} + \sin(\varphi_0 - \Phi) z^+] \end{aligned}$$

с $\beta \in \Gamma_{\pi/2}$. Полезно сделать замену переменной β в интеграле (14) посредством конформного отображения $\tau = \cos \beta$. Это отображение преобразует полосу $|\operatorname{Re} \beta - \pi/2| \leq \pi/2$ на комплексную плоскость τ с разрезами, проведенными из $-\infty$ к -1 и из 1 в $+\infty$. Контур интегрирования $\Gamma_{\pi/2}$ преобразуется в контур R' , который проходит из $+\infty$ по нижней стороне разреза к $-1 + 0$, затем обходит ее вдоль дуги малого радиуса в нижней полуплоскости, подходит к $-1 + 0$ вдоль отрезка $(-1, 1)$ и похожим образом обходит точку -1 в верхней полуплоскости, уходя на бесконечность по верхней стороне разреза $(-\infty, -1]$. Заметим, что $-1 < \tau < 1$, если $-\pi/2 < \beta < \pi/2$.

Мы намерены применить двумерный метод перевала (точнее стационарной фазы) к интегралу по s, τ , таким образом, получая из (14)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Z_0 H_z^{\text{esw}} \\ E_z^{\text{esw}} \end{bmatrix}_{\zeta^+} &= \frac{ik^3}{8\pi^2} \int_{R'} d\tau \int_{S_{\arg \sqrt{1-\tau^2}}(\varphi_0)} ds \\ \bar{F}(s, \tau) &e^{ik\{z\tau + r \cos s \sqrt{1-\tau^2} + r_0 \cos(\Phi - \varphi_0) \sqrt{1+|z^+|^2 - \tau^2}\}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{F}(s, \tau) \Big|_{\tau = \cos \beta} &= \operatorname{res}_{\alpha_s(\beta)} [\bar{D}(s + \varphi, \alpha, \beta)] \cdot \bar{U}_0(\alpha, \beta) \\ &\times H(\varphi_0 - \Phi - \operatorname{Re} \zeta^+(\beta) - \operatorname{Gd}(\operatorname{Im} \zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\times (-\sin \beta) e^{ik[r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi) z^+]}, \end{aligned}$$

и квадратный корень $\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau^2}$ определен разрезом комплексной плоскости вдоль $(-\infty, -\sqrt{1 + |z^+|^2}]$ и $[\sqrt{1 + |z^+|^2}, +\infty)$,

$$\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau^2} > 0 \quad \text{при} \quad -\sqrt{1 + |z^+|^2} < \tau < \sqrt{1 + |z^+|^2}.$$

Контур R' охватывает точки ветвления $-\sqrt{1 + |z^+|^2}$ и $\sqrt{1 + |z^+|^2}$ в верхней и нижней полуплоскостях соответственно, $\sqrt{1 - \tau^2} > 0$ при $-1 < \tau < 1$.

Уравнения для стационарной точки фазовой функции

$$\Psi(s, \tau) = z\tau + r \cos s \sqrt{1 - \tau^2} + r_0 \cos(\Phi - \varphi_0) \sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau^2}$$

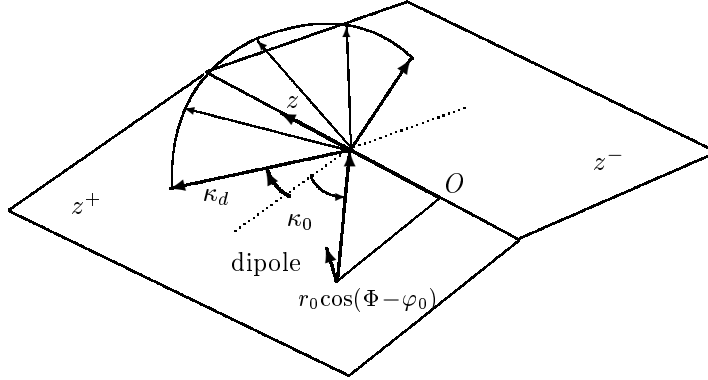


Рис. 1. Дифракционная волна.

