УДК 517.5+517.98

Операторно липшицевы функции и дробно-линейные преобразования. Александров А. Б. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 5–52.

Как известно, функция вещественной переменной $t^2 \sin \frac{1}{t}$ является операторно липшицевой. Мы покажем, что в этом утверждении операторно липшицеву функцию sin можно заменить любой операторно липшицевой функцией f такой, что $f(0) = 0$. Другими словами, для любой операторно липшицевой функции f функция $t^2 f(\frac{1}{t})$ тоже будет операторно липшицевой, если только $f(0) = 0$. Функция f может быть задана на произвольном замкнутом множестве комплексных чисел. Кроме того, дробно-линейная функция $\frac{1}{t}$ может быть заменена любой дробно-линейной функцией φ. В этом случае утверждается, что из операторной липшицевости функции f следует операторная липшицевость функции $\dfrac{f \circ \varphi}{\varphi'}$ при условии $f(\varphi(\infty)) = 0$. Библ. – 12 назв.

УДК 517.5

Точные оценки наилучших приближений через отклонения интегралов типа Вейерштрасса. Виноградов О. Л. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 53–70.

В работе для широкого класса функциональных пространств получены оценки наилучшего приближения функции f целыми функциями экспоненциального типа σ через отклонение функции f от своей свертки с фиксированной суммируемой функцией W. Пусть $c(W, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} W(t) e^{-iyt}\, dt$; $\widehat{CM}_c^2(y_0)$ — класс четных функций $W \in L_1(\mathbb{R})$, таких что при всех $y \geq y_0$ справедливо представление

$$c(W, y) = \int_0^{+\infty} e^{-y^2 u}\, d\Phi(u),$$

где функция Φ возрастает на $(0, +\infty)$; свертка задается равенством $f * W(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x-t) W(t)\, dt$.

Основной результат работы состоит в следующем. Пусть $p \in [1, +\infty]$, $y_0 > 0$, $W \in \widehat{CM}_c^2(y_0)$, $c(W, y) < 1$ при всех $y \geq y_0$, $c(W) \in C^{(2)}\big(\mathbb{R} \setminus (-y_0, y_0)\big)$, $\sigma \geq y_0$. Построен оператор свертки $Y_{\sigma,W}$ со значениями в множестве целых функций степени не выше σ, такой что для любой функции $f \in L_p(\mathbb{R})$ справедливо неравенство

$$\|f - Y_{\sigma,W} f\|_p \leqslant \left(1 + \frac{4}{\pi} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu}{2\nu+1} \frac{c(W,(2\nu+1)\sigma)}{1 - c(W,(2\nu+1)\sigma)}\right) \|f - f * W\|_p.$$

При $p = 1, \infty$ константа точная, даже если заменить левую часть на наилучшее приближение. Частными случаями полученных результатов являются оценки наилучших приближений через отклонения интегралов Пуассона и Вейерштрасса, а также оценки в пространствах периодических функций. Получены также усиления оценок в терминах, содержащих конечные разности. Библ. – 7 назв.

УДК 517.983.243

Об управляющих подпространствах минимальной размерности. Гамаль М. Ф. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 71–81.

Понятие “disc” для (линейного ограниченного) оператора было введено в 1981 г. В. И. Васюниным и Н. К. Никольским, именно,

$$\operatorname{disc} T = \sup_{E \in \mathcal{R}(T)} \min\{\dim E' : E' \subset E,\ E' \in \mathcal{R}(T)\},$$

где $\mathcal{R}(T)$ – совокупность всех конечномерных воспроизводящих подпространств оператора T. В этой работе даются достаточные условия на оператор T, при которых $\operatorname{disc} T = \infty$. В частности, показано, что существует оператор T, для которого $\operatorname{disc} T = \infty$, представимый в виде $T = T_1 \oplus T_2$, и $\operatorname{disc} T_1 = \operatorname{disc} T_2 = 1$. Библ. – 11 назв.

