УДК 519.148

Разбиения на домино и определители. Аксенов В., Кохась К. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 5–18.

Для произвольной ограниченной односвязной клетчатой фигуры F на плоскости рассмотрим двойственный граф (вершины соответствуют клеткам, рёбра – соседним по стороне клеткам). В статье изучаются связи между определителем матрицы смежности этого графа и разбиениями фигуры F на домино. В частности, мы показываем, что если все разбиения фигуры F на домино разбиваются на пары, в которых количество вертикальных домино отличается на 1, то $\det A_F = 0$. Если же все разбиения кроме одного разбиваются на такие пары, то $\det A_F = (-1)^s$, где s – половина площади фигуры. Библ. – 7 назв.

УДК 512.58, 510.64 , 510.51

Условно обратимые вычисления и слабая универсальность в теории категорий. Баранов С. Н., Соловьев С. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 19–32.

Основное внимание в статье уделяется понятию слабой универсальности в теории категорий. В то время как определения, основанные на обычных универсальных конструкциях, обычно имеют место с точностью до изоморфизмов, т.е. стрелок, обратимых без всяких условий, слабо универсальные конструкции могут рассматриваться с “позитивной” точки зрения как предполагающие определимость только с точностью до условной обратимости. Показано, что слабая универсальность тесно связана с интенсиональным равенством, типичным для категорий, рассматриваемых в информатике. Как возможную область применения слабо универсальных категорных конструкций мы предлагаем условно обратимые вычисления в теории вычислений. Библ. – 6 назв.

УДК 519.248.25

Комбинаторная интерпретация скалярных произведений векторов состояния интегрируемых моделей. Боголюбов Н. М., Малышев К. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 33–46.

Представление бетевских волновых функций некоторых интегрируемых моделей в терминах функций Шура дает возможность применить хорошо развитую теорию симметрических функций к вычислению температурных корреляционных функций. Алгебраические соотношения, возникающие при вычислении скалярных произведений и корреляционных функций, основываются на формуле Бине–Коши для функций Шура. Мы предъявляем комбинаторную интерпретацию формулы скалярных произведений бетевских векторов состояния в терминах сетей самоизбегающих решеточных путей, образующих конфигурации так называемого типа “арбуз”. Предложенная интерпретация связана, в свою очередь, с перечислением плоских разбиений в ящике. Библ. – 23 назв.

УДК 519.218

Процесс со взаимодействующими частицами, связанный с таблицами Юнга. Бородин А., Ольшанский Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 47–57.

Обсуждается многочастичная вероятностная система с одним пространственным измерением, в которой частицы индексированы двумерным массивом. Стохастическая эволюция системы имеет некоторое сходство с процессом Хаммерсли, а взаимодействие частиц определяется через комбинаторику таблиц Юнга. Библ. – 7 назв.

УДК 517.987

Внутренняя метрика на градуированных графах, стандартность и инвариантные меры. Вершик А. М. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 58–67.

Мы определяем общее понятие гладкой инвариантной эргодической (центральной) меры на пространстве путей N-градуированного графа (диаграммы Браттели). Оно основано на понятии стандартности фильтрации, примененном к хвостовой фильтрации путей, и на критерии стандартности, сформулированном с помощью вводимой внутренней метрики, которая может быть каноническим образом определена на множестве вершин графа. Во многих случаях, известных автору, таких, как графы Паскаля, Юнга и др., все эргодические центральные меры являются гладкими (в таких случаях мы и сам граф называем гладким). Но даже в этих случаях внутренняя метрика — нетривиальный и полезный объект, не совпадающий с "естественными" метриками. Мы применяем и обобщаем теорию фильтраций, развиваемую автором в течение 40 лет, для случая "хвостовой" фильтрации и, в частности, вводим понятие стандартной полуоднонородной фильтрации, отличающееся от имевшегося ранее понятия стандартности диадической или однородной фильтрации. Важную роль играет понятие регулярного пути, уточняющее "эргодический метод" нахождения инвариантных мер. Для таких путей мы получаем усиленную форму теоремы о сходимости мартингалов, сходную с подстановочными эргодическими теоремами автора. В дальнейшем мы имеем в виду использовать новый подход к теории инвариантных мер в комбинаторике, эргодической теории, теории процессов и C*-алгебр. Библ. – 10 назв.

УДК 512.81, 530.145

Описание пространства орбит глобальной унитарной группы, действующей на смешанные состояния кудитов. Гердт В. П., Хведелидзе А. М., Палий Ю. Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 68–80.

Соотношение унитарной $\mathrm{U}(d)$-эквивалентности между элементами пространства $\mathfrak{P}_+$ смешанных состояний d-мерной квантовой системы определяет пространство орбит $\mathfrak{P}_+/\mathrm{U}(d)$ и обеспечивает его описание в терминах кольца $\mathbb{R}[\mathfrak{P}_+]^{\mathrm{U}(d)}$, $\mathrm{U}(d)$-инвариантных многочленов. Мы доказываем, что полуалгебраическая структура пространства $\mathfrak{P}_+/\mathrm{U}(d)$ полностью определяется двумя основными свойствами матриц плотности: их положительной полуопределенностью и эрмитовостью. В частности, мы показываем, что неравенства Процесси–Шварца для элементов базиса кольца инвариантов для $\mathbb{R}[\mathfrak{P}_+]^{\mathrm{U}(d)}$, определяющие пространство орбит, выполняются тождественно для всех элементов $\mathfrak{P}_+$. Библ. – 9 назв.

УДК 515.16

Группы, действующие на ожерельях, и песочные группы. Дужин С. В., Пасечник Д. В. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 81–93.