имеют вид

$$\Psi_s(s, \tau) = -r \sin(s) \sqrt{1 - \tau^2} = 0,$$

$$\Psi_\tau(s, \tau) = z - \frac{r \cos(s)\tau}{\sqrt{1 - \tau^2}} - \frac{r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi)\tau}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau^2}} = 0.$$

Решение этих уравнений задается (s_0, τ_0) , где $s_0 = 0$, а τ_0 решает уравнение

$$z = r \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \tau_0^2}} + r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}}.$$

Последнее уравнение имеет простое геометрическое толкование. Действительно, введем углы κ_d и κ_0 равенствами

$$\tan \kappa_d(\tau_0) = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \tau_0^2}}, \quad \tan \kappa_0(\tau_0) = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}},$$

и напишем

$$z = r \tan \kappa_d + r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \tan \kappa_0, \quad (17)$$

где угол κ_d связан в углом полуоткрытия $\beta_8 = \pi/2 - \kappa_d$ конуса Келлера краевой дифракционной волны (см. рис. 1), а κ_0 может быть интерпретирован как угол падения первичной поверхностной волны,

которая приходит к ребру и ведет к появлению дифракционной волны от ребра. Уравнение (17) выражает закон геометрической оптики данного явления дифракции. Вычисляя вторую производную фазовой функции в седловой точке, имеем ($-1 < \tau_0 < 1$)

$$\begin{aligned}\Psi_{ss}(s_0, \tau_0) &= -r\sqrt{1 - \tau_0^2}, \\ \Psi_{\tau s}(s_0, \tau_0) &= 0, \\ \Psi_{\tau\tau}(s_0, \tau_0) &= -\frac{r}{[\sqrt{1 - \tau_0^2}]^3} - r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \frac{(1 + |z^+|^2)}{[\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}]^3},\end{aligned}$$

таким образом, получим

$$\det\{\Psi''(s_0, \tau_0)\} = \frac{r^2}{[1 - \tau_0^2]} + rr_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \frac{(1 + |z^+|^2)\sqrt{1 - \tau_0^2}}{[\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}]^3}.$$

В старшем приближении мы находим

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} Z_0 H_z^{\text{esw}} \\ E_z^{\text{esw}} \end{bmatrix}_{\zeta^+} &= \frac{k^2}{4\pi} \bar{F}(0, \tau_0) \\ &\times \frac{e^{ik\{z \sin \kappa_d(\tau_0) + r \cos \kappa_d(\tau_0) + r_0 \cos(\Phi - \varphi_0) \sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}\}}}{\left(\frac{r^2}{[1 - \tau_0^2]} + rr_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \frac{(1 + |z^+|^2)\sqrt{1 - \tau_0^2}}{[\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}]^3}\right)^{1/2}},\end{aligned}\quad (18)$$

где асимптотика (18) найдена в предположении, что τ_0 не приближается к окрестности точек ветвления ± 1 , $-1 < \tau_0 < 1$.

Обратимся теперь к отраженной поверхностной волне.

3.3. Поверхностная волна, отраженная ребром. Поверхностная волна, порожденная точечным источником вблизи грани клина $\varphi = \Phi$, приходит к ребру и возбуждает отраженную поверхностную волну, которая выделяется из выражения (10), а именно, из слагаемых в сумме с $n = 4, 6$. В процессе деформации контура $S(\Phi - \pi/2)$ в $S_{\text{argsin } \beta}(\varphi_0)$ можно преречь полярную особенность $\alpha_8(\beta) = \Phi + \zeta^+(\beta)$ множителя $\bar{f}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta), \alpha, \beta)$. Эта точка является нулем знаменателя $\bar{R}^+(\alpha, \beta)$ как и в предыдущем параграфе. По теореме о вычетах (по переменной α) мы имеем

$$\begin{bmatrix} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{bmatrix}_{\zeta^+ \zeta^+} = -\frac{k^3}{4\pi} \int_{\Gamma_{\pi/2}} d\beta \bar{R}_{\zeta^+}^s(\alpha_8(\beta), \beta)$$

$$\begin{aligned}
& \times \operatorname{res}_{\alpha_8(\beta)} [\bar{f}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta), \alpha, \beta)] \cdot \bar{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta) \\
& \times H(\varphi - \Phi - \operatorname{Re} \zeta^+(\beta) - \operatorname{Gd}(\operatorname{Im} \zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\
& \times H(\varphi_0 - \Phi - \operatorname{Re} \zeta^+(\beta) - \operatorname{Gd}(\operatorname{Im} \zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\
& \times \sin^2 \beta e^{ik\{z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha_8(\beta) - \varphi_0) + r \cos \cos(\alpha_8(\beta) - \varphi)]\}}. \quad (19)
\end{aligned}$$

Вычисление вычета $\operatorname{res}_{\alpha_8(\beta)} [\bar{f}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta), \alpha, \beta)]$ аналогично тому, что и в предыдущем параграфе и требует решения интегрального уравнения (15).

