

Г. Л. Заворохин

**ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА,
ДЕЙСТВУЮЩЕГО НА НЕПРОНИЦАЕМОЙ
СВОБОДНОЙ ОТ НАПРЯЖЕНИЙ ГРАНИЦЕ
ПОЛУПЛОСКОСТИ БИО**

§1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ В
КВАДРАТУРАХ

Пусть однородная изотропная флюидонасыщенная пористая среда занимает полуплоскость $y \geq 0$. Поры на границе среды $y = 0$ предполагаются закрытыми, что соответствует непроницаемости границы и отличному от нуля давлению в жидкой фазе. Для описания волновых процессов в таких двухфазных средах будем использовать теорию, развитую М. Био [1].

Рассматривается нестационарная задача возбуждения волн в среде Био, находящейся в покое при $t < 0$. Волновое поле в этой среде образуется при $t = 0$ в результате внешнего точечного воздействия, приложенного к твердой фазе (скелету среды) свободной от напряжений границы $y = 0$.

Построение точных выражений (в квадратурах) волнового поля, возбужденного нормальной силой, действующей на проницаемой границе, сделано Л. А. Молотковым в [2], а в [3] Г. Л. Заворохиным получены формулы для смещений в явном виде (в элементарных функциях). В данной работе вместо отсутствия давления на границе ставится условие равенства нулю относительных смещений и выводятся явные выражения (опять-таки в элементарных функциях) для смещений в твердой фазе и относительных смещений в жидкой фазе. В работах [4, 5] показано, что для непроницаемой границы пористой среды существует поверхностная волна Релея при всех значениях параметров. Анализ особенностей распространения поверхностных волн

Ключевые слова: задача Лэмба, пористые среды, теория Био, непроницаемая граница, головная волна, волна Релея.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), гранты 14-01-00535 А, 15-31-20600.

в пористом флюидонасыщенном полупространстве со свободной непроницаемой границей также проведен в [6]. Распространение волн в пористых слое и стержне Био с закрытыми порами на границах исследовалось Л. А. Молотковым в [4, 5, 7, 8].

Задача нахождения возмущений в среде Био сводится к решению волновых уравнений для потенциалов (1) и к определению смещений и напряжений по формулам (2), (3), (4).

$$\left(\Delta - \frac{1}{v_i^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \varphi_i = 0 \quad (i = 1, 2), \quad \left(\Delta - \frac{1}{v_3^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \psi = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi_1 + \nabla \varphi_2 + \mathbf{rot} \psi, \quad (2)$$

$$\mathbf{w} = B_1 \nabla \varphi_1 + B_2 \nabla \varphi_2 - \frac{\rho_f}{m} \mathbf{rot} \psi, \quad (3)$$

$$\tau_{yy} = (\rho + B_1 \rho_f) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + (\rho + B_2 \rho_f) \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} - 2L \left(\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x \partial y} \right),$$

$$\tau_{xy} = L \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

$$-p = (\rho_f + B_1 m) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + (\rho_f + B_2 m) \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}.$$

Здесь $\varphi_i(x, y, t)$, $i = 1, 2$ и $\psi(x, y, t) = \psi_z(x, y, t) \mathbf{k}$ – скалярные и векторный потенциалы, описывающие две продольные волны P_1 , P_2 и поперечную волну S , распространяющиеся с соответствующими скоростями $v_l = \text{const} > 0$, $l = 1, 2, 3$, $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ – вектор смещения твердой фазы в пористой среде, $\mathbf{w} = (w_1, w_2)$ – вектор смещения жидкой фазы относительно твердой фазы, τ_{ij} – компоненты тензора полных напряжений в пористой среде, p – давление в жидкой среде, $L > 0$ – модуль сдвига пористой среды. Плотность жидкой среды ρ_f , параметр m с размерностью плотности, средняя плотность пористой среды ρ являются коэффициентами в уравнениях сплошной среды и образуют положительно определенную матрицу

$$\begin{pmatrix} \rho & \rho_f \\ \rho_f & m \end{pmatrix}.$$

Безразмерные коэффициенты B_i разделяют поля потенциалов φ_i и представляются равенствами

$$B_i = \frac{C - \rho_f v_i^2}{m v_i^2 - M} = \frac{H - \rho v_i^2}{\rho_f v_i^2 - C}, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Скорости продольных волн v_1, v_2 и поперечной волны v_3 выражаются следующими равенствами

$$v_{1,2}^2 = \frac{Hm + M\rho - 2C\rho_f \pm \sqrt{(Hm + M\rho - 2C\rho_f)^2 - 4(\rho m - \rho_f^2)(HM - C^2)}}{2(\rho m - \rho_f^2)}, \quad (6)$$

