УДК 511

О связи симплектических и ортогональных колец Гекке–Шимуры одноклассных квадратичных форм. Андрианов А. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 5–17.

Формулы преобразования тета-рядов с гармоническими коэффициентами одноклассных квадратичных форм под действием операторов Гекке интерпретированы как результат взаимодействия стандартного представления симплектического кольца Гекке–Шимуры на тета-рядах с естественным представлением ортогонального кольца Гекке–Шимуры на тех же тета-рядах, рассматриваемых как инварианты квадратичных форм. Рассмотрены свойства отображений взаимодействия и их связи с действием операторов Гекке. Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Точные оценки наилучших приближений через голоморфные функции от операторов типа Вейерштрасса. Виноградов О. Л. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 18–60.

В работе для широкого класса функциональных пространств получены оценки наилучших приближений функций целыми функциями конечной степени через значения операторов, описанных в названии. Приведем пример полученных результатов. Пусть $\lambda, \sigma, q > 0$,

$$W_\lambda(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\lambda}} e^{-\frac{t^2}{4\lambda}},$$

$$\mathcal{W}_\lambda f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x-t) W_\lambda(t)\, dt$$

– интеграл Вейерштрасса функции f, I — тождественный оператор, $\varphi = (I - \mathcal{W}_\lambda)^q f$. Построен оператор свертки Y_σ со значениями в множестве целых функций степени не выше σ такой, что для любых $p \in [1, +\infty]$ и $f \in L_p(\mathbb{R})$

$$P\big(f - Y_\sigma f\big) \leqslant \left(1 + \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{2s+1} \frac{1 - \big(1 - e^{-\lambda((2s+1)\sigma)^2}\big)^q}{\big(1 - e^{-\lambda((2s+1)\sigma)^2}\big)^q}\right) P(\varphi).$$

При $p = 1, \infty$ константа точная, даже если заменить левую часть на наилучшее приближение. Также установлены точные оценки наилучших приближений через степени отклонений интегралов Пуассона и Стеклова, в том числе, в пространствах периодических функций. Некоторые оценки усилены в терминах, содержащих конечные разности.

Библ. – 13 назв.

УДК 519

Случайные величины, связанные с деревом Фарея. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 61–74.

Работа примыкает к статье автора (Зап. научн. семин. ПОМИ **357** (2008), с.22–32), где была построена гладкая выпуклая кривая, на которой лежит много рациональных точек с фиксированным знаменателем. Получены новые результаты о кривизне этой кривой.

Библ. – 8 назв.

УДК 517.54

Об одной оценке в классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 75–82.

Пусть $T(c_2, c_3)$ – класс функций $f(z) = z + \sum\limits_{n=2}^{\infty} c_n z^n$, регулярных и типично вещественных в круге $|z| < 1$, с фиксированными коэффициентами c_2 и c_3. На классе $T(c_2, c_3)$ получены точные оценки $f(r)$, $0 < r < 1$, и найдены все граничные функции множества значений $f(z_0)$, $0 < |z_0| < 1$. Библ. – 6 назв.

УДК 512.62 + 517.54

Некоторые неравенства для полиномов и рациональных функций, связанные с лемнискатами. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 83–99.

В работе доказываются неравенства для площади лемнискаты, неравенства для полиномов в точках лемнискаты, не содержащей критических точек, отличных от нулей, а также многоточечные оценки искажений на границах лемнискат. Формулируются и обсуждаются

нерешенные задачи, одна из которых связана с известной гипотезой Смейла о среднем значении. Библ. – 16 назв.

УДК 517.54, 517.554

Обобщённые ёмкости, составные кривые и устранимые множества. Дымченко Ю. В., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 100–119.

В работе с помощью экстремальной длины векторных мер устанавливаются соотношения между обобщённой ёмкостью конденсатора в смысле Айкавы–Оцуки и модулем семейства составных кривых, соединяющих пластины конденсатора через предписанное множество. Получены условия, при которых компакт является устранимым множеством для обобщённой ёмкости. Библ. – 9 назв.

УДК 517.54

Задача Вуоринена о максимуме конформного модуля. Емельянов Е. Г., Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 120–134.

Рассматривается аналог известной задачи Тейхмюллера в случае гиперболической плоскости. Найти максимум конформного модуля в семействе двусвязных областей в единичном круге, отделяющих две точки этого круга от его третьей точки и единичной окружности. Находятся условия, определяющие указанный максимум. Указываются случаи, когда рассматриваемая задача сводится к задаче Тейхмюллера и искомый максимум выражается в эллиптических функциях. Библ. – 6 назв.

УДК 517.5

Неравенства для наилучших приближений типа обобщенной теоремы Джексона. Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 135–156.

Под соотношениями типа обобщенной теоремы Джексона понимаются утверждения, в которых наилучшее приближение оценивается сверху посредством отклонений аппроксимирующих агрегатов различного рода. В работе предлагаются очень простые и вместе с тем имеющие широкие приложения методы установления неравенств подобного типа.

