УДК 517

Формальные степенные ряды и их применение в математической дифракции. Бабич В. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 5–16.

В работе рассмотрены формальные степенные ряды (ФСР), коэффициенты которых – гладкие функции. ФСР образуют алгебру над полем $\mathbb{C}$ комплексных чисел. ФСР можно дифференцировать и (с некоторыми ограничениями) интегрировать. ФСР имеют асимптотический характер по В. С. Буслаеву и М. М. Скриганову. Как пример приложения ФСР рассмотрено построение геометро-оптического разложения в случае скалярного аналога волн Релея. Библ. – 8 назв.

УДК 517.951

Динамическая система с граничным управлением, связанная с симметрическим полуограниченным оператором. Белишев М. И., Демченко М. Н. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 17–39.

Пусть L_0 – замкнутый плотно определенный симметрический полуограниченный оператор с ненулевыми индексами дефекта в сепарабельном гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Он определяет *систему Грина* $\{\mathcal{H}, \mathcal{B}; L_0, \Gamma_1, \Gamma_2\}$, где $\mathcal{B}$ – гильбертово пространство, а $\Gamma_i : \mathcal{H} \to \mathcal{B}$ суть операторы, связанные формулой Грина

$$(L_0^* u, v)_{\mathcal{H}} - (u, L_0^* v)_{\mathcal{H}} = (\Gamma_1 u, \Gamma_2 v)_{\mathcal{B}} - (\Gamma_2 u, \Gamma_1 v)_{\mathcal{B}}.$$

Граничное пространство $\mathcal{B}$ и *граничные операторы* Γ_i выбираются каноническим образом в рамках теории Вишика.

С системой Грина можно связать *динамическую систему с граничным управлением* (ДСГУ)

$$\begin{aligned}
&u_{tt} + L_0^* u = 0, && u(t) \in \mathcal{H},\ t > 0,\\
&u|_{t=0} = u_t|_{t=0} = 0, && \\
&\Gamma_1 u = f, && f(t) \in \mathcal{B},\ t \geqslant 0.
\end{aligned}$$

Мы показываем, что эта система *управляема*, если и только если оператор L_0 вполне несамосопряжен.

Дается определение *волнового спектра* оператора L_0. Это топологическое пространство, которое строится по L_0 из достижимых множеств ДСГУ. Библ. – 15 назв.

УДК 517.946

Расчеты релеевских волн в анизотропных упругих средах и импеданс. Качалов А. П., Качалов С. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 40–48.

В статье рассматривается алгоритм вычисления релеевских волн в слоистых средах с произвольным расположением граничной плоскости и произвольным направлением распространения. С помощью операторов переноса задача сводится к построению оператора импеданса для однородного анизотропного полупространства построение с его помощью релеевских волн в этом полупространстве. Приведены расчеты скоростей и поляризации релеевских волн для различных анизотропных сред для случая однородного полупространства. Библ. – 3 назв.

УДК 517.9

Лучевой метод в задаче дифракции плоской волны на “тонком” конусе с малым углом при вершине. Кирпичникова Н. Я., Попов М. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 49–54.

Настоящая статья инициирована первой работой И. В. Андронова, в которой к осесимметричной задаче дифракции плоской волны на прямом круговом конусе с малым углом при вершине применяется техника, развиваемая для дифракции на сильно вытянутом и выпуклом теле вращения. В ней волновое поле строится при условии $kz \gg 1$, k – волновое число, z – расстояние до вершины, и поэтому получить волну, порожденную вершиной, не представляется возможным. Для описания же отраженной волны естественно использовать лучевой метод в коротковолновом приближении.

В данной заметке мы строим лучевым методом два члена асимптотики отраженной волны и на их основе устанавливаем условие применимости этой асимптотики для малых углов при вершине конуса. При этом мы получаем явные формулы , не содержащие специальных функций и не имеющие ничего общего с формулами из первой работы И. В. Андронова. Библ.– 3 назв.

УДК 517.9

Метод параболического уравнения Леонтовича–Фока в задаче дифракции на вытянутых телах. Кирпичникова Н.Я., Попов М. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 55–79.

Статья посвящена применению метода параболического уравнения Леонтовича-Фока к дифракции коротких волн на вытянутых телах вращения (осесимметрический случай). Волновое поле строится в области Фока и в затененной части тела, где возникают волны соскальзывания. В рассматриваемых задачах появляются два параметра: большой параметр Фока $\mathbf{M} = (k\rho/2)^{1/3}$, k — волновое число, ρ — радиус кривизны геодезических (меридианов), и характеризующий вытянутость тела параметр $\mathbf{\Lambda} = \rho/f$, f — радиус кривизны тела в поперечном направлении. При условии $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{M}^{2-\varepsilon}$, $0 < \varepsilon < 2$, метод параболического уравнения в классическом виде оказывается применимым и дает ответ в терминах функций Эйри и интегралов от них. При $\varepsilon = 0$ возникают сингулярности в коэффициентах соответствующей рекуррентной системы уравнений и вопрос о ее разрешимости в гладких функциях остается открытым. Библ. – 9 назв.

УДК 517.958:539.3(5):531.3-324

Асимптотические модели течения крови в артериях и венах. Козлов В. А., Назаров С. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 80–106.

