Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 428, 2014 г.

Р. С. Суровцев, С. П. Куксенко, Т. Р. Газизов

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ НА РЕШЕНИЕ СЛАУ ПРИ МНОГОКРАТНОМ ВЫЧИСЛЕНИИ ЕМКОСТНОЙ МАТРИЦЫ В ДИАПАЗОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ДИЭЛЕКТРИКОВ

§1. Введение

В настоящее время решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) является одним из основных инструментов решения широкого круга вычислительных задач в различных областях науки и техники. От умения эффективно решать СЛАУ в большой степени зависит возможность математического моделирования сложных процессов с применением современных компьютеров. Особая необходимость в эффективных подходах к решению СЛАУ возникает при решении задач электромагнитной совместимости, обеспечение которой в последнее время является неотъемлемой частью создания радиоэлектронной аппаратуры [1]. Примером такой задачи является вычисление матрицы погонных коэффициентов электростатической индукции (далее емкостной матрицы $\underline{C}$) произвольной структуры проводников и диэлектриков [2]. Для вычисления емкостной матрицы $\underline{C}$ необходимо решение СЛАУ вида $S\sigma{=}v$ с квадратной и плотной матрицей S порядка N, являющейся результатом применения метода моментов к анализируемой структуре. Порядок матрицы СЛАУ складывается из количества подобластей на границах проводник-диэлектрик (N_C) и диэлектрик-диэлектрик (N_D), а элементы матрицы вычисляются исходя из параметров этих подобластей. Вектор v состоит из задаваемых потенциалов на этих подобластях, а искомый вектор σ дает распределение плотности заряда на них.

Ключевые слова: вычислительные затраты, система линейных алгебраических уравнений, блочный метод, LU-разложение, многократные вычисления, емкостная матрица.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-07-31267 и государственного задания 8.1802.2014/К Минобрнауки России.

Часто для получения точных и каузальных результатов необходим учет частотной зависимости относительной диэлектрической проницаемости ε_r диэлектриков [3]. Тогда решение СЛАУ выполняется для каждой частотной точки из диапазона, что увеличивает общее время вычисления пропорционально числу частотных точек. Однако при изменении ε_r (при условии неизменности других параметров исходной структуры) изменяются лишь элементы матрицы СЛАУ с индексами больше N_C на главной диагонали, соответствующие подобластям диэлектрик-диэлектрик. Этот ресурс можно использовать для уменьшения общего времени вычислений. Тем самым разработка и усовершенствование алгоритмов многократного решения СЛАУ с частично изменяющейся матрицей является весьма актуальной задачей.

В настоящее время в большинстве систем компьютерного моделирования для решения СЛАУ с плотной матрицей применяются прямые методы, такие как метод исключения Гаусса или его версия, основанная на LU-разложении исходной матрицы. Вычислительные затраты данных методов пропорциональны N^3, что неприемлемо при необходимости многократных вычислений с изменяющейся матрицей. В таком случае подходящим методом для решения СЛАУ является блочная версия LU-разложения с последующим решением СЛАУ [4]. В отличие от обычного алгоритма LU-разложения в данной версии матрицы L и U вычисляются не поэлементно, а целыми блоками. Поэтому при многократных вычислениях нет необходимости каждый раз выполнять полное LU-разложение матрицы СЛАУ, а пересчитывать надо только блок, соответствующий изменившимся элементам исходной матрицы. Этот прием может значительно ускорить вычисления.

С помощью данного разложения был усовершенствован алгоритм вычисления емкостной матрицы [4], апробированный на практических задачах [5,6]. Однако эффективность таких усовершенствований показана лишь с помощью вычислительных экспериментов для ряда частных случаев, поскольку нет общих аналитических оценок эффективности применения данного алгоритма. Между тем, они бы позволили априорно оценить затраты и эффективность применения алгоритма блочного LU-разложения при вычислении емкостной матрицы для каждой конкретной задачи. Такая возможность важна для адаптивного выбора (без участия пользователя) алгоритма решения СЛАУ в современных системах компьютерного моделирования.

