Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 393, 2011 г.

Г. Л. Заворохин

ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА, ДЕЙСТВУЮЩЕГО НА ОТКРЫТОЙ ГРАНИЦЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ БИО

§1. Постановка задачи и представление решения в виде интегралов

Рассматривается начально–краевая задача распространения волн в полуплоскости $y \geq 0$, заполненной однородной изотропной пористой средой, насыщенной жидкостью,– средой Био, находящейся в покое при $t < 0$. Предполагается, что поры на границе $y = 0$ являются открытыми. Волновое поле в этой среде образуется при $t = 0$ в результате внешнего точечного воздействия, приложенного к твердой фазе (скелету среды) свободной от напряжений и давления границы $y = 0$.

Данная проблема (нестационарный случай) исследовалась Л. А. Молотковым в [1], где автором были установлены формулы для компонент векторов смещений в интегральной форме. В. Герасик и М. Стастна в [2] в стационарном случае получили решение задачи в виде интегралов, асимптотика которых, также как и в [1], впоследствии находилась при помощи метода перевала. В настоящей работе получены формулы для компонент векторов смещений в явном виде.

Задача нахождения возмущений в среде Био сводится к решению волновых уравнений для потенциалов (1) и к определению смещений и напряжений по формулам (2), (3), (4).

$$\left(\Delta - \frac{1}{v_i^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\varphi_i = 0 \ (i = 1, 2), \quad \left(\Delta - \frac{1}{v_3^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\boldsymbol{\psi} = 0, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u} = \nabla\varphi_1 + \nabla\varphi_2 + \mathbf{rot}\boldsymbol{\psi}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{w} = B_1\nabla\varphi_1 + B_2\nabla\varphi_2 - \frac{\rho_f}{m}\mathbf{rot}\boldsymbol{\psi}, \tag{3}$$

Ключевые слова: задача Лэмба, пористые среды, теория Био, волна Релея, головная волна, распространение волн.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории им. П.Л.Чебышева СПбГУ, грант Правительства РФ дог. 11.G34.31.0026.

$$\tau_{yy} = (\rho + B_1\rho_f)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2} + (\rho + B_2\rho_f)\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2} - 2L\left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi_z}{\partial x\partial y}\right),$$

$$\tau_{xy} = L\left(2\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x\partial y} + 2\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\psi_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi_z}{\partial y^2}\right), \qquad (4)$$

$$-p = (\rho_f + B_1 m)\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial t^2} + (\rho_f + B_2 m)\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial t^2}.$$

Здесь $\varphi_i(x,y,t),\ i = 1,2$ и $\boldsymbol{\psi}(x,y,t) = \psi_z(x,y,t)\boldsymbol{k}$ – скалярные и векторный потенциалы, описывающие две продольные волны $P_i,\ i = 1,2$ и поперечную волну S, распространяющиеся с соответствующими скоростями $v_i = \text{const} > 0$, $i = 1,2,3$, $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2)$ – вектор смещений в упругой фазе, $\boldsymbol{w} = (w_1, w_2)$ – вектор смещений жидких частиц внутри пор относительно скелета, τ_{ij} – компоненты тензора напряжений в пористой среде, p – давление в жидкой среде; ρ_f – плотность жидкой среды, m – параметр с размерностью плотности, ρ – средняя плотность пористой среды, L – модуль сдвига пористой среды являются положительными константами, $B_i = \text{const}$, $i = 1,2$ – коэффициенты, зависящие от структуры пористой среды. Используя неоднозначность вектора $\boldsymbol{\psi}$, поставим дополнительное условие

$$\operatorname{div}\boldsymbol{\psi} = 0.$$

Образующееся волновое поле должно удовлетворять при $y = 0$ граничным условиям

$$\tau_{yy}|_{y=+0} = -\delta(x)\delta(t),\ \tau_{xy}|_{y=+0} = 0,\ p|_{y=+0} = 0 \qquad (5)$$

