УДК 517.5

Рост норм производных функций Стеклова и свойства функций, определяемые наилучшими приближениями и коэффициентами Фурье. Бабушкин М. В., Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 5–32.

Рассматривается вопрос, когда интегралы, составленные из норм в L_2 производных функций Стеклова периодических функций, и ряды, составленные из коэффициентов Фурье и наилучших приближений в L_2, сходятся или расходятся одновременно. Аналогичные исследования проводятся для чётных и нечётных периодических функций.

Библ. – 13 назв.

УДК 511

Дифференцирование индуцированных разбиений тора и многомерные приближения алгебраических чисел. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 33–92.

Рассматриваются индуцированные разбиения $\mathcal{T} = \mathcal{T}|_{\mathrm{Kr}}$ тора $\mathbb{T}^D$ размерности D, порождающиеся вложенным в него ядром Kr. На них определены операции дифференцирования $\sigma : \mathcal{T} \longrightarrow \mathcal{T}^\sigma$, в результате действия которых снова получаются индуцированные разбиения $\mathcal{T}^\sigma = \mathcal{T}|_{\mathrm{Kr}^\sigma}$ того же тора $\mathbb{T}^D$, порождаемые производным ядром Kr^σ. На языке ядер Kr дифференцирования σ сводятся к комбинации геометрических преобразований пространства $\mathbb{R}^D$ — косому сдвигу и сжатиям вдоль прямой.

С помощью дифференцирований находятся приближения нуля на торе $\mathbb{T}^D$ бесконечной последовательностью точек $x_j \equiv j\alpha \bmod \mathbb{Z}^D$ для $j = 0, 1, 2, \ldots$, где $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_D)$ — вектор с координатами $\alpha_1, \ldots,$ α_D из алгебраического поля $\mathbb{Q}(\theta)$ степени $D + 1$ над полем рациональных $\mathbb{Q}$. С этой целью строится бесконечная последовательность выпуклых параллелоэдров $T^{(i)} \subset \mathbb{T}^D$ для $i = 0, 1, 2, \ldots$ с определенными для них порядками $m^{(0)} < m^{(1)} < \ldots < m^{(i)} < \ldots$, где $m^{(i)}$ — натуральные числа. Доказывается, что ограниченные параллелоэдрами $T^{(i)}$ области на торе $\mathbb{T}^D$ выделяют подпоследовательность точек $\{x_{j'}\}_{j'=1}^{\infty}$, наилучшим образом приближающихся к $0 \in \mathbb{T}^D$.

Библ. — 27 назв.

УДК 511

Множества ограниченного остатка. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 93–174.

Рассматриваются категории $(\mathcal{T}, \mathcal{S}, \mathcal{X})$ из преобразований $\mathcal{S} : \mathcal{T} \longrightarrow \mathcal{T}$ пространств $\mathcal{T}$ с выделенными на них подмножествами $\mathcal{X} \subset \mathcal{T}$. Пусть $r_{\mathcal{X}}(i, x_0)$ — функция распределения точек $\mathcal{S}$-орбиты $x_0, x_1 = \mathcal{S}(x_0), \dots, x_{i-1} = \mathcal{S}^{i-1}(x_0)$, попавших в множество $\mathcal{X}$, и $\delta_{\mathcal{X}}(i, x_0)$ — отклонение

$$r_{\mathcal{X}}(i, x_0) = a_{\mathcal{X}} i + \delta_{\mathcal{X}}(i, x_0)$$

от среднего значения $a_{\mathcal{X}} i$ числа попаданий точек орбиты в $\mathcal{X}$. Если $\delta_{\mathcal{X}}(i, x_0) = O(1)$, то такие $\mathcal{X}$ называются множествами ограниченного остатка. В работе построены множества ограниченного остатка $\mathcal{X}$, когда: 1) $\mathcal{T}$ — окружность, тор или бутылка Клейна; 2) $\mathcal{S}$ — поворот окружности, сдвиг или перекладывание тора; 3) $\mathcal{X}$ — фиксированное множество или последовательность множеств, зависящих от шага итерации $i = 0, 1, 2, \dots$

Библ. — 27 назв.

УДК 517.54

О внутреннем радиусе, поляризации и круговом усечении множества. Кузнецов В. О. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 175–180.

Рассматривается разность приведенного модуля $m(B, 0)$ открытого множества $B,\ 0 \in B$, и приведенного модуля $m(B_r, 0)$ его кругового усечения B_r, где $B_r = B \cap \{|z| < r\}$. Доказывается, что при поляризации и круговой симметризации области эта разность не уменьшается.

Библ. – 6 назв.

УДК 517.54

Геометрическая теория функций. Результаты Дженкинса. Метод модулей семейств кривых. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 181–249.

Данная работа представляет собой обзор, посвященный методу модулей семейств кривых в геометрической теории функций и его приложениям. Указанный метод является формой метода экстремальной метрики. Начало метода модулей положено Дженкинсом, этот метод получил развитие в работах Ленинградской–С.-Петербургской математической школы.

Излагается теория метода модулей и приводятся различные приложения этого метода.

Библ. – 250 назв.

УДК 511.466+517.863

Экстремальные значения дзета-функций Эпштейна. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 31. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 445), СПб., 2016, с. 250–267.

Изучены экстремальные значения дзета-функций Эпштейна $\zeta_Q(s)$, ассоциированных с положительно определенными целочисленными квадратичными формами Q от $l \geqslant 2$ переменных. Полученные результаты сформулируем для случая $\zeta_3(s)$, дзета-функции Эпштейна, ассоциированной с $Q = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$: для всех $T \geqslant T_0(\sigma_0, \varepsilon, c)$, где $1/2 \leqslant \sigma_0 < 1$, $\varepsilon > 0$, $c > 0$ фиксированы и $(\log T)^c \leqslant Y \leqslant T$, функция

$$F_3(s) = \frac{1}{6}\zeta_3\big(s + \frac{1}{2}\big)$$

обладает эффектом Титчмарша:

$$\max_{T \leqslant T \leqslant T+Y} |F_3(\sigma_0 + it)| > \exp\{(\log Y)^{1-\sigma_0-\varepsilon}\}.$$

Результат переносится не только на дзета-функии тернарных квадратичных форм, но и (в более точной форме) на дзета-функции квадратичных форм от $l \geqslant 4$ переменных и на дзета-функции некоторых бинарных форм.

Библ. – 17 назв.