Цель настоящей работы – получить аналитическую оценку эффективности применения блочного LU-разложения для решения СЛАУ при вычислении емкостных матриц в диапазоне параметров. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: оценить эффективность применения алгоритма блочного LU-разложения для многократных вычислений; получить аналитические оценки арифметической сложности решения СЛАУ при вычислении ряда ёмкостных матриц исходным и усовершенствованным алгоритмами; получить аналитическое выражение для ускорения многократных вычислений с помощью усовершенствованного алгоритма нахождения емкостных матриц; оценить ускорение в диапазоне параметров.

§2. Оценка эффективности применения алгоритма блочного LU-разложения для многократных вычислений

Для оценки эффективности применения блочного LU-разложения рассмотрим алгоритм его вычисления на примере матрицы S, представленной в виде

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

где A имеет размеры $N_C \times N_C$, B – $N_C \times N_D$, C – $N_D \times N_C$, D – $N_D \times N_D$. Блочное LU-разложение вычисляется следующим образом:

1. Присвоить $U_{11} = A$, $U_{12} = B$.
2. Вычислить $L_{21} = CU_{11}^{-1}$.
3. Вычислить $U_{22} = D - L_{21}U_{12}$.

При изменении диагональных элементов блока D исходной матрицы изменяются только элементы блока U_{22}, а все остальные блоки (U_{11}, U_{12}, L_{21}) остаются неизменными. Поэтому достаточно лишь однократно вычислить U_{11}^{-1} и $L_{21}U_{12}$. Таким образом, при выполнении m вычислений вычислительно затратное разложение матрицы СЛАУ (требующее приведения матрицы к пригодному для дальнейших вычислений виду) будет выполняться однократно, а блок U_{22} будет вычисляться m раз.

Чтобы найти аналитическое выражение для ускорения, рассмотрим (аналогично работе [7]) отношение (β) общего времени решения m СЛАУ исходным алгоритмом (на основе классического LU-разложения) ко времени вычисления усовершенствованным алгоритмом (на основе блочного LU-разложения):

$$\beta = \frac{mT_{LU}}{T_1 + \Big(m-1\Big)T_S}, \tag{1}$$

где T_1 – время первого решения, в которое входит обращение блока U_{11} размером $N_C \times N_C$ и последующее решение СЛАУ с нахождением вектора неизвестных; T_S – время вычисления блока $U_{22}{=}D - L_{21}U_{12}$ и последующего решения СЛАУ (время решения СЛАУ при готовых LU-разложениях мы считаем одним и тем же для обоих алгоритмов). Из (1) получим оценку максимально возможного ускорения:

$$\beta_{\max} = \lim_{m\to\infty} \frac{mT_{LU}}{T_1 + \Big(m-1\Big)T_S} = \frac{T_{LU}}{T_S}. \tag{2}$$

Из формул (1)–(2) следует, что чем больше m, тем меньше ускорение зависит от времени первого решения. Также видно, что величина ускорения обратно пропорциональна времени вычисления блока U_{22}, которое определяется порядком этого блока. Так, при больших m и малых N_D можно получить значительное ускорение многократных вычислений, в то время как при малых m и больших N_D ускорение будет незначительным или его вообще не будет.

§3. Вычислительные затраты на решение СЛАУ

Перед оценкой вычислительных затрат необходимо отметить, что исходный и усовершенствованный алгоритмы содержат ряд вспомогательных шагов, которые нужны для формирования матрицы СЛАУ из исходной структуры проводников и диэлектриков, ее модификации для каждого нового (начиная со второго) значения ε_r, а также для вычисления элементов емкостной матрицы на основе полученных векторов решения. Эти затраты не связаны непосредственно с решением СЛАУ, поэтому при дальнейших оценках они не учитывались.

Для оценки вычислительных затрат и эффективности усовершенствованного алгоритма, основанного на блочном LU-разложении, сначала рассмотрим исходный алгоритм вычисления ряда емкостных матриц (алгоритм 1).