$$v_3^2 = \frac{Lm}{\rho m - \rho_f^2}, \quad (7)$$

а скорости v_1 и v_2 удовлетворяют биквадратному уравнению

$$(\rho m - \rho_f^2)v^4 - (Hm + M\rho - 2C\rho_f)v^2 + (HM - C^2) = 0.$$

Используя однозначность вектора ψ , поставим дополнительное условие

$$\operatorname{div} \psi = 0.$$

Образующееся волновое поле должно удовлетворять при $y = 0$ граничным условиям

$$\tau_{yy}|_{y=+0} = -\delta(x)\delta(t), \quad \tau_{xy}|_{y=+0} = 0, \quad w_y|_{y=+0} = 0 \quad (8)$$

и нулевым начальным данным

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \psi_z = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = \frac{\partial \psi_z}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0. \quad (9)$$

Используя интегральные преобразования Фурье (по пространственной переменной x) и Лапласа (по времени t), потенциалы как решения уравнений (1) будут представлены формулами

$$\varphi_i = \int_0^\infty \frac{\cos kx dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} X_i(k, \eta) e^{k(t\eta - y\alpha_i)} d\eta \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

$$\psi_z = \int_0^\infty \frac{\sin kx dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} Y(k, \eta) e^{k(t\eta - y\beta)} d\eta, \quad (11)$$

где

$$\alpha_i(\eta) = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_i^2}}, \quad \beta(\eta) = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_3^2}} \quad (i = 1, 2). \quad (12)$$

Для однозначности радикалов α_i , β проведем на плоскости η из точек ветвления $\eta = \pm i v_i$ ($i = 1, 2, 3$) разрезы в левую полуплоскость параллельно вещественной оси и фиксируем основной лист условиями

$$\alpha_i = 1, \quad \beta = 1 \quad \text{при} \quad \eta = 0.$$

Функции $X_1(k, \eta)$, $X_2(k, \eta)$, $Y(k, \eta)$ определяются из граничных условий (8), которые сводятся к системе уравнений

$$\begin{aligned} g(X_1 + X_2) - 2\beta Y &= -\frac{1}{\pi L k}, \\ 2\alpha_1 X_1 + 2\alpha_2 X_2 - gY &= 0, \\ \alpha_1 B_1 X_1 + \alpha_2 B_2 X_2 + \frac{\rho_f}{m} Y &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

при этом $g(\eta) = 2 + \frac{\eta^2}{v_3^2}$, $v_4 = \sqrt{\frac{M}{m}} = \text{const} > 0$ – параметр с размерностью скорости, M – модуль пористой среды.

Система уравнений (13) имеет ненулевое решение при условии

$$\begin{aligned} \Delta'(\eta) \equiv \alpha_1 (M - m v_2^2) \left(2L - \frac{H \rho_f - C \rho}{C - \rho_f v_2^2} \eta^2 \right)^2 \\ + \alpha_2 (m v_1^2 - M) \left(2L + \frac{H \rho_f - C \rho}{\rho_f v_1^2 - C} \eta^2 \right)^2 \\ - 4L^2 m (v_1^2 - v_2^2) \alpha_1 \alpha_2 \beta = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнение $\Delta'(\eta) = 0$ – дисперсионное соотношение поверхностных волн Релея для свободной непроницаемой границы пористой среды Био.

Решение системы (13) представляется равенствами

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{\alpha_2 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2 g \right)}{\pi L k \Delta'}, \quad X_2 = \frac{\alpha_1 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1 g \right)}{\pi L k \Delta'}, \\ Y &= \frac{2\alpha_1 \alpha_2 (B_1 - B_2)}{\pi L k \Delta'}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подставляя формулы (15) в (10), (11), на основании соотношений (2), (3) получаем выражения для смещений в твердой фазе и относительных смещений в жидкой фазе

