Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 412, 2013 г.

ПАМЯТИ Ю. И. ИНГСТЕРА

8 августа 2012 г. не стало Юрия Измайловича Ингстера – замечательного учёного, одного из наиболее активных участников Санкт-Петербургского городского семинара по теории вероятностей и математической статистике, постоянного автора "Записок научных семинаров ПОМИ". Ю. И. был яркой фигурой в российской и мировой математической статистике последних десятилетий. Горько сознавать, что его жизнь оборвалась на пике научной карьеры.

Ю. И. Ингстер родился 31 декабря 1946 г. в Ленинграде, получил математическое образование на математико-механическом факультете Ленинградского государственного университета и закончил его в 1969 г. Его студенческой специализацией была топология, а научным руководителем – выдающийся математик В. А. Рохлин.

В силу известных реалий того времени по окончании университета он не мог выбрать университетскую или академическую карьеру, а должен был искать своё место в отраслевой науке. Почти тридцать лет, с 1969 по 1997 г., он проработал на инженерных и научных должностях в ЦНИИ "Гранит", где и защитил кандидатскую диссертацию в 1974 г.

В дальнейшем для научно-педагогической деятельности Ю. И. открываются новые возможности. В 1992 г. он защищает докторскую

диссертацию “Асимптотически минимаксные задачи проверки гипотез при непараметрических альтернативах”, становится профессором кафедр высшей математики Санкт-Петербургского университета путей сообщения (ЛИИЖТ, 1997–2003), а затем Санкт-Петербургского электротехнического университета (ЛЭТИ, с 2003 г.).

Круг научных интересов Ю. И. Ингстера на протяжении всей его жизни оставался на редкость цельным, хотя, разумеется, в нём с годами появлялись всё новые задачи. Центральной темой работ Ингстера всегда были асимптотические методы математической статистики, и особенно – проверка гипотез в минимаксной непараметрической постановке.

В конце 70-х – начале 80-х годов Ю. И. Ингстер заинтересовался теорией проверки статистических гипотез. Начав свои исследования с построения асимптотически оптимальных критериев для проверки сложных параметрических гипотез [1, 4, 6], он под влиянием И. А. Ибрагимова переходит к задачам проверки непараметрических гипотез.

В то время И. А. Ибрагимов и Р. З. Хасьминский интенсивно работали над минимаксной теорией непараметрического оценивания. Основной целью было нахождение оптимальных по скорости сходимости статистических оценок для функций, принадлежащих разным функциональным классам. Задачи непараметрического оценивания часто интерпретируются и изучаются как задачи оценивания параметров в бесконечномерных пространствах. Этот круг задач был впервые очерчен Н. Н. Ченцовым [52] и впоследствии развивался практически во всех ключевых работах по теории непараметрического оценивания. В теории проверки непараметрических гипотез аналогичных постановок задач в то время не было, хотя неформально для критерия хи-квадрат сходная постановка упоминалась ещё Манном и Вальдом [56] в 1942 г. Однако до появления работ Ю. И. она оставалась в большой степени неизученной.

Ю. И. Ингстер начал изучать задачи проверки гипотез при априорном предположении о том, что множество альтернатив принадлежит некоторому компакту в функциональном пространстве. Такая постановка естественна, поскольку, во-первых, без этого предположения задача часто неразрешима, во вторых, компактами являются многие интересные множества альтернатив. Ключевой работой стала его статья [3], опубликованная в 1982 г. в журнале “Проблемы передачи информации”. Там он впервые поставил задачу минимаксного

обнаружения сигнала в гауссовском шуме при непараметрических альтернативах, дал характеризацию её решений в терминах колмогоровских поперечников классов альтернатив и получил важный результат о минимаксной скорости различения гипотез в L_2 при альтернативах из классов Соболева. Удивительным оказалось то, что эта скорость существенно выше, чем минимаксная скорость в задаче непараметрического оценивания на таких же классах, полученная ранее Ибрагимовым и Хасьминским [54]. Эта работа Ю. И. положила начало минимаксной теории проверки гипотез в функциональных пространствах, которую без преувеличения можно сейчас назвать теорией Ингстера. В течение трех десятилетий Ю. И. сначала один, а затем с последователями и соавторами, разрабатывал её, что увенчалось в наше время достаточно полным пониманием того, как устроены оптимальные тесты и каковы минимаксные скорости различения гипотез в различных метриках при альтернативах из различных функциональных классов.