Алгоритм 1 Исходный алгоритм вычисления m емкостных матриц

- Присвоить $\underline{C}$=0
- Для k от 1 до m
  - Если k=1
    - Вычислить элементы матрицы S_1 и сохранить в матрицу $Diag_1$ элементы главной диагонали от N_C до N
  - Иначе
    - S_k=S_k+ $Diag_k$
  - Выполнить LU-разложение матрицы S_k
  - Для i от 1 до N_{COND}
    - Вычислить элементы вектора воздействия v_{ik}
    - Найти вектор решения σ_{ik} из уравнения $S_k\sigma_{ik}$=v_{ik}
    - Скорректировать элементы i-го столбца матрицы $\underline{C}$, основываясь на элементах σ_{ik}
  - Увеличить i
  - Вычислить элементы матрицы $Diag_{k+1}$
- Увеличить k

Как видно из алгоритма 1, на каждом k-м шаге необходимо выполнять LU-разложение матрицы и далее решать СЛАУ для N_{COND} векторов свободных членов (по количеству проводников в системе). Как известно, арифметическая сложность (Q) алгоритма LU-разложения [8] состоит из операций на прямой и обратный ходы:

$$Q_{FW} = \frac{4N^3 - 3N^2 - N}{6}, \quad Q_{BW} = 2N^2 - N. \tag{3}$$

Тогда общая сложность алгоритма 1 составляет

$$Q_{LU} = Q_{FW} + N_{\text{COND}} Q_{BW} = \frac{N}{6}\Big[4N^2 - 3N + 6N_{\text{COND}}\Big(2N - 1\Big) - 1\Big]. \tag{4}$$

Для оценки арифметической сложности решения СЛАУ усовершенствованным алгоритмом вычисления емкостной матрицы [4] рассмотрим его детально. Представим соответствующую некоторому значению ε_r матрицу СЛАУ S и соответствующие ей матрицы L и U в блочном виде (такое представление не является классическим, но позволяет получить максимальное ускорение при программной реализации):

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \implies L = \begin{bmatrix} I & 0 \\ C & I \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} A & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}, \tag{5}$$

где I – единичная матрица. Именно диагональные элементы блока D будут изменяться при изменении значения ε_r диэлектрика. Если представить блок D в виде суммы матрицы с нулевыми диагональными элементами $\underline{D}$ и диагональной матрицы $Diag$, содержащей диагональные элементы матрицы D, а также учесть то, что необходимо обращение матрицы A, то (5) можно представить в виде

$$\begin{aligned} S &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & \underline{D} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Diag \end{bmatrix} \\ &\implies L = \begin{bmatrix} I & 0 \\ C & I \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} A^{-1} & A^{-1}B \\ 0 & \underline{D} - CA^{-1}B + Diag \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Из анализа алгоритма 1 видно, что от внутреннего цикла по i формально можно уйти, заменяя векторы σ_i и v_i ($i = 1, 2, \ldots, N_{\mathrm{COND}}$) соответствующими матрицами Σ и V размеров $N \times N_{\mathrm{COND}}$, а также используя временную матрицу X размеров $N \times N_{\mathrm{COND}}$ (эти матрицы используются в блочном виде, размеры блоков Σ_0, V_0 и X_0 – $N_C \times N_{\mathrm{COND}}$, а блоков Σ_1, V_1 и X_1 – $N_D \times N_{\mathrm{COND}}$). Теперь усовершенствованный алгоритм вычисления емкостных матриц можно представить в следующем виде. Как видно из алгоритма 2, требуется однократное обращение блока A и на каждом k-м шаге нужно выполнять обращение блока D_k. Если для обращения матрицы порядка N используется алгоритм LU-разложения с последующим решением N СЛАУ, то с учетом (3) сложность обращения блока составляет

$$Q_{INV} = Q_{FW} + NQ_{BW} = \frac{8}{3}N^3 - \frac{3}{2}N^2 - \frac{1}{6}N.$$

Далее оценим сложность матрично-матричного умножения и матричного вычитания. Так, на умножение двух матриц размеров $N_1 \times N_2$ и $N_2 \times N_3$ необходимо