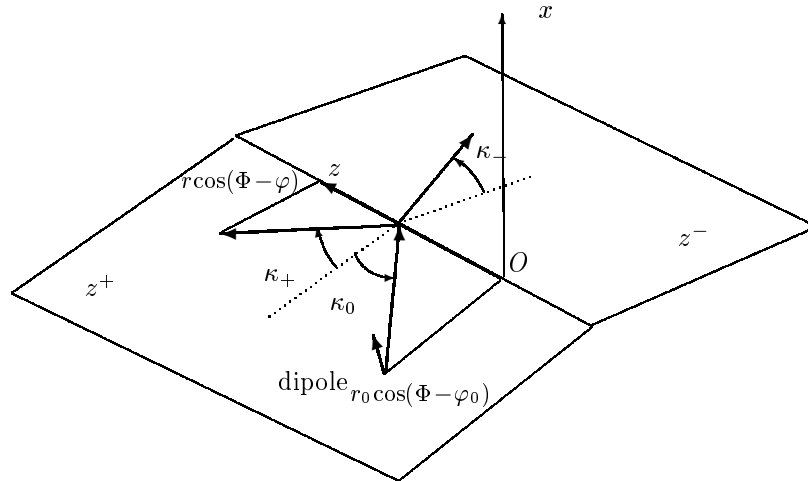


Рис. 2. Отражение и прохождение поверхностной волны через ребро импедансного клина.

Как и в предыдущем параграфе мы должны вычислить интеграл в (19) асимптотически посредством метода стационарной фазы. Мы

заменим переменную интегрирования $\tau = \cos \beta$, таким образом, получим

$$\left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{array} \right]_{\zeta^+ \zeta^+} = -\frac{k^3}{4\pi} e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi)z^+ + r \sin(\varphi - \Phi)z^+\}} \times \int_{R'} d\tau \bar{F}_+(\tau) e^{ik\rho\{z\tau/\rho + \sqrt{1+|z^+|^2 - \tau^2}\}}$$

с

$$\rho = r \cos[\Phi - \varphi] + r_0 \cos[\Phi - \varphi_0]$$

и

$$\begin{aligned} \bar{F}_+(\tau)|_{\tau=\cos \beta} &= \bar{R}_{\theta^+}^s(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times \text{res}_{\alpha_8(\beta)}[\bar{F}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta), \alpha, \beta)] \cdot \bar{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times H(\varphi - \Phi - \text{Re}\zeta^+(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\times H(\varphi_0 - \Phi - \text{Re}\zeta^+(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) (-\sin \beta). \end{aligned}$$

Стационарная точка последнего интеграла

$$\tau_0 = \frac{z}{\rho} \frac{(1 + |z^+|^2)}{\sqrt{1 + (z/\rho)^2}}$$

удовлетворяет уравнению

$$z = r \cos(\varphi - \Phi) \tan \kappa_+ + r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \tan \kappa_+, \quad (20)$$

где (сравните с κ_0 из предыдущего параграфа)

$$\tan \kappa_+(\tau_0) = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2}}.$$

Соотношение (20) выражает закон геометрической оптики отражения поверхностной волны ребром (см. рис. 2).

После традиционных вычислений метода стационарной фазы имеем

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{array} \right]_{\zeta^+ \zeta^+} &= \frac{k^3 e^{i3\pi/4}}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{k\rho}} \frac{\rho^{3/4} (1 + |z^+|^2)^{1/4}}{(z^2 + \rho^2)^{3/4}} \bar{F}_+(\tau_0) \\ &\times e^{ik\sqrt{1+|z^+|^2}\sqrt{z^2+\rho^2}} e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi)z^+ + r \sin(\varphi - \Phi)z^+\}} \\ &\times \left(1 + O\left(\frac{1}{k\rho}\right) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

в старшем приближении.

3.4. Поверхностная волна, прошедшая через ребро. Мы рассматриваем поверхностную волну, которая проходит через ребро и ее анализ тесно связан с отраженной волной, изученной в предыдущем параграфе, однако, в данном случае вклад задается полярной особенностью $s_n(\beta)$, ($n = 5, 7$) в таблице I в [1]. Так, вполне аналогично предыдущему параграфу мы начинаем с выражения