Первые работы Ю. И. Ингстера посвящены изучению скорости различимости (состоятельности) простой гипотезы и непараметрических множеств альтернатив. В работах [2, 3, 5, 7, 9–11] был найден порядок различимости для целого ряда задач проверки простой гипотезы и непараметрических множеств альтернатив. Множества альтернатив задавались как множества функций, имеющих ограниченную L_p-норму модуля непрерывности и из этого множества вырезался шар в L_p или L_2-норме. Различимость характеризовалась скоростью стремления радиуса шара к нулю. Для указанных выше непараметрических множеств альтернатив в [8] была найдена скорость различимости для критериев Колмогорова, омега-квадрат, хи-квадрат.

В работах [11, 13, 14] была найдена точная асимптотика скорости различимости и построены асимптотически минимаксные критерии для случая, когда множество альтернатив является эллипсоидом в ℓ_p и из него удаляется шар в ℓ_p, $0 \le p \le \infty$ (для ℓ_2 этот результат был получен М. С. Ермаковым [49]). В работах [11,13,14] по существу заложена ключевая техника дальнейших исследований, на которую Ю. И. опирался многие годы.

В 1993 г. Ю. И. Ингстер публикует в журнале “Mathematical Methods of Statistics” статью по асимптотически минимаксной проверке гипотез в трёх частях [12], которая обобщила результаты его исследований и во многом определила дальнейшее развитие этой области

статистики. На эту работу в мировой литературе имеется почти двести ссылок.

Многие работы Ю. И. Ингстера выполнены в соавторстве с его супругой И. А. Суслиной. В беседах с друзьями Ю. И. говорил: “Ирина помогает мне чётче видеть содержание задачи и обозначать пути её решения”. По предложению Ю. И. Ингстера И. А. Суслина [50, 51] нашла точную скорость различимости в задачах проверки простой гипотезы, когда множество альтернатив является эллипсоидом в ℓ_p и из него удален шар в ℓ_q. На основе этих результатов и результатов [11,13,14] Ю. И. Ингстер совместно с И. А. Суслиной изучили скорость различимости для случая, когда множество альтернатив содержится в шаре пространства Бесова [19, 21] (параллельно часть результатов была получена О. В. Лепским и В. Г. Спокойным [55]).

Вслед за В. Г. Спокойным [57] Ю. И. изучал адаптивные критерии для проверки непараметрических гипотез и построил асимптотически минимаксные с точностью до константы адаптивные критерии в работе [18].

Он рассматривает многие интересные модификации вышеупомянутых задач, возникающие в приложениях. Так, совместно с И. А. Суслиной он изучает задачу различимости положительных сигналов [23]. Совместно с Ю. А. Кутоянцем – строит асимптотически минимаксные критерии для проверки гипотезы об интенсивности пуассоновского процесса [34]. Совместно с Т. Сапатинасом и И. А. Суслиной – строит асимптотически минимаксные критерии проверки гипотез для целого ряда некорректных задач [43, 44]. В работах [30, 31] для задачи обнаружения сигнала в гауссовском белом шуме совместно с И. А. Суслиной изучает задачу минимаксной различимости в случае, когда вероятность ошибок первого рода стремится к нулю одновременно со стремлением к нулю мощности шума.