$$Q_{MM} = N_3 N_1 \Big(2N_2 - 1\Big)$$

операций, а матричное вычитание двух матриц размеров $N_1 \times N_2$ требует выполнения

$$Q_{SM} = N_1 N_2$$

Алгоритм 2 Усовершенствованный алгоритм вычисления m емкостных матриц

1 Присвоить $\underline{C}$=0
2 Для k от 1 до m
3   Если k=1
4   Вычислить элементы матрицы S_1 и сохранить элементы главной диагонали блока D в матрице $Diag_1$
5     $A_1 = A_1^{-1}$
6     $B_1 = A_1 B_1$
7     $D_1 = \underline{D} - C_1 B_1$
8   Вычислить элементы матрицы воздействий V
9     $X_0 = A_k V_0$ (размеры блоков X_0 и V_0 – $N_C \times N_{\mathrm{COND}}$)
10     $X_1 = V_1 - C_k X_0$ (размеры блоков X_1 и V_1 – $N_D \times N_{\mathrm{COND}}$)
11   Иначе
12     $S_k = S_1$
13   $D_k = D_k + Diag_k$
14   $\sigma_{1k} = D_k^{-1} X_1$
15   $\sigma_{0k} = X_0 - B_k \sigma_{1k}$
16   Вычислить элементы емкостной матрицы $\underline{C}$
17 Вычислить элементы матрицы $Diag_{k+1}$
18 Увеличить k

операций.

В табл. 1 сведены выражения из алгоритма 2, используемые при решении СЛАУ, и их сложность (без учета записи матриц и векторов в память), вычисленная по оценкам, приведенным выше (с учетом соотношения $N{=}N_C{+}N_D$).

Далее, используя данные табл. 1, получим аналитические выражения арифметической сложности первого решения СЛАУ при N_{COND} проводников в структуре

$$Q_F = Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_9 + Q_{10} + Q_{14} + Q_{15}$$

и $m-1$ последующих вычислений

$$Q_{m-1} = \Big(m-1\Big)\Big(Q_{14} + Q_{15}\Big).$$

Таблица 1. Оценки арифметической сложности решения СЛАУ с помощью алгоритма 2

No. шага алгоритма	Выражение	Арифметическая сложность (Q)	Кол-во повторов
5	$A = A^{-1}$	$Q_5=\frac{8}{3}N_C^3 - \frac{3}{2}N_C^2 - \frac{1}{6}N_C$	1
6	$B = AB$	$Q_6=N_D N_C\Big(2N_C - 1\Big)$	1
7	$D = \underline{D} - CB$	$Q_7=2N_C N_D^2$	1
9	$X_0 = AV_0$	$Q_9=N_C N_{\text{COND}}\Big(2N_C - 1\Big)$	1
10	$X_1 = V_1 - CX_0$	$Q_{10}=2N_C N_D N_{\text{COND}}$	1
14	$\sigma_1 = D^{-1}X_1$	$Q_{14} = \frac{8}{3}N_D^3 + N_D^2(2N_{\text{COND}} - \frac{3}{2}) + N_D(N_{\text{COND}} - \frac{1}{6})$	m
15	$\sigma_0 = X_0 - B\sigma_1$	$Q_{15}=2N_C N_D N_{\text{COND}}$	m

Тогда для решения СЛАУ при реализации усовершенствованного алгоритма m-кратного вычисления ёмкостной матрицы требуется

$$Q_{BLU} = Q_F + Q_{m-1} = \Big(Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_9 + Q_{10}\Big) + m\Big(Q_{14} + Q_{15}\Big) \quad (6)$$