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{array} \right]_{\zeta^+ \zeta^-} &= -\frac{k^3}{4\pi} \int_{\Gamma_{\pi/2}} d\beta \overline{\overline{R}}_{\zeta^-}(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times \text{res}_{\alpha_8(\beta)} [\overline{\overline{f}}(\Phi - \pi - \zeta^-(\beta), \alpha, \beta)] \cdot \overline{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times H(-\varphi - \Phi - \text{Re}\zeta^-(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^-(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\times H(\varphi_0 - \Phi - \text{Re}\zeta^+(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\times \sin^2 \beta e^{ik\{z \cos \beta + \sin \beta [r_0 \cos(\alpha_8(\beta) - \varphi_0) + r \cos \cos(\Phi + \zeta^- + \varphi)]\}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Мы также заменяем переменную интегрирования в (22), таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{array} \right]_{\zeta^+ \zeta^-} &= -\frac{k^3}{4\pi} e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi)z^+ + r \sin(-\varphi - \Phi)z^-\}} \\ &\times \int_{R'} d\tau \overline{\overline{F}}_-(\tau) e^{ik\rho\{z\tau/\rho + \gamma_+ \sqrt{1+|z^+|^2 - \tau^2} + \gamma_- \sqrt{1+|z^-|^2 - \tau^2}\}}, \end{aligned}$$

с

$$\begin{aligned} \rho &= r \cos[\Phi - \varphi] + r_0 \cos[\Phi - \varphi_0], \quad \gamma_+ = r_0 \cos[\Phi - \varphi_0]/\rho, \\ \gamma_- &= r \cos[\Phi + \varphi]/\rho. \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \overline{\overline{F}}_-(\tau)|_{\tau=\cos \beta} &= \overline{\overline{R}}_{\zeta^-}(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times \text{res}_{\alpha_8(\beta)} [\overline{\overline{f}}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta), \alpha, \beta)] \cdot \overline{U}_0(\alpha_8(\beta), \beta) \\ &\times H(-\varphi - \Phi - \text{Re}\zeta^-(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^-(\beta), \arg \sin \beta)) \\ &\times H(\varphi_0 - \Phi - \text{Re}\zeta^+(\beta) - \text{Gd}(\text{Im}\zeta^+(\beta), \arg \sin \beta)) (-\sin \beta). \end{aligned} \quad (23)$$

Стационарная точка τ_0 последнего интеграла удовлетворяет уравнению

$$z = r \cos(\varphi - \Phi) \tan \kappa_- + r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \tan \kappa_+, \quad (24)$$

где

$$\tan \kappa_{\pm}(\tau_0) = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 + |z^{\pm}|^2 - \tau_0^2}}.$$

Равенство (24) выражает геометрический закон преломления поверхностной волны через ребро (см. рис. 2). Соответствующие углы падения κ_+ и преломления κ_- очевидно связаны соотношением

$$\sqrt{1 + |z^+|^2} \sin \kappa_+ = \sqrt{1 + |z^-|^2} \sin \kappa_-,$$

которое похоже на закон Снелиуса преломления волны на границе двух диэлектрических сред.

Замечание. В предположении $|z^-| < |z^+|$ происходит явление полного внутреннего отражения поверхностной волны, приходящей к ребру. В этом случае стационарная точка приближается к точке ветвления $\pm \sqrt{1 + |z^-|^2}$ и возникает соответствующая головная волна. Соответствующий угол полного внутреннего отражения задается ($\kappa_- \rightarrow \pi/2$)

$$\kappa_+^* = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1 + |z^-|^2}{1 + |z^+|^2}} \right).$$

Мы применяем метод стационарной фазы и приходим к

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} Z_0 H_z^{\text{sws}} \\ E_z^{\text{sws}} \end{array} \right]_{\zeta^+ \zeta^-} = \bar{F}_-(\tau_0) \frac{k^3 e^{i3\pi/4}}{4\pi} \\ & \times \sqrt{\frac{2\pi}{k\rho}} \left[\frac{\gamma_+(1 + |z^+|^2)}{(\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2})^3} + \frac{\gamma_-(1 + |z^-|^2)}{(\sqrt{1 + |z^-|^2 - \tau_0^2})^3} \right]^{-1/2} \\ & \times e^{ik(z\tau_0 + r_0 \cos(\varphi_0 - \Phi) \sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_0^2} + r \cos(\varphi + \Phi) \sqrt{1 + |z^-|^2 - \tau_0^2})} \\ & \times e^{ik\{r_0 \sin(\varphi_0 - \Phi) z^+ + r \sin(-\varphi - \Phi) z^-\}} \left(1 + O\left(\frac{1}{k\rho}\right) \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Стоит отметить, что единственным неэлементарным компонентом последней формулы, требующим решения интегрального уравнения, является $\bar{F}_-(\tau_0)$, что может быть проделано численно.

