УДК 511

Дробные факториалы и простые числа. (Замечание к статье “О простых значениях некоторых квадратичных многочленов”). Андрианов А. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 5–7.

Выводятся формулы, связывающие представления простых чисел $p \equiv 1 \pmod 4$ в виде суммы квадратов двух целых чисел со значениями частичных произведений $(p-1)/4$ последовательных целых чисел.

Библ. – 2 назв.

УДК

Непериодический сплайновый аналог операторов Ахиезера–Крейна–Фавара. Виноградов О. Л., Гладкая А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 8–35.

Пусть $\sigma > 0$, $m, r \in \mathbb{N}$, $m \geqslant r$, $\mathbf{S}_{\sigma,m}$ – пространство сплайнов порядка m минимального дефекта с узлами $\frac{j\pi}{\sigma}$ $(j \in \mathbb{Z})$, $A_{\sigma,m}(f)_p$ – наилучшее приближение функций f множеством $\mathbf{S}_{\sigma,m}$ в пространстве $L_p(\mathbb{R})$. Известно, что при $p = 1, +\infty$

$$\sup_{f \in W_p^{(r)}(\mathbb{R})} \frac{A_{\sigma,m}(f)_p}{\|f^{(r)}\|_p} = \frac{\mathcal{K}_r}{\sigma^r}. \tag{1}$$

В настоящей работе строятся линейные операторы $\mathcal{X}_{\sigma,r,m}$ со значениями в $\mathbf{S}_{\sigma,m}$, такие что для всех $p \in [1, +\infty]$ и $f \in W_p^{(r)}(\mathbb{R})$

$$\|f - \mathcal{X}_{\sigma,r,m}(f)\|_p \leqslant \frac{\mathcal{K}_r}{\sigma^r} \|f^{(r)}\|_p.$$

Тем самым устанавливается возможность реализации верхних граней в (1) линейными методами приближения, ранее остававшаяся неизвестной.

Библ. – 21 назв.

УДК 517.54

Модули конфигурации и устранимые множества. Демшин И. Н., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 36–42.

На евклидовой плоскости вводится новый класс поликонденсаторов, для которых емкость поликонденсатора равна его модулю; также установлено, что множества, устранимые для емкости конденсатора, не влияют на модуль таких поликонденсаторов.

Библ. – 6 назв.

УДК 517.54

Теоремы искажения для функций, p-листных в среднем по окружности. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 43–56.

Методом симметризации доказываются теоремы искажения для p-листных в среднем по окружности функций, имеющих нуль порядка p в начале координат, а так же для функций с ограничением на покрытие заданного круга и функций с нормировкой Монтеля. Устанавливаются все случаи равенства в полученных оценках.

Библ. – 10 назв.

УДК 517

Условия малости обхвата в субфинслеровом пространстве. Дымченко Ю. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 57–67.

В данной работе доказано условие малости обхвата относительно некоторых семейств кривых для устранимых множеств в субфинслеровых пространствах.

Библ. – 18 назв.

УДК 517.5

О сильном приближении функций посредством положительных операторов. Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 68–80.

Пусть функции f, ϕ и K удовлетворяют условиям: $f \in C[a,b]$, ϕ непрерывна на $\mathbb{R}$, область определения f содержит $\phi(\mathbb{R})$, $K(t) \geqslant 0$ при $t \in \mathbb{R}$, $\int\limits_{\mathbb{R}} K = 1$; $\sigma > 0$, $p \geqslant 1$. В терминах модуля непрерывности f и его выпуклой мажоранты устанавливаются оценки для

$$\left(\int\limits_{\mathbb{R}} \left| f(\phi(y)) - f\left(\phi\left(y + \frac{t}{\sigma}\right)\right)\right|^p K(t)\,dt \right)^{1/p}.$$

Аналогичные вопросы рассматриваются и для других родственных величин.

Библ. – 4 назв.

УДК 511

Двумерные приближения методом делящихся торических разбиений. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 81–98.

Методом дифференцирования строятся бесконечные последовательности делящихся разбиений двумерного тора, радиус ядер которых стремится к нулю. Доказывается, что ядра таких разбиений содержат точки с наилучшими приближениями на торе в некоторых нормированных метриках, определяемых самим же ядром разбиения. Свойства указанных метрик могут существенно отличаться от свойств стандартных метрик на торе, используемых в задачах аппроксимации.