и нулевым начальным данным

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \psi_z = 0, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = \frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = \frac{\partial\psi_z}{\partial t} = 0 \quad \text{при} \quad t = 0. \qquad (6)$$

Используя интегральные преобразования Фурье (по переменной x) и Лапласа (по переменной t), потенциалы как решения уравнений (1) будут представлены формулами

$$\varphi_i = \int\limits_0^\infty \frac{\cos kx dk}{2\pi i} \int\limits_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} X_i(k,\eta) e^{k(t\eta - y\alpha_i)} d\eta \ (i = 1,2), \qquad (7)$$

$$\psi_z = \int_0^\infty \frac{\sin kx dk}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} Y(k,\eta) e^{k(t\eta - y\beta)} d\eta, \tag{8}$$

где

$$\alpha_i(\eta) = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_i^2}},\ \beta(\eta) = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{v_3^2}}\ (i = 1, 2). \tag{9}$$

Для однозначности радикалов α_i, β проведем на плоскости η из точек ветвления $\eta = \pm i v_i$ $(i = 1, 2, 3)$ разрезы в левую полуплоскость параллельно вещественной оси и фиксируем основной лист условиями

$$\alpha_i = 1,\ \beta = 1 \quad \text{при} \quad \eta = 0. \tag{10}$$

С учетом выбора основного листа (10) при больших η выполняются равенства

$$\alpha_i = \frac{\eta}{v_i}\left(1 + O\left(\frac{v_i^2}{\eta^2}\right)\right) \quad (i = 1, 2), \tag{11}$$

$$\beta = \frac{\eta}{v_3}\left(1 + O\left(\frac{v_3^2}{\eta^2}\right)\right). \tag{12}$$

Функции $X_1(k,\eta), X_2(k,\eta), Y(k,\eta)$ определяются из граничных условий (5), которые сводятся к системе уравнений

$$\begin{gathered} g(X_1 + X_2) - 2\beta Y = -\frac{1}{\pi L k}, \\ 2\alpha_1 X_1 + 2\alpha_2 X_2 - gY = 0, \\ (v_2^2 - v_4^2)X_1 + (v_1^2 - v_4^2)X_2 = 0, \end{gathered} \tag{13}$$

при этом $g(\eta) = 2 + \frac{\eta^2}{v_3^2}$, $v_4 = \sqrt{\frac{M}{m}} = \text{const} > 0$ – параметр с размерностью скорости, M – модуль пористой среды.

Решение системы (13) представляется равенствами

$$\begin{gathered} X_1 = -\frac{(v_1^2 - v_4^2)g}{\pi k L \Delta_0},\ X_2 = \frac{(v_2^2 - v_4^2)g}{\pi k L \Delta_0}, \\ Y = -\frac{2}{\pi L k \Delta_0}(\alpha_1(v_1^2 - v_4^2) + \alpha_2(v_4^2 - v_2^2)), \end{gathered} \tag{14}$$

где

$$\Delta_0(\eta) = (v_1^2 - v_2^2)g^2 - 4\alpha_1\beta(v_1^2 - v_4^2) - 4\alpha_2\beta(v_4^2 - v_2^2). \tag{15}$$

Уравнение $\Delta_0(\eta) = 0$ – дисперсионное соотношение поверхностных волн Релея для свободной границы пористой среды Био.