3.5. Коэффициенты отражения и преломления для поверхностных волн. Простой анализ формул (13), (21) и (25) при $r = 0$ позволяет ввести матричные коэффициенты отражения

$$\begin{aligned} \overline{\overline{R}}_{\zeta} &= \left[\text{res}_{\alpha_8(\beta_*)} \overline{\overline{R}}^+(\alpha, \beta_*) \right]^{-1} \overline{\overline{R}}_{\zeta^+}^s(\alpha_8(\beta_*), \beta_*) \\ &\quad \times \text{res}_{\alpha_8(\beta_*)} [\overline{\overline{f}}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta_*), \alpha, \beta_*)] \end{aligned}$$

и прохождения (преломления)

$$\begin{aligned} \overline{\overline{T}}_{\zeta} &= \left[\text{res}_{\alpha_8(\beta_*)} \overline{\overline{R}}^+(\alpha, \beta_*) \right]^{-1} \overline{\overline{R}}_{\zeta^-}^s(\alpha_8(\beta_*), \beta_*) \\ &\quad \times \text{res}_{\alpha_8(\beta_*)} [\overline{\overline{f}}(\Phi - \pi - \zeta^-(\beta_*), \alpha, \beta_*)] \end{aligned}$$

для поверхностных волн, взаимодействующих с ребром, $\tau_* = \cos \beta_*$ и τ_* задается выражением

$$\tau_* = z \frac{(1 + |z^+|^2)}{\sqrt{r_0^2 \cos^2[\Phi - \varphi_0] + z^2}}$$

и такое, что $-1 < \tau_* < 1$. Непрерывность компонент волнового поля, рассматриваемого на поверхности, при пересечении ребра ведет к очевидному соотношению

$$\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{R}}_{\zeta} = \overline{\overline{T}}_{\zeta}.$$

Коэффициенты отражения и прохождения целиком определяются углом падения $\kappa_+(\tau_*)$ поверхностной волны, который удовлетворяет уравнению

$$\tan \kappa_+(\tau_*) = \frac{\tau_*}{\sqrt{1 + |z^+|^2 - \tau_*^2}}$$

и поверхностными импедансами z^{\pm} . Стоит отметить, что коэффициенты отражения и преломления зависят от матрицы $\overline{\overline{f}}(\Phi - \pi - \zeta^+(\beta_*))$, которая в общем случае требует решения интегрального уравнения (5). Однако, для нормального падения ($\beta_* = \pi/2$, $\tau_* = 0$) функциональные уравнения для $\overline{\overline{f}}(\cdot)$ расщепляются на два скалярных, а последние допускают решение в квадратурах (решение Малюжинца).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. A. Lyalinov, N. Y. Zhu, *Electromagnetic Scattering of a Dipole-Field by an Impedance Wedge. Part I: Far-Field Space Waves*. — IEEE Trans. Antennas Propag. **61**, No. 1 (2013), 329–337.
2. M. A. Lyalinov, N. Y. Zhu, *Scattering of Waves by Wedges and Cones with Impedance Boundary Conditions*, in: Mario Boella Series on Electromagnetism in Information and Communication, SciTech-IET, Edison, NJ, 2012.
3. V. M. Babich, M. A. Lyalinov, V. E. Grikurov, *Diffraction Theory: the Sommerfeld-Malyuzhinets Technique*, (Alpha Science Series on Wave Phenomena), Oxford, UK, Alpha Science, 2008.
4. M. A. Lyalinov, N. Y. Zhu, *Diffraction of a skew incident plane electromagnetic wave by an impedance wedge*. — Wave Motion **44**, No. 1 (2006), 21–43.
5. M. A. Lyalinov, N. Y. Zhu, *Diffraction of a skew incident plane electromagnetic wave by a wedge with axially anisotropic impedance faces*. — Radio Sci. **42**, No. 6 (2007), RS6S03.

Lyalinov M. A., Ning Yan Zhu. Scattering of an electromagnetic surface wave from a Hertzian dipole by the edge of an impedance wedge.

In this work we announce the extensions of the results obtained in our paper [1] devoted to diffraction of waves from the point source located over an impedance wedge. The surface waves components and the edge wave, produced by a surface wave from a point source coming to the edge, are discussed. The Geometrical Optics laws for the surface waves reflected by and transmitted across the edge are also addressed.

С.-Петербургский государственный университет
Университетская наб. 7/9

С.-Петербург 199034, Россия

E-mail: lyalinov@yandex.ru, m.lyalinov@spbu.ru

Поступило 7 ноября 2016 г.

Университет Штутгарта, Штутгарт, Германия

E-mail: zhu@ihf.uni-stuttgart.de