операций. Первое слагаемое из (6) после подстановок и преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} &Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_9 + Q_{10} \\ &\quad = \frac{N_C}{6}\Big\{12\Big(N_C + N_D\Big)^2 - 6\Big(N_C + N_D\Big) + N_C\Big[4(N_C - 3N_D) - 3\Big] \\ &\qquad\qquad - 6N_{\text{COND}}\Big[2(N_C + N_D) - 1\Big] - 1\Big\}. \end{aligned}$$

Множитель второго слагаемого из (6) после подстановок и преобразований можно записать в виде

$$Q_{14} + Q_{15} = \frac{N_D}{6}\Big\{16N_D^2 - 9N_D + 6N_{\text{COND}}\Big[2\Big(N_C + N_D\Big) + 1\Big] - 1\Big\}.$$

Итоговым аналитическим выражением для ускорения решения СЛАУ является отношение (β_Q) количества операций алгоритма 1 к количеству операций алгоритма 2:

$$\beta_Q = \frac{Q_{LUSolve}}{Q_{BLUSolve}} = \frac{mQ_{LU}}{\Big(Q_1+Q_2+Q_3+Q_4+Q_5\Big)+m\Big(Q_6+Q_7\Big)} = \frac{mQ_{LU}}{Q_F^* + mQ_m^*}, \tag{7}$$

где

$$Q_{LU} = \frac{\Big(N_C+N_D\Big)}{6}\Big\{4\Big(N_C+N_D\Big)^2 - 3\Big(N_C+N_D\Big) + 6N_{\mathrm{COND}}\Big[2\Big(N_C+N_D\Big)-1\Big]-1\Big\}$$

– количество операций алгоритма 1,

$$Q_F^* = \frac{N_C}{6}\Big\{12\Big(N_C+N_D\Big)^2 - 6\Big(N_C+N_D\Big) + 4N_C\Big(N_C-3N_D\Big) - 3N_C + 6N_{\mathrm{COND}}\Big[2\Big(N_C+N_D\Big)-1\Big]-1\Big\}$$

– количество операций на разложение матрицы СЛАУ и вычисление вспомогательных матриц при первом нахождении матрицы $\underline{C}$,

$$Q_m^* = \frac{N_D}{6}\Big\{16N_D^2 - 9N_D + 6N_{\mathrm{COND}}\Big[2\Big(N_C+N_D\Big)-1\Big]-1\Big\}$$

– количество операций на решение СЛАУ, начиная со второй.

§4. Количественные оценки ускорения

Количественные оценки ускорения при N=1000, выполненные по формуле (7) для $N_C = 100, 500, 900$ при $N_{\mathrm{COND}} = 1, 2, 10$ и $m = 1, 100, 200, \ldots, 1000$, приведены в табл. 2.

На основе результатов табл. 2 можно сделать несколько выводов. Так, для однократных вычислений алгоритм 2 неэффективен. (Однако при N_C=500 на реализацию алгоритма требуется меньше вычислительных операций, чем при N_C=100 и N_C=900, что связано с оптимальным соотношением размеров блоков.) Также алгоритм 2 может быть неэффективен и при многократных вычислениях. Так, при N_C=100 затраты алгоритма 2 примерно в 3 раза превышают затраты

Таблица 2. Оценка ускорения решения СЛАУ за счет использования усовершенствованного алгоритма вычисления m емкостных матриц

m	1	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
N_{COND}=1											
N_C=100	0.31	0.34	0.34	0.34	0.34	40.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34
N_C=500	0.57	1.95	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99
N_C=900	0.31	27.73	49.59	67.26	81.84	94.10	104.52	113.50	121.32	128.18	134.27
N_{COND}=2											
N_C=100	0.31	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34
N_C=500	0.57	1.95	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99
N_C=900	0.31	27.56	48.98	66.1	80.1	91.75	101.6	110.05	117.37	123.77	129.42
N_{COND}=10											
N_C=100	0.32	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35
N_C=500	0.59	1.95	1.98	1.98	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99
N_C=900	0.32	26.33	44.68	58.20	68.58	76.80	83.47	88.98	93.63	97.58	101.0

алгоритма 1 для всех m и N_{COND}. Однако при N_C=500 для многократных вычислений алгоритм 2 дает ускорение примерно в два раза. Наибольшее ускорение достигается при N_C=900: 101 раз при N_{COND}=10 и 134 раза при уменьшении N_{COND} до 1.

