Рефераты

УДК 519.148

Удаление чипов. Urban Renewal revisited. Аксенов В. Е., Кохась К. П. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 5–29.

В статье предлагается новое комбинаторно-алгебраическое преобразование графов "удаление чипа", которое является обобщением известного трюка "Urban renewal" Куперберга и Проппа. Удаление чипов можно использовать при вычислении определителей матриц смежности и чисел паросочетаний графов. Красивым применением этой техники является теорема об удалении четырехконтактного чипа, обобщаюшая идеи метода графической конденсации Куо. Приведены многочисленные примеры.

Библ. – 6 назв.

УДК 513.5

Факторы Пинскера для рохлинской энтропии. Алпеев А. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 30–35.

В работе показано, что всякая динамическая система имеет единственный максимальный фактор нулевой рохлинской энтропии, так называемый фактор Пинскера. Показано также, что если система эргодична и этот фактор не имеет атомов, то система является относительно слабо перемешивающим расширением своего пинскеровского фактора.

Библ. – 9 назв.

УДК 512.643.8, 514.164.1, 517.912

О бирациональных координатах Дарбу на косприсоединённых орбитах классических групп Ли. Бабич М. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 36–57.

Любая коприсоединённая орбита общей линейной группы может быть канонически параметризована с помощью итерационной процедуры, в которой на каждом шаге мы переходим от матрицы преобразования A к матрице преобразования, являющегося *проекцией* A

параллельно какому-нибудь его собственному подпространству на координатное подпространство должной размерности.

В данной статье предложена модификация этого метода, применимая к группам $\mathrm{SO}(N,\mathbb{C})$ и $\mathrm{Sp}(N,\mathbb{C})$. Теперь каждый шаг итерации состоит из двух полушагов – проекции вдоль собственного подпространства и, одновременно, сужения на некоторое ко-собственное подпространство.

Итерационный процесс порождает множество пар функций p_k, q_k на орбите, таких, что симплектическая форма имеет канонический вид $\sum_k dp_k \wedge dq_k$. На жорданову форму матриц, образующих орбиту, *не наложено никаких ограничений.*

В случае $\dim\ker A = \dim\ker A^2$, то есть когда в корневом пространстве, соответствующем нулевому собственному значению, отсутствуют жордановы блоки, из найденных функций *выделен координатный набор* канонически-сопряжённых функций на орбите. Среди таких орбит содержатся, в частности, случаи общего положения, общий диагонализуемый и много других.

Библ. – 10 назв.

УДК 512.71

Полиномиальная интерполяция над кольцами вычетов Z_n. Васильев Н. Н., Канжелева О. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 58–67.

Мы рассматриваем задачу полиномиальной интерполяции в кольцах вычетов Z_n. Случай общего n легко сводится к случаю p^k с помощью китайской теоремы об остатках. Однако в отличие от задачи интерполяции над полем, где результат может быть получен с помощью интерполяционной формулы Лагранжа, в случае кольца задача значительно сложнее. Не всякая функция над кольцом вычетов может быть представлена полиномом, а интерполяционный полином, если он все-таки существует, не является единственным. Полиномы, представляющие нулевую функцию, – так называемые нуль-полиномы – образуют идеал, не являющийся главным. С помощью системы Singular мы вычисляем базисы Грёбнера идеала нуль-полиномов в кольцах вычетов. Эти базисы позволяют приводить результат интерполяции к канонической форме, а также проверять имеющиеся теоретические оценки степени минимального нормированного нуль-полинома. Также мы описываем связь оценок мощности минимальных интерполяционных множеств, введенных в работе Гопалана, с оценками количества пермутационных полиномиальных функций над Z_n. В частности, выводится рекуррентная формула для количества пермутационных полиномиальных функций над кольцом вычетов.

Библ. – 3 назв.

УДК 517.987

Моделирование мер, близких к центральным, на трехмерном графе Юнга. Васильев Н. Н., Терентьев А. Б. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 68–82.

В статье описан ряд вычислительных экспериментов, моделирующих некоторый специальный марковский процесс на трехмерных диаграммах Юнга, свойства которого близки к свойствам обычного планшерелевского процесса в двумерном случае. Его переходные вероятности задаются явными формулами, использующими некоторые произведения длин трехмерных крюков. Эти формулы получены обобщением хорошо известных формул для переходных вероятностей двумерного планшерелевского процесса. Хотя трехмерный марковский процесс и не задает точную центральную меру, но с помощью серии вычислительных экспериментов мы показываем, что мера, определяемая этим процессом, близка к центральной.

Библ. – 4 назв.

УДК 519.173, 519.217.72

Оснащенные градуированные графы, проективные пределы симплексов и их границы. Вершик А. М. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 83–104.