УДК 517.5

J-замкнутость конечных наборов пространств типа Харди. Иванишвили П. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 82–92.

Дано несколько доказательств следующего утверждения: если $X^0, \dots, X^n$ – BMO-регулярные решетки на окружности, а $x \in X^0 \cap \dots \cap X^n$, то расстояния от x до подпространств типа Харди X^j_A реализуются приблизительно на одном и том же векторе из $\cap_j X^j_A$. Библ. – 9 назв.

УДК 517.98

О регуляризаторах неограниченных линейных операторов в банаховых пространствах. Каплицкий В. М. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 93–102.

Рассматриваются регуляризаторы плотно определённых линейных неограниченных операторов в банаховых пространствах и некоторые их приложения к спектральной теории. Получены необходимые и достаточные условия дискретности спектра неограниченного оператора T (в терминах свойств его регуляризатора) и исследованы асимптотические свойства последовательности собственных значений оператора T, лежащих в некотором секторе комплексной плоскости, в случае когда оператор T обладает каноническим самосопряженным регуляризатором, принадлежащим одному из операторных идеалов Шаттена–фон Неймана. Библ. – 16 назв.

УДК 517.5

Свободная кратная интерполяция. Коточигов А. М. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 103–121.

Цель этой статьи – построить ограниченный линейный оператор, решающий задачу кратной интерполяции (интерполяции с производными). Показано, что такой оператор существует для некасательных и редких интерполяционных множеств, если рассматривается интерполяция аналитическими функциями, удовлетворяющими условию $|f^{(m)}(z_1) - f^{(m)}(z_2)| \le \omega(|z_1 - z_2|)$. Библ. – 8 назв.

УДК 517.5

Ортогональные симметричные всплески с коэффициентом растяжения $M = 3$. Кривошеин А. В., Огнева М. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 122–143.

Для коэффициента растяжения $M = 3$ по заданной 3-ортогональной симметричной масштабирующей маске, дано описание всех 3-ортогональных симметричных всплеск-масок, для которых соответствующая система всплесков образует ортонормированный базис в $L_2(\mathbb{R})$. Библ. – 11 назв.

УДК 517.518.8+517.956.2

Критерий приближаемости гармоническими функциями в пространствах Липшица. Мазалов М. Я. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 144–171.

Пусть $X \subset \mathbb{R}^3$ – компакт, f – функция, гармоническая внутри X и принадлежащая пространству Липшица $C^\gamma(X)$, $0 < \gamma < 1$. Получен критерий приближаемости функции f на X в $C^\gamma(X)$ функциями, гармоническими в окрестностях X, в терминах обхвата по Хаусдорфу порядка $1+\gamma$. Доказательство полностью конструктивно и использует схему А. Г. Витушкина разделения особенностей и приближения функции по частям. Библ. – 15 назв.

УДК 517.55

Интеграл Коши–Лере–Фантаппье в линейно выпуклых областях. Роткевич А. С. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 172–188.

В анализе голоморфных функций одной комплексной переменной важным инструментом является формула Коши. В многомерной теории нет столь универсальной формулы, восстанавливающей функцию по её граничным значениям. Возможной заменой является проектор Сёге, но его ядро в явном виде удаётся выписать лишь для небольшого числа специальных областей. Зачастую удобней рассматривать операторы, порождённые интегралом Коши–Лере–Фантаппье. В этой работе проверяется ограниченность этого оператора в пространствах $L^p(\partial\Omega)$ и BMO. Библ. – 17 назв.

УДК 517.574

О непрерывных следах δ-субгармонических функций. Сухов К. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 40. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 401), СПб., 2012, с. 189–197.

Рассматривается множество δ-субгармонических функций на плоскости, носительно которых компактен. Доказано, что множество их следов на отрезке содержит не все непрерывные функции. Библ. – 1 назв.