Последнее направление работ Ю. И. Ингстера – проверка гипотез и статистическое оценивание в задачах с растущим или бесконечным числом переменных. Ключевой постановкой здесь является обнаружение вектора растущей размерности с компонентами 0 или a по наблюдениям на фоне гауссовского белого шума – то, что Ю. И. Ингстер первоначально называл многоканальной системой. Особый интерес для приложений представляет случай, когда число ненулевых компонент мало, т.е. когда вектор разрежен. Интуитивно ясно, что

если интенсивность a очень велика, то успешное обнаружение возможно. а гораздо более сложный вопрос – каково точное значение a, дающее границу обнаружения ("detection boundary") в асимптотически минимаксном смысле. В работе [16], опубликованной в 1997 г., Ю. И. Ингстер впервые строго поставил эту задачу и получил ее решение. Неожиданным оказалось наличие "фазового перехода" между случаями слабо разреженных и сильно разреженных альтернатив. Ю. И. Ингстер дал глубокое объяснение этого эффекта, обнаружив, что предельное распределение логарифма отношения правдоподобия в этой задаче допускает три режима – гауссовский, вырожденный и пуассоновский. Дальнейшее развитие эти исследования получили в работах Ю. И. Ингстера и И. А. Суслиной [24–26] и в их книге [28]. Катализатором интереса к данной тематике стала статья Д. Донохо и Дж. Чжина [53], популяризировавшая результаты [16] и показавшая, что граница обнаружения асимтотически достигается при использовании статистики высокого критицизма ("Higher criticism statistic"), предложенной задолго до того и в другом контексте Дж. Тьюки. В последующие годы к решению задач, связанных с "detection boundary", наряду с Ю. И. Ингстером подключились многие видные специалисты по математической статистике: Дж. Веллнер, П. Холл, Г. Лугоши и др. Работы Ю. И. Ингстера занимают в этом круге исследований одно из почётных мест. Важной их особенностью является получение не только верхних, но и нижних границ для минимаксного риска, и построение тестов, асимптотически эффективных в минимаксном смысле. Во время поездок Ю. И. Ингстера во Францию, начиная с его курса лекций в Институте Пуанкаре в 2001 г., ему удалось увлечь этими задачами французских математиков и найти себе многочисленных соавторов и последователей. Так, соавторами ряда его последних работ были К. Бутучеа, Н. Верзелен, Г. Гейро, А. Далалян, О. В. Лепский, К. Пуэ, А. Б. Цыбаков [27, 38, 41, 45, 46, 48]. Незадолго до своей кончины Ю. И. Ингстер начал работать с Б. Лоран и К. Марто.

При большом числе переменных непараметрические статистические выводы требуют существенной априорной информации о структуре рассматриваемых функций. В работах Ю. И. Ингстера, И. А. Суслиной и Н. А. Степановой [32, 33, 35, 36, 39, 40, 42] рассмотрены задачи построения асимптотически минимаксных оценок сигнала в гауссовском белом шуме и критериев обнаружения сигнала, когда размерность пространства переменных растет с убыванием мощности

сигнала или является бесконечной. В этих работах также построены адаптивные асимптотически минимаксные оценки сигналов и адаптивные асимптотически минимаксные критерии обнаружения сигналов. До этого такая постановка задачи не рассматривалась. В работе Ю. И. Ингстера и Н. А. Степановой [47] рассмотрена задача адаптивного выбора компонент разреженной функции регрессии, найдены необходимые условия успешного выбора и построены асимптотически минимаксные процедуры успешного выбора.

В последнее десятилетие жизни к Юрию Измайловичу приходит заслуженное международное признание. В 2002 г. издательство "Шпрингер" выпускает фундаментальную совместную монографию Ю. И. Ингстера и И. А. Суслиной "Непараметрическая проверка согласия в гауссовских моделях" [28]. Работы Ю. И. Ингстера публикуются в ведущих международных изданиях по математической статистике: *Annals of Statistics, Journal of Royal Statistical Society, Ser. A, Bernoulli, Electronic Journal of Statistics, ...*

Ю. И. много и успешно сотрудничает с учёными других стран, в том числе Франции и Канады, выступает с докладами на конференциях и коллоквиумах в Париже, Марселе, Тулузе, Принстоне, Оттаве, Никосии и т.д.