Подставляя формулы (14) в (7), (8), на основании соотношений (2), (3) получаем выражения для смещений в твердой фазе и относительных смещений в жидкой фазе

$$u_x = \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i}dk \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \big[(v_1^2-v_4^2)(ge^{-ky\alpha_1}-2\alpha_1\beta e^{-ky\beta})$$

$$+(v_4^2-v_2^2)(ge^{-ky\alpha_2}-2\alpha_2\beta e^{-ky\beta})\big]\frac{e^{kt\eta}}{\Delta_0}d\eta, \tag{16}$$

$$u_y = \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos kx}{2\pi i}dk \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \big[(v_1^2-v_4^2)\alpha_1(ge^{-ky\alpha_1}-2e^{-ky\beta})$$

$$+(v_4^2-v_2^2)\alpha_2(ge^{-ky\alpha_2}-2e^{-ky\beta})\big]\frac{e^{kt\eta}}{\Delta_0}d\eta, \tag{17}$$

$$w_x = \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin kx}{2\pi i}dk \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \Big[(v_1^2-v_4^2)(B_1ge^{-ky\alpha_1}+\frac{2\alpha_1\beta\rho_f}{m}e^{-ky\beta})$$

$$+(v_4^2-v_2^2)(B_2ge^{-ky\alpha_2}+\frac{2\alpha_2\beta\rho_f}{m}e^{-ky\beta})\Big]\frac{e^{kt\eta}}{\Delta_0}d\eta, \tag{18}$$

$$w_y = \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos kx}{2\pi i}dk \int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \Big[(v_1^2-v_4^2)\alpha_1(B_1ge^{-ky\alpha_1}+\frac{2\rho_f}{m}e^{-ky\beta})$$

$$+(v_4^2-v_2^2)\alpha_2(B_2ge^{-ky\alpha_2}+\frac{2\rho_f}{m}e^{-ky\beta})\Big]\frac{e^{kt\eta}}{\Delta_0}d\eta. \tag{19}$$

§2. Вывод явных формул для компонент смещений

Нашей целью является получение решения задачи в явном виде. Следуя методу, предложенному Г. И. Петрашенем в [3], удается проинтегрировать выражения для смещений (16)–(19). Этого можно достичь благодаря возможности перестановки порядка интегрирования по η и k в (16)–(19), которая анализируется в работах [3, 4].

Для определенности рассмотрим горизонтальную компоненту смещения в упругой фазе u_x. Аналогично получаются формулы для компонент смещений u_y, w_x, w_y.

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin kx}{2\pi i}dk\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\left[(v_1^2-v_4^2)(ge^{-ky\alpha_1}-2\alpha_1\beta e^{-ky\beta})\right. \\ &\left.+(v_4^2-v_2^2)(ge^{-ky\alpha_2}-2\alpha_2\beta e^{-ky\beta})\right]\frac{e^{kt\eta}}{\Delta_0}d\eta \\ &= \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin kx}{2\pi i}dk\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{(v_1^2-v_4^2)ge^{k(-\alpha_1 y+t\eta)}}{\Delta_0}d\eta \\ &+ \frac{1}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin kx}{2\pi i}dk\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{(v_4^2-v_2^2)ge^{k(-\alpha_2 y+t\eta)}}{\Delta_0}d\eta \\ &- \frac{2}{\pi L}\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin kx}{2\pi i}dk\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{\beta(\alpha_1(v_1^2-v_4^2)+\alpha_2(v_4^2-v_2^2))e^{k(-\beta y+t\eta)}}{\Delta_0}d\eta \\ &= u_{xp_1}+u_{xp_2}+u_{xs}. \end{aligned} \tag{20}$$