Библ. – 12 назв. УДК 517.2

Оценки наилучших приближений периодической функции посредством линейных комбинаций значений самой функции и её первообразных. Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 157 –174.

В работе для случая периодических функций устанавливаются общие теоремы, позволяющие получать оценки наилучшего приближения тригонометрическими полиномами посредством отклонений агрегатов приближения, составленных из значений приближаемой функции и её первообразных. Приводятся примеры конкретных приложений. Библ. – 4 назв.

УДК 512.62+517.54

Сравнение дискретной и равномерной норм полиномов на отрезке и дуге окружности. Калмыков С. И. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 175–183.

В работе доказаны неравенства, содержащие дискретную и равномерную нормы полиномов на отрезке и дуге окружности. В основе доказательств лежат неравенства бернштейновского типа. Полученные неравенства дополняют соответствующие результаты Рахманова, Шехтмана, Шейл-Смолла, Дубинина. Библ. – 8 назв.

УДК 517.588, 519.114

Положительность определителей Теплица, образованных рядами восходящих факториалов, и свойства связанных с ними полиномов. Карп Д. Б. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 184–198.

В данной заметке мы доказываем положительность коэффициентов некоторого класса полиномов, выражающихся через восходящие факториалы и зависящего от произвольной логарифмически вогнутой последовательности. Эти полиномы возникают естественным образом при изучении логарифмической вогнутости рядов по восходящим факториалам. Мы выдвигаем несколько гипотез, касающихся нулей и коэффициентов некоторых более общих полиномов. Мы также рассматриваем полиномы с производящей функцией, равной определителю

Тёплица, элементами которого являются ряды по восходящим факториалам. В работе предложены три гипотезы об этих полиномах. Все выдвигаемые гипотезы проверены рядом численных экспериментов. Библ. – 16 назв.

УДК 517.54

Квадратичные дифференциалы с полосообразными областями в структуре траекторий в задачах об экстремальном разбиении. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 199–213.

Классические результаты в задачах об экстремальном разбиении распространяются на семейства систем областей различных типов.

Библ. – 15 назв.

УДК 511.3

О нулях дзета-функции решётки Лича. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 214–221.

В работе сообщается о результатах вычисления нулей дзета-функции решётки Лича. Библ. – 6 назв.

УДК 511.466+517.863

О распределении дробных частей многочленов от двух переменных. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 222–232.

Пусть $\psi(x) = x - [x] - \frac{1}{2}$. При некоторых условиях получены оценки сверху для сумм вида

$$\psi\big(f(n_1, n_2)\big),$$

где $f(x, y)$ – многочлен и суммирование идет по всем целым точкам (n_1, n_2) в области Ω. Одна из таких оценок применяется к задаче о точках решетки (см. теорему 2 работы). Библ. – 10 назв.

УДК 511.466+517.863

Экстремальные значения автоморфных L-функций. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 233–247.

Пусть $f(z)$ – примитивная параболическая форма чётного веса $\kappa \geqslant 12$ относительно полной модулярной группы. Для автоморфных L-функций $L(s,f)$, $L(s,\operatorname{sym}^2 f)$, $L(s,f\times f)$, а также для дзета-функции Дедекинда $\zeta_{K_3}(s)$ кубического поля K_3, доказываются теоремы об экстремальных значениях этих функций, аналогичные теореме 8.12 классической книги Титчмарша о дзета-функции Римана.

Далее, в случае $L(s,f\times f)$ и $\zeta_{K_3}(s)$, где K_3 – кубическое поле, полученное присоединением к $\mathbb{Q}$ корня полинома третьей степени дискриминанта $D<0$ с группой Галуа S_3, эти результаты уточняются. Например, для L-функции Ранкина–Сельберга $L(s,f\times f)$ имеем: при $(\log T)^c \leqslant Y \leqslant T$, $T>C$, существуют положительные константы D_1, D_2 такие, что

$$\max_{1\leqslant t\leqslant T+Y}\left|L\left(\frac{1}{2}+it,f\times f\right)\right| \geqslant \exp\left\{D_1\left(\frac{\log Y}{\log\log Y}\right)^{1/2}\right\},$$

и

$$\max_{1\leqslant t\leqslant T+Y}\left|L\big(\sigma_0+it,f\times f\big)\right| \geqslant \exp\left\{D_2\frac{(\log Y)^{1-\sigma_0}}{\log\log Y}\right\}$$

для каждой константы σ_0, $\frac{1}{2}<\sigma_0<1$.

Библ. – 15 назв.

УДК 404

Сферическая симметризация и NED-множества, лежащие в гиперплоскости. Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 27. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 404), СПб., 2012, с. 248–258.

Для компактов, лежащих на гиперплоскости, получен простой достаточный признак NED-множества в терминах сферической достижимости его точек из дополнения в гиперплоскости. Библ. – 14 назв.