В этой работе мы излагаем теорию оснащенных градуированных графов (или диаграмм Браттели) и альтернативную ей теорию проективных пределов конечномерных симплексов. Оснащение – это дополнительная структура на графе, а именно система копереходных вероятностей на пространстве путей графа. Основная задача состоит в описании всех вероятностных мер на путях графа с заданными копереходными вероятностями; она восходит к задаче, поставленной

Е. Б. Дынкиным в 1960-х гг., о границах-вход и -выход для марковских цепей. Наиболее важный пример – задача описания центральных мер, к ней сводится вопрос о следах на AF-алгебрах и о характерах на локально конечных группах. Предлагается унификация всей теории, интерпретация понятия границ Мартина, Шоке и Дынкина в терминах оснащенных градуированных графов и в терминах теории проективных пределов симплексов. В последнем параграфе изучается новое понятие "стандартности" проективного предела симплексов и стандартности оснащенных диаграмм Браттели, а также понятие лакунаризации.

Библ. – 12 назв.

УДК 519.118, 512.622

Некоторые обобщения теоремы Коши–Дэвенпорта. Волков В. В., Петров Ф. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 105–110.

Приводится два возможных обобщения неравенства Коши – Дэвенпорта $|A + B| \geq \min(p, |A| + |B| - 1)$ для непустых множеств A, B остатков по простому модулю p. Первое обобщение имеет дело с другим (по сравнению с мощностью) способом измерения размера множества точек в аффинном пространстве – именно, с алгебраической сложностью. Второе относится к случаю мультипликативной группы поля.

Библ. – 7 назв.

УДК 512.81, 530.145

Построение пространства орбит группы $\mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$ для смешанных состояний кутрита. Гердт В., Хведелидзе А., Палий Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 111–127.

Целью работы является изучение пространства орбит $\mathfrak{P}(\mathbb{R}^8)/\mathrm{G}$ для присоединенного действия группы $\mathrm{G} := \mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1) \subset \mathrm{U}(3)$ на пространстве $\mathfrak{P}(\mathbb{R}^8)$ состояний трехуровневой квантовой системы. Методом Прочези–Шварца устанавливается полуалгебраическая структура фактор-множества $\mathfrak{P}(\mathbb{R}^8)/\mathrm{G}$. Используя базис кольца G-инвариантных полиномов $\mathbb{R}[\mathfrak{P}(\mathbb{R}^8)]^{\mathrm{G}}$, мы получаем и детально исследуем набор полиномиальных неравенств на инварианты Казимира группы $\mathrm{U}(3)$, вытекающие из требования положительной определенности градиентной матрицы Прочези–Шварца, $\mathrm{Grad}(z) \geqslant 0$.

Библ. – 9 назв.

УДК 517.518.115, 517.987.1, 515.124.4

Масштабирующая энтропийная последовательность: инвариантность и примеры. Затицкий П. Б. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 128–161.

В работе изучаются свойства масштабирующей энтропийной последовательности – метрического инварианта автоморфизмов энтропийного типа, предложенного А. М. Вершиком. Подтверждается его гипотеза, утверждающая, что масштабирующая энтропийная последовательность не зависит от выбора полуметрики в широком классе, тем самым действительно являясь метрическим инвариантом автоморфизма. Приводится вычисление этого инварианта для некоторых классических динамических систем.

Библ. – 21 назв.

УДК 517.289, 517.923, 517.926

Представления и использование символьных вычислений в теории уравнений Гойна. Казаков А. Ю., Славянов С. Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 162–176.

Получена система первого порядка, эквивалентная уравнению Гойна. Представлено деформированное уравнение Гойна в симметричном виде. Представлены решения уравнения Гойна в виде рядов. Найдено четырехпараметрическое подсемейство деформированного конфлюентного уравнения Гойна, чьи решения имеют интегральные представления.

Библ. – 17 назв.

УДК 512.5

Вычисления в исключительных группах, пять лет спустя. Лузгарев А., Вавилов Н. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 177–195.

Настоящая статья является слегка расширенным текстом нашего доклада на PCA-2014. Там мы анонсировали два недавних результата, связанных с явными полиномиальными уравнениями, определяющими исключительные группы Шевалле в микровесовых и присоединенных представлениях. Один из них состоял в явном не зависящем от характеристики описании уравнений на матричные элементы матриц из односвязной группы Шевалле $G(\mathrm{E}_7, R)$ в 56-мерном представлении V. Ранее такого типа описание было известно для группы $G(\mathrm{E}_6, R)$ в 27-мерном представлении, в то время как для группы типа E_7 оно имелось лишь при дополнительном предположении, что $2 \in R^*$. В частности, мы вычисляем нормализатор $G(\mathrm{E}_7, R)$ в $\mathrm{GL}(56, R)$ и устанавливаем, что, как и нормализатор элементарной подгруппы $E(\mathrm{E}_7, R)$, он совпадает с расширенной группой Шевалле $\bar{G}(\mathrm{E}_7, R)$. Конструкция инвариантов основана на работах Дж. Лурье и первого автора о E_7-инвариантных 4-формах на V.

