

Рефераты

УДК 511

О простых значениях некоторых квадратичных многочленов. Андрианов А. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 5–10.

Выводятся явные формулы, связывающие представления простых чисел суммой двух квадратов и суммой квадрата и утроенного квадрата с компонентами представлений. Библиография — 2 назв.

УДК 519

Проблема Салема для функции, обратной функции Минковского $\varphi(t)$. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 11–19.

Пусть d_n — коэффициент Фурье–Стилтьеса функции Минковского $\varphi(t)$:

$$d_n = \int_0^1 \cos 2\pi n t d\varphi(t).$$

Вопрос Салема состоит в следующем: верно ли, что $d_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$?

В работе рассматривается коэффициент Фурье

$$\alpha_n = \int_0^1 \cos(2\pi n \varphi(t)) dt.$$

Показано, что $\alpha_n \not\rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Библиография — 8 назв.

УДК 517.5

О приближении периодических функций в пространстве L_2 модифицированными средними Стеклова. Дронь В. О., Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 20–33.

Для пространства L_2 периодических функций устанавливаются точные в смысле постоянных оценки снизу для отклонений модифицированных функций Стеклова первого и второго порядка в терминах модулей непрерывности. Аналогичные результаты получены для четных непрерывных периодических функций с неотрицательными коэффициентами Фурье в пространстве C . Библиография — 3 назв.

УДК 517.54

Голоморфные ограниченные функции, не покрывающие концентрических окружностей. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 34–43.

Методом симметризации доказываются теоремы роста и искажения для функций, указанных в названии статьи. Мы получаем точные оценки модулей таких функций, модулей их производных во внутренних и граничных точках и оценку производной Шварца. Библ. — 14 назв.

УДК 517.54

Неравенства для модулей функций, p -листных в среднем по окружности. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 44–54.

Пусть f — голоморфная в круге $|z| < 1$ функция, p -листная в среднем по окружности с нормировкой Монтеля: $f(0) = 0$, $f(\omega) = \omega$ ($0 < \omega < 1$). При дополнительном ограничении на покрытие функцией f концентрических окружностей устанавливаются точные нижняя и верхняя оценки модуля $|f(z)|$ для некоторых $z \in (-1, 0)$. Показывается необходимость указанного ограничения для существования нетривиальных оценок. Библ. — 15 назв.

УДК 517

Условие малости обхвата в финслеровом пространстве. Дымченко Ю. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 55–63.

В данной работе доказано условие малости обхвата относительно некоторых семейств кривых для устранимых множеств в финслеровых пространствах. Библ. — 8 назв.

УДК 517.5

Некоторые неравенства для тригонометрических полиномов и коэффициентов Фурье. Жук В. В., Пуеров Г. Ю. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 64–81.

Пусть T – тригонометрический полином порядка не выше n , точка x_0 такая, что $T(x_0) = \max_{x \in \mathbb{R}} |T(x)|$. В силу неравенства Бернштейна,

$$T(x_0 + t) \geq \max_{x \in \mathbb{R}} |T(x)| \cos nt$$

при $|t| \leq \frac{\pi}{n}$. В статье это неравенство развивается. Установлены оценки сверху для сумм $\sum_{k=n}^{\infty} k^\alpha \rho_k(f)$, где $\rho_k(f) = \sqrt{a_k^2(f) + b_k^2(f)}$, посредством величин, характеризующих структурные свойства функций, с конкретными постоянными. Библиография – 9 назв.

УДК 511

Множества ограниченного остатка на двулистной накрывающей бутылки Клейна. Журавлев В. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 82–105.

Рассматривается сдвиг $\tilde{S}: \tilde{\mathbb{K}}^2 \rightarrow \tilde{\mathbb{K}}^2$ накрывающей бутылки Клейна $\tilde{\mathbb{K}}^2 = \mathbb{K}^2 \times \{\pm 1\}$ и по нему некоторым образом определяется разбиение $\tilde{\mathbb{K}}^2 = \tilde{\mathbb{K}}_0^2 \sqcup \tilde{\mathbb{K}}_1^2$ на множества ограниченного остатка $\tilde{\mathbb{K}}_0^2$ и $\tilde{\mathbb{K}}_1^2$ относительно сдвига \tilde{S} . Для функций отклонения указанных множеств доказаны двусторонние оценки. Библиография – 16 назв.

УДК 517.54

О некоторых рациональных функциях, являющихся аналогами полиномов Чебышева. Калмыков С. И. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 106–120.

В работе рассмотрены рациональные функции, являющиеся аналогами полиномов Чебышева второго, третьего и четвертого рода. Эти рациональные функции являются экстремальными в неравенствах бернштейновского типа с соответствующими весами. Также представлена ортогонализация указанных функций. Библиография – 13 назв.

УДК 517.58

Представления и неравенства для обобщенных гипергеометрических функций. Карп Д. Б. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 121–139.