При помощи асимптотического анализа течения крови в тонкостенных узких упругих сосудах выводятся их одномерные модели. Модели артерий и вен существенно отличаются одна от другой, что обусловлено как строением стенок, так и условиями функционирования. Несмотря на простоту полученных асимптотических моделей, они позволяют объяснить многие эффекты, известные в медицинской практике, в частности, описать механизм венозно-мышечного помпирования крови. Библ. – 18 назв.

УДК 517

Коротковолновый точечный источник колебаний вблизи неоднородной полуплоскости. Мацковский А. А. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 107–120.

В работе рассматривается задача дифракции волн точечного источника на полуплоскости с линейно-убывающим квадратом волнового числа. Выводится точное решение задачи и предлагается метод выделения из этого решения, волн типа “шепчущей галереи”. Библ. – 7 назв.

УДК 517

Уравнения метода граничного управления для обратной задачи об определении источника. Михайлов А. С., Михайлов В. С. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 121–129.

Рассмотрена задача об определении источника для несамосопряженного оператора в Гильбертовом пространстве. Получены уравнения метода Граничного Управления для этой задачи. Показано, что решение этих уравнений существенным образом зависит от свойств некоторго семейства экспонент. Рассмотрены приложение этих уравнений к обратной задаче о нахождении источника и к задаче о продолжении обратных данных. Библ. – 17 назв.

УДК 517.956.227

Строение спектра периодического семейства идентичных ячеек, соединенных через сужающиеся отверстия. Назаров С. А., Таскинен Я. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 130–150.

Построен волновод, в котором задача Дирихле для оператора Лапласа имеет существенный спектр, представляющий собой счетный набор точек на вещественной положительной полуоси. Волновод образован семейством идентичных ячеек, соединенных отверстиями в общих стенках, причем размеры отверстий уменьшаются при удалении от “центральной” ячейки. Показано, что первая точка существенного спектра является пределом бесконечной последовательности собственных чисел задачи из ее дискретного спектра. Сформулирована гипотеза о строении дискретного спектра в лакунах и упомянуты еще несколько нерешенных вопросов. Библ. – 10 назв.

УДК 517.958

Волновые валы для волн на поверхности тяжелой жидкости. Попов А. И. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 151–175.

Рассматриваются волны на поверхности океана с медленно меняющейся глубиной. Удалось построить полное асимптотическое разложение для волн типа волнового вала, бегущих с групповой скоростью по поверхности тяжелой жидкости. Предложено выражение для анзатца. Используется техника работы с формальными степенными рядами. Для коэффициентов формальных степенных рядов эйконала и амплитуд выведены и исследованы рекуррентные системы уравнений. Доказана их разрешимость. Для главного члена в разложении найдено явное выражение. Библ. – 11 назв.

УДК 517.95

"Комплексный источник" в двумерном пространстве. Тагирджанов А. М. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 176–186.

Рассматривается комплексифицированная функция Грина для двумерного уравнения Гельмгольца во всем пространстве, которая интересна как точное решение, асимптотически являющееся гауссовым пучком. Эта функция имеет ветвление и при любой фиксации ветви удовлетворяет неоднородному уравнению Гельмгольца с правой частью, зависящей от выбора разреза и ветви. Исследуются разные случаи выбора разреза и вычисляется соответствующая функция источника. Библ. – 13 назв.

УДК 535.36; 518.3

Построение приближения Релея для многослойных осесимметричных частиц с использованием собственных функций оператора Лапласа. Фарафонов В. Г., Соколовская М. В. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 187–211.

Приближение Релея построено на основе решения электростатической задачи для многослойных осесимметричных частиц. Подход базируется на поверхностных интегральных уравнениях аналогичных уравнениям метода расширенных граничных условий (EBCM) для волновых задач. Электростатические поля связаны со скалярными потенциалами, которые представлены в виде разложений по собственным функциям оператора Лапласа в сфероидальной и сферической системах координат. Неизвестные коэффициенты разложений определяются из бесконечных систем линейных алгебраических уравнений. Найдено явное решение, полученное в сфероидальном базисе, для многослойных конфокальных сфероидов, которое полностью согласуется с известными решениями для однородных и двухслойных частиц. Библ. – 17 назв.

УДК 517

Дифракция высокочастотной волны на решетке со сложным периодом при скользящем падении. Шанин А. В. — В кн.: Математические вопросы теории распространения волн. 42 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 409) СПб., 2012, с. 212–239.

Исследуется двумерная задача дифракции плоской волны при распространении на многолистной поверхности, имеющей периодическую систему точек ветвления (эта система выполняет роль дифракционной решетки). Период решетки содержит две точки ветвления. Предполагается, что падающая волна распространяется в скользящем направлении по отношению к краю решетки. Рассмотрение производится в параболическом приближении, при этом в качестве оси распространения выбирается край решетки.

Вводятся краевые функции Грина задачи, т.е. волновые поля, порожденные точечными источниками, расположенными вблизи точек ветвления. Доказывается *формула расщепления*, выражающая искомые коэффициенты генерации дифракционных порядков через диаграммы направленности краевых функций Грина. Далее для диаграмм направленности краевых функций Грина строится *спектральное уравнение*. Последнее представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, коэффициент которого неизвестен. Для отыскания коэффициента строится *OE-уравнение*. Библ. – 10 назв.