§5. Заключение

В работе получены простые аналитические оценки эффективности использования блочного LU-разложения при многократных вычислениях и получены выражения для вычислительных затрат и ускорения решения СЛАУ при использовании усовершенствованного алгоритма вычисления ряда емкостных матриц. Проведена количественная оценка ускорения для ряда параметров при N=1000. Такая оценка показала, что усовершенствованный алгоритм неэффективен для однократных вычислений, а также может быть неэффективен и для многократных вычислений при малом количестве подобластей проводник-диэлектрик в структуре, но при большом их количестве он позволяет получить значительное ускорение. Так, на рассмотренном примере было достигнуто максимальное ускорение в 134 раза.

Важно отметить, что детальное исследование полученного выражения для ускорения как функции нескольких переменных позволит оценить максимальное ускорение, а также пороговые значения параметров СЛАУ, после которых усовершенствованный алгоритм эффективнее исходного. Такие оценки, например, могут значительно сократить время моделирования различных структур в современных системах компьютерного моделирования за счет адаптивного выбора (без участия пользователя) алгоритма для решения СЛАУ.

Литература

1. S. P. Kuksenko, T. R. Gazizov, *Dense linear system solution by preconditioned iterative methods in computational electromagnetics.* — Proc. of the 19-th Int. Zurich Symp. on EMC. Singapore, May 19–22 (2008), 918–921.
2. T. R. Gazizov, *Analytic expressions for Mom calculation of capacitance matrix of two dimensional system of conductors and dielectrics having arbitrary oriented boundaries.* — Proc. of the 2001 IEEE EMC Symposium, Montreal, Canada, August 13–17, 1 (2001), 151–155.
3. A.R. Djordjevich, R.M. Biljic, V.D. Likar-Smiljanic, T.K. Sarkar, *Wideband frequency-domain characterization of FR-4 and time-domain causality.* — IEEE Trans. Electromag. Compat. **43** (2001), 662–666.
4. С. П. Куксенко, Т. Р. Газизов, *Совершенствование алгоритма вычисления методом моментов ёмкостных матриц структуры проводников и диэлектриков в диапазоне значений диэлектрической проницаемости.* — Электромагн. волны электр. системы **10** (2012), 13–21.
5. Р. С. Суровцев, С. П. Куксенко, Т. Р. Газизов, *Ускорение многократного решения СЛАУ с частично изменяющейся матрицей.* — Докл. Томск. гос. ун-та систем упр. радиоэлектр. **2** (24), часть 1 (2011), 141–144.
6. Р. С. Суровцев, В. К. Салов, С. П. Куксенко, *Использование блочного LU-разложения для ускорения вычисления временного отклика связанных линий передачи с учётом частотной зависимости диэлектрической проницаемости подложки.* — Инфокоммуник. технол. **3** (11), (2013), 64–69.
7. Р. Р. Ахунов, С. П. Куксенко, В. К. Салов, Т. Р. Газизов, *Многократное решение СЛАУ с частично изменяющейся матрицей интерационным методом.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **419** (2013), 16–25.
8. К. Ю. Богачев, *Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений.* — Москва, 1998.

Surovtsev R. S., Kuksenko S. P., Gazizov T. R. Analytic evaluation of the computational costs for solving systems of linear algebraic equations in multiple computing of the capacitance matrix in a range of the dielectric permittivity of dielectrics.

The effectiveness of using block LU-decomposition in multiple solution of systems of linear algebraic equations is analytically estimated. By numerical experiments it is demonstrated that a significant acceleration can be achieved.

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники,
пр. Ленина 40,
г. Томск 634050, Россия
E-mail: surovtsevrs@gmail.com
E-mail: ksergp@sibmail.com
E-mail: talgat@tu.tusur.ru

Поступило 8 октября 2014 г.