В работе найдено интегральное представление для обобщенной гипергеометрической функции, обобщающее известные представления через обобщенное преобразование Стильтьеса, преобразование Лапласа и косинус-преобразование Фурье. При помощи условий положительности веса в указанном представлении мы устанавливаем различные новые факты об обобщенных гипергеометрических функциях, включая полную монотонность, лог-выпуклость по верхним параметрам, монотонность отношений и новые доказательства неравенств Люка. Кроме того, при помощи представлений в виде ряда получены двусторонние оценки для гипергеометрических функций типа Бесселя. Библ. – 22 назв.

УДК 517.54

Общая теорема коэффициентов Дженкинса и метод модулей семейств кривых. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 140–156.

Рассматривается распространение метода модулей семейств кривых на задачи об экстремальном разбиении, для которых ассоциированные квадратичные дифференциалы имеют полюсы больших порядков. Библ. – 16 назв.

УДК 517.54

О квадратичных формах, порожденных функциями Неймана. Прилепкина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 157–177.

Изучаются квадратичные формы, зависящие от значений функций Неймана. Доказана монотонность при расширении области и при поляризации, изучено поведение при однолистном конформном отображении. В качестве приложения получена теорема искажения, распространяющая результаты Дубинина, Ким на случай конечносвязных областей. Библ. – 15 назв.

УДК 511.466+517.863

О дзета-функции Дедекинда. Ш. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 178–192.

Пусть K_n – поле алгебраических чисел степени n над \mathbb{Q} . Обозначим через $A(x, K_n)$ количество целых идеалов поля K_n , норма которых $\leq x$. Известно, что

$$A(x, K_n) = \Lambda_n x + \Delta(x, K_n),$$

где $\Delta(x, K_n)$ – остаточный член. Оценкой $\Delta(x, K_n)$ занимались классики, начиная с Вебера и Ландау, а также современные авторы, например Новак (W. G. Nowak, Math. Nachr. **161** (1993), 59–74). В части I настоящей работы (О. М. Фоменко, Зап. научн. семин. ПОМИ **418**(2013), 184–197) были доказаны новые оценки остатка $\Delta(x, K_n)$ для некоторых типов полей K_n . В настоящей работе для некоторых полей K_n , $n = 8, 16$, получены оценки

$$\Delta(x, K_n) \ll x^{1 - \frac{3}{n+2} + \varepsilon}.$$

Сами поля имеют вид: $K_8 = \mathbb{Q}(\sqrt{-1}, \sqrt[4]{m})$, где целое $m > 0$ не является квадратом;

$$K_8 = \mathbb{Q}(\sqrt[4]{\varepsilon_m}) \quad \text{и} \quad K_{16} = \mathbb{Q}(\sqrt{-1}, \sqrt[4]{\varepsilon_m}),$$

где целое $m > 0$ свободно от квадратов и ε_m – фундаментальная единица поля $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$.

Кроме того, изучен феномен Титчмарша для дзета-функции Дедекинда $\zeta_{K_n}(s)$ любого числового поля: при $(\log T)^c \leq Y \leq T$ существует положительная константа C такая, что

$$\max_{T \leq t \leq T+Y} \left| \zeta_{K_n} \left(\frac{1}{2} + it \right) \right| \geq \exp \left\{ C \left(\frac{\log Y}{\log \log Y} \right)^{1/2} \right\}.$$

Наконец, следуя Ивичу (A. Ivić, Acta Arithm. **56** (1990), 135–159), автор получает следующее утверждение о больших значениях остатка $\Delta(x, K_n)$: для произвольного числового поля K_n найдутся положительные константы c_1 и c_2 такие, что для каждого $T > T_0$ интервал $[T, T + c_1 T^{1-1/n}]$ содержит две точки t_1, t_2 , для которых

$$\Delta(t_1, K_n) > c_2 t_1^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}}, \quad \Delta(t_2, K_n) < -c_2 t_2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}}.$$

Библи. – 26 назв.

УДК 511.466+517.863

О числе классов полей алгебраических чисел. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 193–201.

Пусть K – числовое поле степени n над \mathbb{Q} и d , h и R – абсолютное значение дискриминанта, число классов и регулятор поля K соответственно. Хорошо известно, что если K не содержит квадратичного подполя, то

$$hR \gg_n \frac{d^{1/2}}{\log d}.$$

В теореме 1 работы этот результат уточняется в случае чисто кубического поля K .

Рассмотрим семейство \mathcal{K}_n полей, где $K \in \mathcal{K}_n$, если K – тотально вещественное числовое поле степени n , нормальное замыкание которого имеет в качестве группы Галуа симметрическую группу S_n . В теореме 2 доказано, что при фиксированном $n \geq 2$ существует бесконечное множество полей $K \in \mathcal{K}_n$ с

$$h \gg_n d^{1/2} (\log \log d)^{n-1} / (\log d)^n.$$

Это несколько улучшает аналогичный результат Дьюка (W. Duke, *Compos. Math.* **136** (2003), 103–115). Библиография – 16 назв.

УДК 517.54

О дроблении и синтезе нормальных кольцевых множеств. Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 29. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 429), СПб., 2014, с. 202–209.

В работе введено понятие нормальных кольцевых множеств и рассмотрены для них задачи дробления и синтеза. Библиография – 7 назв.