Еще один важный новый результат состоит в явном описании квадратичных уравнений, определяющих орбиту вектора старшего веса в присоединенных представлениях групп Шевалле типов E_6, E_7 и E_8. Часть этих уравнений, а именно уравнения, не включающие нулевых весов, так называемые квадратные уравнения (или $\pi/2$-уравнения), были описаны вторым автором. Недавно первому автору удалось завершить этот результат, явно перечислив уравнения, в которые координаты нулевого веса входят линейно ($2\pi/3$-уравнения) или квадратично (π-уравнения). Кроме того, мы совсем коротко обсуждаем недавние результаты С. Гарибальди и Р. М. Гуральника, относящиеся к инвариантам степени 8 для группы типа E_8.

Библ. – 74 назв.

УДК 517.9

О трансцендентных функциях, возникающих при интегрировании дифференциальных уравнений в конечном виде. Малых М. Д. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV.(Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 196–223.

Предложен вариант такой теории Галуа для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой не фиксируется список допустимых трансцендентных операций.

Доказана теорема, согласно которой поле интегралов системы дифференциальных уравнений эквивалентно полю рациональных функций на гиперповерхности, допускающей непрерывную группу бирациональных автоморфизмов, размерность которой совпадает с числом алгебраически независимых трансцендент, вводимых интегрированием системы.

Предложенное построение является развитием алгебраических идей, изложенных Полем Пенлеве в его Стокгольмских лекциях.

Библ. – 34 назв.

УДК 517.987.5, 519.21

Случайные отклонения эргодических сумм в автоморфизме Паскаля для меры Лебега. Минабутдинов А. Р. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 224–260.

В статье обобщаются результаты работы Э. Жанвресс, Т. де ла Рю и И. Веленика о флуктуациях в эргодической теореме для автоморфизма Паскаля в случае меры Лебега для широкого класса функций и, в частности, дается ответ на ряд вопросов, поставленных в указанной работе. Рассмотрены поточечные отклонения от эргодических сумм для автоморфизма Паскаля. Получены ответы на вопросы, поставленные ранее в упомянутой выше работе для случая центральной меры. Установлено, что единственно возможные предельные случайные функции являются линейными комбинациями $\alpha_x T^1 + \beta_x T^2$, где T^1 – кривая Такаги и T^2 – непрерывная самоподобная кривая.

Библ. – 28 назв.

УДК 517.9

Свойство отслеживания для линейных косых произведений. Тихомиров С. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 261–273.

Мы рассматриваем линейные косые произведения над отображением сдвига с ненулевой экспонентой Ляпунова в слое. Мы приводим оценку на точность отслеживания типичной псевдотраектории конечной длины. Этот результат позволяет предположить, что многомерный аналог гипотезы Хаммеля–Йорка–Гребоджи о длине типичных отслеживаемых псевдотраекторий неверен. В доказательстве мы сводим задачу об отслеживании к задаче о разорении игрока для случайных блужданий.

Библ. – 22 назв.

УДК 512.816, 530.145

О геометрической вероятности перепутанных смешанных состояний. Хведелидзе А., Рогожин И. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 274–296.

Пространство состояний составной квантовой системы, множество матриц плотности $\mathfrak{P}_+$, разложимо на пространство сепарабельных состояний $\mathfrak{S}_+$ и его дополнение, пространство перепутанных состояний. Явное построение подобного разложения представляет собой так называемую проблему сепарабельности. В том случае, если $\mathfrak{P}_+$ наделено определенной римановой метрикой, проблема сепарабельности допускает теоретико-вероятностную формулировку. В частности, можно определить "геометрическую вероятность сепарабельности" как относительный объем пространства сепарабельных состояний $\mathfrak{S}_+$, рассчитанный по отношению к объему всех состояний. В настоящей работе теоретико-вероятностный аспект проблемы сепарабельности обсуждается на примере бинарных систем, состоящих из кубит-кубит пары и кубит-кутрит пар, с использованием критерия положительной определенности частичного транспонирования Переса–Городецки. Сформулированы необходимые и достаточные условия для двух кубитных систем в терминах локальных $\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{SU}(2)$ инвариантных многочленов, детерминанта матрицы корреляций и детерминанта матрицы Шлинц–Малера. Используя проективный метод генерации случайных матриц плотности, распределенных в соответствии с мерой Гильберта–Шмидта и Бюра, рассчитаны вероятности сепарабельности (включая абсолютную сепарабельность) двух кубитов и пары кубит-кутрита.

Библ. – 47 назв.

УДК 513.6, 518.5

Детерминированный алгоритм полиномиальной сложности для первой теоремы Бертини. III. Чистов А. Л. — В кн.: Теория представлений,

динамические системы, комбинаторные методы. XXIV. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 432), СПб., 2015, с. 297–323.

Рассмотрим проективное алгебраическое многообразие W, которое является неприводимой компонентой множества всех общих нулей семейства однородных многочленов степени меньше d от $n+1$ переменных в случае нулевой характеристики основного поля. Рассмотрим линейную систему на W, заданную однородными многочленами степени меньше d'. В условиях первой теоремы Бертини для W и этой линейной системы мы показываем, как построить неприводимый дивизор в общем положении из формулировки этой теоремы. Данный алгоритм является детерминированным и полиномиальным от $(dd')^n$ и длины записи входных данных. Данная работа завершает серию из трёх статей.

Библ. – 22 назв.