Ю. И. был интересным и надёжным соавтором. Он щедро делился своими знаниями и идеями с молодежью и коллегами-математиками. Являясь одним из основателей минимаксной теории проверки гипотез в её непараметрической постановке, Ю. И. привнес в науку много новых оригинальных идей.

Работавшие с Ю. И. коллеги отмечают его отличительную черту – стремление получить исчерпывающие и всеобъемлющие результаты в исследуемой области, построить наилучшие, с той или иной точки зрения, статистические процедуры. Этот трудный путь доступен немногим, так как требует от учёного широкого научного кругозора, хорошей техники и полной самоотдачи. Ю. И. он был под силу.

Ю. И. был одним из наиболее активных членов Ленинградской–Петербургской школы теории вероятностей и математической статистики. За несколько десятилетий он опубликовал двенадцать статей в Записках научных семинаров ЛОМИ (ПОМИ), участвовал практически во всех заседаниях городского семинара по теории вероятностей и математической статистике – если только не был в отъезде. Многие докладчики с благодарностью вспоминают его доброжелательные и

заинтересованные вопросы и комментарии. Сам он ежегодно выступал на семинаре с докладами о своих работах. Только за последние два года состоялись три доклада Ю. И.: “Обнаружение редкой регрессии большой размерности” в марте 2011 г., “Обнаружение редкой подматрицы зашумлённой матрицы большой размерности” в декабре 2011 г., “Обнаружение аддитивных функций редких переменных” в мае 2012 г. Последний из них прошёл всего за два месяца до его внезапной и безвременной кончины.

Мы навсегда сохраним светлую память о Ю. И. Ингстере – прекрасном учёном и человеке.

А. Н. Бородин, Г. К. Голубев, М. С. Ермаков, А. Ю. Зайцев, И. А. Ибрагимов, Ю. А. Кутоянц, О. В. Лепский, М. А. Лифшиц, Я. Ю. Никитин, В. Г. Спокойный, Н. А. Степанова, А. Б. Цыбаков.

Литература

1. Ю. И. Ингстер, *Асимптотическая регулярность семейства мер, соответствующих гауссовскому случайному процессу, содержащему компоненту белого шума, при конечнопараметрическом семействе спектральных плотностей.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **108** (1981), 89–110.
2. Ю. И. Ингстер, *О минимаксной различимости семейств непараметрических гипотез.* — Докл. АН СССР **267** (1982), 536–539.
3. Ю. И. Ингстер, *О минимаксном непараметрическом обнаружении сигнала в гауссовском белом шуме.* — Пробл. передачи информ. **18** (1982), 61–73.
4. Ю. И. Ингстер, *Асимптотически оптимальные байесовы тесты проверки сложных гипотез.* — Теория вероятн. и её примен. **28** (1983), 738–757.
5. Ю. И. Ингстер, *Асимптотически минимаксная проверка непараметрических гипотез о плотности распределения независимой выборки.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **136** (1984), 74–96.
6. Ю. И. Ингстер, *Асимптотически оптимальные тесты проверки сложных конечнопараметричестких гипотез.* — Теория вероятн. и её примен. **30** (1985), 289–308.
7. Ю. И. Ингстер, *Минимаксная проверка непараметрических гипотез о плотности распределения в метриках L_p.* — Теория вероятн. и её примен. **31** (1986), 384–389.
8. Ю. И. Ингстер, *О сравнении минимаксных свойств тестов Колмогорова, ω^2 и χ^2.* — Теория вероятн. и её примен. **32** (1987), 374–378.
9. Yu. I. Ingster, *Asymptotically minimax testing of nonparametric hypotheses.* — Probab. Theory Math. Statist.: Proc. Fourth Vilnius Conf., Vilnius Vol. 1 (1987), 553–573.
10. Ю. И. Ингстер, *Минимаксная проверка простой гипотезы против слабо непараметрического множества альтернатив.* — Теория вероятн. и её примен. **33** (1988), 592–596.