$$\begin{aligned}
u_x &= \frac{1}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i} dk \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[\alpha_2 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2g \right) e^{-ky\alpha_1} \right. \\
&\quad \left. - \alpha_1 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1g \right) e^{-ky\alpha_2} + 2\alpha_1\alpha_2\beta(B_1 - B_2)e^{-ky\beta} \right] \frac{e^{kt\eta}}{\Delta'} d\eta, \quad (16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_y &= \frac{1}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\cos kx}{2\pi i} dk \\
&\quad \times \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[\alpha_1\alpha_2 \left\{ \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2g \right) e^{-ky\alpha_1} - \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1g \right) e^{-ky\alpha_2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + 2\alpha_1\alpha_2(B_1 - B_2)e^{-ky\beta} \right] \frac{e^{kt\eta}}{\Delta'} d\eta, \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_x &= \frac{1}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i} dk \\
&\quad \times \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[B_1\alpha_2 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2g \right) e^{-ky\alpha_1} - B_2\alpha_1 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1g \right) e^{-ky\alpha_2} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2\rho_f}{m} \alpha_1\alpha_2\beta(B_1 - B_2)e^{-ky\beta} \right] \frac{e^{kt\eta}}{\Delta'} d\eta, \quad (18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_y &= \frac{1}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\cos kx}{2\pi i} dk \\
&\quad \times \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \left[\alpha_1\alpha_2 \left\{ B_1 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2g \right) e^{-ky\alpha_1} - B_2 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1g \right) e^{-ky\alpha_2} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2\rho_f}{m} \alpha_1\alpha_2(B_1 - B_2)e^{-ky\beta} \right] \frac{e^{kt\eta}}{\Delta'} d\eta. \quad (19)
\end{aligned}$$

§2. ОБРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Для получения решения задачи в явном виде используем метод, предложенный Г. И. Петрашенем в [9]. Ключевым моментом в интегрировании выражений для смещений (16)–(19) является возможность перестановки порядка интегрирования по η и k , которая анализируется в работах [9] и [10].

Рассмотрим горизонтальную компоненту смещения в упругой фазе u_x . По аналогии выводятся формулы для компонент смещений u_y , w_x , w_y . Итак, представим выражение (16) в виде

$$\begin{aligned}
u_x &= \frac{1}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i} dk \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\alpha_2 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_2 g \right) e^{k(-\alpha_1 y + t\eta)}}{\Delta'} d\eta \\
&+ \frac{(-1)}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i} dk \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\alpha_1 \left(\frac{2\rho_f}{m} + B_1 g \right) e^{k(-\alpha_2 y + t\eta)}}{\Delta'} d\eta \\
&+ \frac{2(B_1 - B_2)}{\pi L} \int_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i} dk \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\alpha_1 \alpha_2 \beta e^{k(-\beta y + t\eta)}}{\Delta'} d\eta \\
&= u_{xp_1} + u_{xp_2} + u_{xs}. \quad (20)
\end{aligned}$$

Введенные обозначения u_{xp_1} , u_{xp_2} , u_{xs} содержат соответственно функции $e^{k(-\alpha_1 y + t\eta)}$, $e^{k(-\alpha_2 y + t\eta)}$, $e^{k(-\beta y + t\eta)}$. Ясно, что при положительности $\text{Re}(-\alpha_1 y + t\eta)$, $\text{Re}(-\alpha_2 y + t\eta)$, $\text{Re}(-\beta y + t\eta)$ перестановка порядка интегрирования в (20) невозможна, поскольку мы приходим к экспоненциально расходящимся интегралам. Следовательно, для осуществления перестановки порядка интегрирования контур интегрирования $(\sigma - i\infty, \sigma + i\infty)$ должен быть продеформирован так, чтобы эти выражения на нем оставались отрицательными. Заметим, что в u_{xp_1} , u_{xp_2} , u_{xs} подинтегральные выражения регулярны при $\text{Re}\eta > 0$. Поскольку волновое поле должно удовлетворять нулевым начальным данным, уравнение $\Delta'(\eta) = 0$ в правой полуплоскости на основном листе η корней не имеет. Единственными полюсами на мнимой оси плоскости η будут только полюса $\eta = \pm i v_R$ (v_R – скорость волны Релея), совпадающие с корнями уравнения $\Delta'(\eta) = 0$. Пусть $\eta = i\tau$. Рассмотрим интервал

$$0 < \tau < \min(v_2, v_3). \quad (21)$$

Вследствие симметрии корней относительно начала координат, ограничимся рассмотрением корней только на положительной части мнимой оси. При малых τ получаем

$$\Delta'(\tau) = -\frac{L(v_1^2 - v_2^2)(\rho m - \rho_f^2)(HM + BM - 2C^2)\tau^2}{HM - C^2} < 0,$$

а при $\tau = v_2$ или $\tau = v_3$ имеем $\Delta'(\tau) > 0$. Таким образом, уравнение $\Delta'(\eta) = 0$ имеет нечетное число корней в интервале (21). В [4] доказано, что корень только один и вне интервала (21) корней нет. Отметим (см. [5]), что волна Релея вдоль свободной пористой границы распространяется с большей скоростью в случае открытых пор, чем в случае закрытых пор.