Библ. – 5 назв.

УДК 511

Делящиеся разбиения тора и множества ограниченного остатка. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 99–122.

С помощью дифференцирования перекладывающихся торических разверток строится бесконечная последовательность делящихся разбиений двумерного тора.

Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Об оценке нормы голоморфной составляющей мероморфной функции в конечносвязной области. Калмыков С. И., Надь Б. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 123–137.

В данной работе оценка типа Гончара–Григоряна для нормы голоморфной составляющей мероморфной функции распространена на случай конечносвязной жордановой области с C^2-гладкой границей, когда полюсы рассматриваемой функции лежат на некотором компакте. Также дана равномерная оценка интеграла типа Коши.

Библ. – 17 назв.

УДК 517.58

Нормализованная неполная бета-функция: логарифмическая вогнутость по параметрам и другие свойства. Карп Д. Б. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 138–161.

Логарифмическая вогнутость/выпуклость по параметрам нормализованной неполной бета-функции была доказана Финнером и Ротерсом в 1997 году как следствие достаточно трудного результата, основанного на обобщенном воспроизводящем свойстве некоторых распределений. В первой части настоящей работы дано прямое аналитическое доказательство указанной логарифмической вогнутости/выпуклости. Во второй части эти результаты усилены: установлено, что коэффициенты Тейлора обобщенного определителя Турана, составленного из сдвигов по параметрам нормализованной неполной бета-функции, имеют, при некоторых ограничениях, постоянный знак. Наш подход содержит также доказательство ряда новых фактов, которые могут представлять независимый интерес. В частности, установлены формулы линеаризации и двусторонние оценки для вышеупомянутых определителей Турана. Кроме того, найдены два тождества комбинаторного типа, по-видимому, являющиеся новыми.

Библ. – 16 назв.

УДК 517.54

Поляризация и круговое усечение области. Кузнецов В. О. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 162–169.

Рассматривается разность приведенного модуля $m(D)$ односвязной области D относительно точки $z=0$ и приведенного модуля $m(D_r)$ ее радиального усечения, где D_r – связная компонента множества $D\cap\{|z|<r\}$, содержащая точку $z=0$. Доказывается, что при поляризации и круговой симметризации области D эта разность не уменьшается.

Библ. – 4 назв.

УДК 517.54

Метод модулей в общей задаче об экстремальном разбиении. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 170–186.

Рассматривается распространение метода модулей семейств кривых на задачи об экстремальном разбиении, в которых ассоциированные квадратичные дифференциалы имеют полюсы любых порядков.

Библ. – 13 назв.

УДК 511.466+517.863

О среднем квадратичном остаточного члена для дзета-функций Дедекинда. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 30. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 440), СПб., 2015, с. 187–204.

Пусть K_n – поле алгебраических чисел степени n над $\mathbb{Q}$. Обозначим через $D(x, K_n)$ количество целых идалов поля K_n, норма которых $\leqslant n$. Справедлива асимптотика

$$\Delta(x, K_n) = D(x, K_n) - \Lambda_n x.$$

История оценок остаточного члена $\Delta(x, K_n)$ начинается с результатов

$$\Delta(x, K_n) \ll x^{1-\frac{1}{n}} \quad \text{(Вебер (1896))}$$

и

$$\Delta(x, K_n) \ll x^{\frac{n-1}{n+1}} \quad \text{(Ландау (1917))}$$

Если $n > 2$, то, как доказали Чандрасекхаран и Нарасимхан в 1964 году,

$$\int\limits_1^x \Delta(y, K_n)^2\, dy \ll x^{3-\frac{4}{n}} \log^n x. \tag{1}$$

В настоящей статье автор усиливает (1) в двух случаях:

1) для $K_4 = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{m})$, $m > 1$ и целое, имеет место

$$x^{\frac{7}{4}} \ll \int\limits_1^x \Delta(y, K_4)^2 dy \ll x^{\frac{7}{4}+\varepsilon};$$

2) для K_6, нормального замыкания кубического поля K_3 с группой Галуа S_3 и дискриминантом $\Delta < 0$, имеет место

$$x^{\frac{11}{6}} \ll \int\limits_1^x \Delta(y, K_6)^2\, dy \ll x^{2+\varepsilon}.$$

Библ. – 20 назв.