Мы вводим группы, естественно действующие на двуцветных непериодических ожерельях, используя взаимно однозначное соответствие между такими ожерельями и неприводимыми многочленами над полем из 2 элементов. Мы замечаем, что эта группа изоморфна фактор-группе невырожденных циркулянтных матриц над этим полем по модулю некоторой естественной циклической подруппы. Оказывается, что наши группы изоморфны песочным группам специальной последовательности конечных направленных графов. Библ. – 15 назв.

УДК 519.17

Песочные группы цепочно-циклических графов. Крепкий И. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 94–112.

Сначала рассматриваются графы, получаемые приклеиванием произвольного семейства конечных графов к циклу по ребрам, и доказывается, что песочная группа полученного графа не зависит от способа приклейки. Затем определяется класс цепочно-циклических графов, которые получаются реберным соединением циклических графов вдоль линии. Для таких графов выведены две различные формулы, описывающие их песочную группу. Библ. – 4 назв.

УДК 515.145.23, 515.164.22, 512.56

Касательные расслоения и функтор Гаусса посетов и многообразий. Мнёв Н. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 113–125.

Мы вводим абстрактное понятие касательного расслоения частично упорядоченного множества. В том случае, когда частично упорядоченное множество есть множество симплексов комбинаторного многообразия, наша конструкция дает наилучшую комбинаторную каноническую модель компактифицированного касательного расслоения многообразия. Библ. – 16 назв.

УДК 517.986.4

О бесконечномерном пределе представлений Стейнберга. Неретин Ю. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 126–132.

Приводится конструкция представлений Стейнберга, допускающая автоматический переход к бесконечномерному пределу. Библ. – 10 назв.

УДК 512.71

О модулярном вычислении базисов Гребнера с целыми коэффициентами. Оревков С. Ю. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 133–137.

Пусть $I_1 \subset I_2 \subset \dots$ — возрастающая последовательность идеалов кольца $\mathbb{Z}[X]$, $X = (x_1, \dots, x_n)$, и пусть I — их объединение. Мы даем алгоритм вычисления базиса Гребнера идеала I в предположении, что известны базисы Гребнера идеала $\mathbb{Q}I$ кольца $\mathbb{Q}[X]$ и идеалов $I \otimes (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})$ колец $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})[X]$.

Данная алгоритмическая задача возникает, например, при построении марковских и полумарковских следов на кубических алгебрах Гекке. Библ. – 6 назв.

УДК 517.986

Новый метод построения инвариантов присоединенного действия групп Ли. Палий Ю. Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 138–151.

Предложен метод построения инвариантов присоединенного действия группы Ли G (или ее подгруппы) на алгебре Ли $Lie(G)$. Основная идея состоит в том, чтобы построить продолжение автоморфизмов подалгебры Картана на всю алгебру Ли $Lie(G)$, рассматриваемую как линейное пространство. Соответствующий оператор Рейнольдса собирает мономы из базиса Гильберта для действия тора $T \subset G$ в инвариантные многочлены. Условие инвариантности линейной комбинации таких многочленов относительно действия группы Ли G (или ее подгруппы) представляет собой систему линейных уравнений на соответствующие коэффициенты.

В качестве примера строится базис кольца инвариантов для присоединенного действия группы Ли $SL(3)$ (и ее подгруппы $SL(2)$) на алгебре Ли $sl(3)$. Библ. – 6 назв.

УДК 512.62

Классификация перестановочных многочленов малой длины над простыми конечными полями. Рыбалкин М. А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 152–165.

В работе представляется метод для перечисления перестановочных трехчленов и четырехчленов над конечными полями, использующий различные симметрии, а также алгебраические критерии, позволяющие значительно сократить пространство поиска. На основе данного метода были перечислены все перестановочные трехчлены и четырехчлены для простых конечных полей характеристики до 3000 и 500 соответственно. Анализ результатов перечисления позволил сделать гипотезу о классификации таких перестановочных многочленов над простыми конечным полями. В работе также исследуется вопрос о случайности перестановок, порождаемых такими многочленами. Библ. – 13 назв.

УДК 512.54

Йога коммутаторов: новые асаны. Хазрат Р., Степанов А. В., Вавилов Н. А., Чжанг Д. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 166–213.

В настоящей работе мы описываем некоторые недавние приложения локализационных методов к изучению коммутаторов в группах точек алгебраических и близких к ним групп, таких, как $\mathrm{GL}(n, R)$, баковская унитарная группа $\mathrm{GU}(2l, R, \Lambda)$ и группы Шевалле $G(\Phi, R)$. В частности, мы анонсируем кратную относительную коммутационную формулу и общую кратную относительную коммутационную формулу, а также результаты об ограниченной ширине относительных коммутаторов в элементарных образующих. Кроме того, мы формулируем некоторые вспомогательные результаты и следствия этих результатов. В конце работы мы приводим обновленный список нерешенных проблем в этой области. Библ. – 132 назв.

УДК 513.6, 518.5

Детерминированный алгоритм полиномиальный сложности для первой теоремы Бертини. II. Чистов А. Л. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XXIII. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 421), СПб., 2014, с. 214–249.

Рассмотрим проективное алгебраическое многообразие W, которое является неприводимой компонентой множества всех общих нулей семейства однородных многочленов степени меньше d от $n+1$ переменных в случае нулевой характеристики основного поля. Рассмотрим линейную систему на W, заданную однородными многочленами степени меньше d'. В условиях первой теоремы Бертини для W и этой линейной системы мы показываем, как построить неприводимый дивизор в общем положении из формулировки этой теоремы. Данный алгоритм является детерминированным и полиномиальным от $(dd')^n$ и длины записи входных данных. Статья является второй в серии из трёх. Библ. – 21 назв.