Далее интегралы по k легко вычисляются, а контурные интегралы по η берутся по вычетам. Таким образом, получаем следующие формулы для смещений в упругой фазе:

$$u_x = u_{xp1} + u_{xp2} + u_{xs}, \quad u_y = u_{yp1} + u_{yp2} + u_{ys}. \quad (22)$$

Здесь

$$u_{xp1} = -\frac{1}{\pi L} \operatorname{Im} \left[\alpha_2(\eta_0^1) \left(\frac{2\rho_f}{m} + g(\eta_0^1)B_2 \right) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^1}{v_1} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^1}{v_1} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^1) \}^{-1} \right] \quad (23)$$

– горизонтальная компонента смещений продольной быстрой волны P_1 ,

$$u_{xp2} = -\frac{1}{\pi L} \operatorname{Im} \left[\alpha_1(\eta_0^2) \left(\frac{2\rho_f}{m} + g(\eta_0^2)B_1 \right) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^2}{v_2} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^2}{v_2} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^2) \}^{-1} \right] \quad (24)$$

– горизонтальная компонента смещений продольной медленной волны P_2 ,

$$u_{xs} = \frac{2(B_1 - B_2)}{\pi L} \operatorname{Im} \left[\alpha_1(\eta_0^3) \alpha_2(\eta_0^3) \beta(\eta_0^3) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^3}{v_3} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_3} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^3) \}^{-1} \right] \quad (25)$$

– горизонтальная компонента смещений поперечной волны S ,

$$u_{yp1} = -\frac{1}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\alpha_1(\eta_0^1) \alpha_2(\eta_0^1) \left(\frac{2\rho f}{m} + g(\eta_0^1) B_2 \right) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^1}{v_1} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^1}{v_1} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^1) \}^{-1} \right] \quad (26)$$

– вертикальная компонента смещений продольной быстрой волны P_1 :

$$u_{yp2} = -\frac{1}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\alpha_1(\eta_0^2) \alpha_2(\eta_0^2) \left(\frac{2\rho f}{m} + g(\eta_0^2) B_1 \right) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^2}{v_2} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^2}{v_2} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^2) \}^{-1} \right] \quad (27)$$

– вертикальная компонента смещений продольной медленной волны P_2 :

$$u_{ys} = \frac{2(B_1 - B_2)}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\alpha_1(\eta_0^3) \alpha_2(\eta_0^3) \left(t - \frac{y \left(\frac{\eta_0^3}{v_3} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_3} \right)^2 + 1}} \right)^{-1} \{ \Delta'(\eta_0^3) \}^{-1} \right] \quad (28)$$

– вертикальная компонента смещений поперечной волны S , где

$$\eta_0^i = \frac{-ixt + y \sqrt{t^2 - \frac{x^2 + y^2}{v_i^2}}}{t^2 - \frac{y^2}{v_i^2}} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (29)$$

Относительные смещения в жидкой фазе выражаются через смещения в упругой фазе по формулам:

$$w_{xp1} = B_1 u_{xp1}, \quad w_{xp2} = B_2 u_{xp2}, \quad w_{xs} = -\frac{\rho f}{m} u_{xs}, \quad (30)$$

$$w_{yp1} = B_1 u_{yp1}, \quad w_{yp2} = B_2 u_{yp2}, \quad w_{ys} = -\frac{\rho f}{m} u_{ys}. \quad (31)$$

Из полученного явного решения (22)–(31) выделим выражение, соответствующее поверхностной волне Релея. В первом приближении при $y \rightarrow 0$ компоненты смещений волны Релея будут иметь вид

$$u_x^R \approx \Gamma_1 \left[\frac{\frac{y}{t} \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R \right)^2 + \gamma_1 \left(\frac{y}{t} \right)^2} \right] + \Gamma_2 \left[\frac{\frac{y}{t} \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R \right)^2 + \gamma_2 \left(\frac{y}{t} \right)^2} \right] + \Gamma_3 \left[\frac{\frac{y}{t} \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R \right)^2 + \gamma_3 \left(\frac{y}{t} \right)^2} \right], \quad (32)$$

$$u_y^R \approx \Psi_1 \left[\frac{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right) \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right)^2 + \psi_1 \left(\frac{y}{t}\right)^2} \right] + \Psi_2 \left[\frac{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right) \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right)^2 + \psi_2 \left(\frac{y}{t}\right)^2} \right] + \Psi_3 \left[\frac{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right) \frac{1}{t}}{\left(\frac{x}{t} \pm v_R\right)^2 + \psi_3 \left(\frac{y}{t}\right)^2} \right], \quad (33)$$

$$w_x^R = B_1 u_{xp1}^R + B_2 u_{xp2}^R - \frac{\rho f}{m} u_{xs}^R, \quad (34)$$

$$w_y^R = B_1 u_{yp1}^R + B_2 u_{yp2}^R - \frac{\rho f}{m} u_{ys}^R, \quad (35)$$

где Γ_i , γ_i , Ψ_i , ψ_i , $i = 1, 2, 3$ – коэффициенты, зависящие от материальных параметров среды Био, и введены обозначения u_{xp1}^R , u_{xp2}^R , u_{xs}^R для слагаемых в (32), u_{yp1}^R , u_{yp2}^R , u_{ys}^R для слагаемых в (33) соответственно.