11. Ю. И. Ингстер, *Минимаксное обнаружение сигнала в метриках ℓ_p.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **184** (1990), 152–168.
12. Yu. I. Ingster. *Asymptotically minimax hypothesis testing for nonparametric alternatives.* I, II, III. — Math. Methods Statist. **2** (1993), 85–114, 171–189, 249–268.
13. Ю. И. Ингстер, *Минимаксная проверка гипотезы независимости для эллипсоидов в ℓ_p.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **207** (1993), 77–97.
14. Ю. И. Ингстер, *Минимаксная проверка гипотез о плотности распределения для эллипсоидов в ℓ_p.* — Теория вероятн. и её примен. **39** (1994), 530–553.
15. Ю. И. Ингстер. *Минимаксное обнаружение сигнала при невырожденных функциях потерь и экстремальные выпуклые задачи.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **228** (1996), 162–188.
16. Yu. I. Ingster, *Some problems of hypothesis testing leading to infinitely divisible distributions.* — Math. Methods Statist. **6** (1997), 47–69.
17. Ю. И. Ингстер. *Адаптивные тесты хи-квадрат.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **244** (1997), 150–166.
18. Yu. I. Ingster *Adaptation in minimax non-parametric hypothesis testing.* — WIAS Preprint No. 419, Berlin, 1998.
19. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *Минимаксное обнаружение сигнала для тел и шаров Бесова.* — Пробл. передачи информ. **34** (1998), 56–68.
20. Yu. I. Ingster, *Minimax detection of a signal for ℓ^n-balls.* — Math. Methods Statist. **7** (1998), 401–428.
21. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *Minimax nonparametric hypothesis testing for ellipsoids and Besov bodies.* — ESAIM: Probab. Statist. **4** (2000), 53–135.
22. Ю. И. Ингстер, *О проверке гипотезы, близкой к простой.* — Теория вероятн. и её примен. **45** (2000), 356–368.
23. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *О минимаксном обнаружении положительных сигналов.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **278** (2001), 112–140.
24. Yu. I. Ingster, *Adaptive detection of a signal of growing dimension. I.* — Math. Methods Statist. **10** (2001), 395–421.
25. Yu. I. Ingster, *Adaptive detection of a signal of growing dimension.* II. — Math. Methods Statist. **11** (2002), 37–68.
26. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *Об обнаружении сигнала известной формы в многоканальной системе.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **294** (2002), 88–112.
27. Yu. I. Ingster, O. V. Lepski, *Multichannel nonparametric signal detection.* — Math. Methods Statist. **12** (2003), 247–275.
28. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina. Nonparametric Goodness-of-Fit Testing Under Gaussian Models. Lect. Notes Statist., V. **169**, Springer, New York, 2002.
29. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *Minimax nonparametric goodness-of-fit testing.* — In: "Foundation of Statistical Inference. Proc. of the Shoresh Conf. 2000," 141–153; Springer, Ser.: Contributions to Statistics, 2003.
30. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *Nonparametric hypothesis testing for small type I errors.* I. — Math. Methods Statist. **13** (2004), 409–459.
31. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *Nonparametric hypothesis testing for small type I errors.* II. — Math. Methods Statist. **14** (2005), 28–52.
32. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *On estimation and detection of smooth functions of many variables.* — Math. Methods Statist. **14** (2005), 299–331.

33. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *Оценивание и проверка гипотез для функций бесконечного числа аргументов.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **328** (2005), 91–113.
34. Yu. I. Ingster, Yu. A. Kutoyants, *Nonparametric hypothesis testing for intensity of the Poisson process.* — Math. Methods Statist. **16** (2007), 217–245.
35. Yu. I. Ingster, I. A. Suslina, *Estimation and detection of high-variable functions from Sloan–Woźniakowski space.* — Math. Methods Statist. **16** (2007), 318–353.
36. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *Оценивание и проверка гипотез для функций из тензорных произведений пространств.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **351** (2007), 180Ц-218.
37. Yu. I. Ingster, T. Sapatinas, *Minimax goodness-of-fit testing in multivariate nonparametric regression.* — Math. Methods Statist. **18** (2009), 241–269.
38. Yu. I. Ingster, Ch. Pouet, A. B. Tsybakov, *Classification of sparse high-dimensional vectors.* — Philosophical Transactions of the Royal Society, Ser. A **367** (2009), 4427–4448.
39. Ю. И. Ингстер, И. А. Суслина, *Адаптивное обнаружение функций большого числа переменных.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **368** (2009), 156–170.
40. Yu. I. Ingster, N. A. Stepanova, *Estimation and detection of functions from weighted tensor product spaces.* — Math. Methods Statist. **18** (2009), 310–340.
41. Yu. I. Ingster, A. Tsybakov, N. Verzelen, *Detection boundary in sparse regression.* — Electronic J. Statist. **4** (2010), 1476–1526.
42. Yu. Ingster, N. Stepanova, *Estimation and detection of functions from anisotropic Sobolev classes.* — Electronic J. Statist. **5** (2011), 484–506.
43. Yu. I. Ingster, T. Sapatinas, I. A. Suslina, *Minimax nonparametric testing in a problem related to the Radon transform.* — Math. Methods Statist. **20** (2011), 347–364.
44. Yu. I. Ingster, T. Sapatinas, I. A. Suslina, *Minimax signal detection in ill-posed inverse problems.* — Ann. Statist. **40** (2012), 1524–1549.
45. G. Gayraud, Yu. Ingster, *Detection of sparse additive functions.* — Electronic J. Statist. **6** (2012), 1409–1448.
46. C. Butucea, Yu. I. Ingster, *Detection of a sparse submatrix of a high-dimensional noisy matrix.* (To appear in Bernoulli).
47. Ю. И. Ингстер, Н. А. Степанова, *Адаптивная селекция компонент разреженной функции регрессии.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **408** (2012), 214–244.
48. A. Dalalyan, Y. Ingster, A. B. Tsybakov, *Statistical inference in compound functional models*, — to appear in Probability Theory and Related Fields; `arXiv:1208.6402`.
49. М. С. Ермаков, *Минимаксное обнаружение сигнала в гауссовском белом шуме.* — Теория вероятн. и её примен. **35** (1990), 704–715.
50. И. А. Суслина, *Минимаксное обнаружение сигнала для ℓ_q-эллипсоидов с удаленным ℓ_p-шаром.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **207** (1993), 127–137.
51. И. А. Суслина, *Экстремальные задачи, возникающие при минимаксном обнаружении сигнала для l_q-эллипсоидов с удаленным ℓ_p-шаром.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **228** (1996), 312–332.
52. Н. Н. Ченцов, *Оценка неизвестной плотности распределения по наблюдениям.* — Докл. АН СССР **147** (1962), 45–48.

53. D. Donoho, J. Jin, *Higher criticism for detecting sparse heterogeneous mixtures.* — Ann. Statist. **32** (2004), 962–994.
54. И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасьминский, *Одна задача статистического оценивания в гауссовском белом шуме.* — Докл. АН СССР **236** (1977), 1300–1302.
55. O. V. Lepski, V. G. Spokoiny, *Minimax nonparametric hypothesis testing: the case of inhomogeneous alternative.* — Bernoulli **5** (1999), 333–358.
56. H. B. Mann, A. Wald, *On the choice of the number of class intervals in the application of the chi square test.* — Ann. Math. Statist. **13** (1942), 306–317.
57. V. G. Spokoiny, *Adaptive hypothesis testing using wavelets.*— Ann. Statist. **24** (1996), 2477–2498.