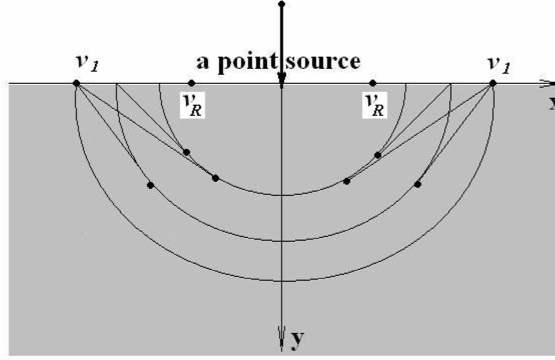


Рис. 1. Волновые фронты.

Анализируя полученное решение задачи, имеем разные аналитические выражения в разных областях. Переход от одних выражений к другим определяет волновые фронты – линии, на которых есть особенности. В случае точечного источника, расположенного на свободной

от напряжений непроницаемой границе пористой среды, распространяются, помимо объемных сферических волн P_1 , P_2 , S и поверхностной волны Релея, три головных волны P_1P_2 , P_1S , а также P_2S ($v_2 > v_3$) или SP_2 ($v_3 > v_2$). И картина волновых фронтов (Рис. 1) будет иметь такой же вид как и в случае проницаемой границы (см. [3]).

В заключение отметим, что другой подход к данной проблеме возможен на базе работ В. И. Смирнова – С. Л. Соболева [11]. Можно показать, что формулы, полученные методом Г. И. Петрашеня, в точности совпадают с формулами, к которым приводит метод комплексных решений (см. [9, 11]).

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Biot, *Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid.* — J. Acoust. Soc. Amer. **28**, No. 2 (1956), 168–191.
2. Л. А. Молотков, *Об источниках, действующих на свободной границе пористой среды Био, и об отражении волн на этой границе.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **264** (2000), 217–237.
3. Г. Л. Заворохин, *Волновое поле от точечного источника, действующего на открытой границе полуплоскости Био.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **393** (2011), 101–110.
4. Л. А. Молотков, *Распространение волн в изолированном пористом слое Био с закрытыми порами на границах.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **354** (2008), 173–189.
5. Л. А. Молотков, *Нормальные волны в пористом слое с открытыми порами на одной границе и с закрытыми порами на другой границе.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **393** (2011), 178–190.
6. Н. С. Городецкая, *Волны на границе пористо-упругого полупространства. I. Свободная граница.* — Акустичний вісник **8**, Nos. 1–2 (2005), 28–41.
7. Л. А. Молотков, *Распространение нормальных волн в пористом стержне с закрытыми порами на границах.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **393** (2011), 191–210.
8. Л. А. Молотков, *Распространение нормальных волн в пористом стержне с открытыми порами на границах.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **393** (2011), 211–223.
9. Г. И. Петрашень, Г. И. Марчук, К. И. Огурцов, *О задаче Лэмба в случае полупространства.* — Уч. Зап. ЛГУ, вып. 21, том 35, (1950).
10. В. М. Бабич, С. К. Кочугуев, *О методе В. И. Смирнова–С. Л. Соболева явного решения задач математической теории дифракции.* Препринты ПОМИ 1/2002.
11. V. I. Smirnoff, S. L. Soboleff, *Sur une methode nouvelle dans le probleme plan des vibrations elastiques.* — Тр. Сейсм. инст. **20**, Л., АН СССР, (1932).

Zavorokhin G. L. The wave field of a point source that acts on the impermeable stress free boundary of a Biot half-plane.

Initial boundary value problem of wave propagation in half-plane filled with fluid-saturated porous solid is considered. Biot's medium is isotropic homogeneous and pores are closed on the boundary. Using complex analysis techniques, explicit formulae for displacements in elastic and fluid phases are obtained.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В.А. Стеклова РАН,
наб. р. Фонтанки 27,
Санкт-Петербург, 191023
E-mail: zavorokhin@pdmi.ras.ru

Поступило 14 ноября 2016 г.