Здесь u_{xp_1}, u_{xp_2}, u_{xs} содержат соответственно множители $e^{k(-\alpha_1 y+t\eta)}$, $e^{k(-\alpha_2 y+t\eta)}$, $e^{k(-\beta y+t\eta)}$. Очевидно, что при положительности $\mathrm{Re}\,(-\alpha_1 y+t\eta)$, $\mathrm{Re}\,(-\alpha_2 y+t\eta)$, $\mathrm{Re}\,(-\beta y+t\eta)$ переставлять порядок интегрирования в (20) нельзя, ибо придем к экспоненциально расходящимся интегралам. Следовательно, для осуществления перестановки контур интегрирования $(\sigma-i\infty,\ \sigma+i\infty)$ должен быть продеформирован так, чтобы эти выражения на нем оставались отрицательными. Заметим, что в u_{xp_1}, u_{xp_2}, u_{xs} подинтегральные выражения регулярны при $\mathrm{Re}\,\eta>0$, поскольку уравнение $\Delta_0(\eta)=0$ в правой полуплоскости на основном листе η корней не имеет. Единственными полюсами на мнимой оси плоскости η могут быть только полюса $\eta=\pm iv_R$ (v_R – скорость волны Релея), совпадающие с корнями уравнения $\Delta_0(\eta)=0$. При условиях $v_2>v_3$ или $v_3>v_2$, $\left(2-\frac{v_2^2}{v_3^2}\right)^2\sqrt{1-\frac{v_2^2}{v_1^2}}>4\left(1-\frac{v_4^2}{v_1^2}\right)\sqrt{1-\frac{v_2^2}{v_3^2}}$ вдоль свободной границы $y=0$ пористой среды будет распространяться поверхностная волна Релея, а при выполнении неравенств $v_3 > v_2$, $\left(2-\frac{v_2^2}{v_3^2}\right)^2\sqrt{1-\frac{v_2^2}{v_1^2}} < 4\left(1-\frac{v_4^2}{v_1^2}\right)\sqrt{1-\frac{v_2^2}{v_3^2}}$ волна Релея отсутствует (см. [1]). Далее интегралы по k легко вычисляются, а контурные интегралы по η берутся по вычетам. Таким образом, получаем следующие формулы:

$$u_x = u_{xp1} + u_{xp2} + u_{xs},\ u_y = u_{yp1} + u_{yp2} + u_{ys}, \tag{21}$$

$$w_x = w_{xp1} + w_{xp2} + w_{xs},\ w_y = w_{yp1} + w_{yp2} + w_{ys}, \tag{22}$$

горизонтальная компонента смещения продольной упругой волны P_1:

$$u_{xp_1} = \frac{(v_1^2 - v_4^2)}{\pi L}\operatorname{Im}\left[\frac{g(\eta_0^1)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^1}{v_1^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^1}{v_1}\right)^2+1}}\right)\Delta_0(\eta_0^1)}\right], \tag{23}$$

горизонтальная компонента смещения продольной волны в жидкости P_2:

$$u_{xp_2} = \frac{(v_4^2 - v_2^2)}{\pi L}\operatorname{Im}\left[\frac{g(\eta_0^2)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^2}{v_2^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^2}{v_2}\right)^2+1}}\right)\Delta_0(\eta_0^2)}\right], \tag{24}$$

горизонтальная компонента смещения поперечной волны S:

$$u_{xs} = -\frac{2}{\pi L}\operatorname{Im}\left[\frac{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_3}\right)^2+1}\left(\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_1}\right)^2+1}(v_1^2 - v_4^2) + \sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_2}\right)^2+1}(v_4^2 - v_2^2)\right)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^3}{v_3^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_3}\right)^2+1}}\right)\Delta_0(\eta_0^3)}\right], \tag{25}$$

вертикальная компонента смещения продольной упругой волны P_1:

$$u_{yp_1} = \frac{(v_1^2 - v_4^2)}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\frac{g(\eta_0^1)\alpha_1(\eta_0^1)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^1}{v_1^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^1}{v_1}\right)^2 + 1}} \right) \Delta_0(\eta_0^1)} \right], \tag{26}$$

вертикальная компонента смещения продольной волны в жидкости P_2:

$$u_{yp_2} = \frac{(v_4^2 - v_2^2)}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\frac{g(\eta_0^2)\alpha_2(\eta_0^2)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^2}{v_2^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^2}{v_2}\right)^2 + 1}} \right) \Delta_0(\eta_0^2)} \right], \tag{27}$$

вертикальная компонента смещения поперечной волны S:

$$u_{ys} = -\frac{2}{\pi L} \operatorname{Re} \left[\frac{\left(\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_1}\right)^2 + 1}(v_1^2 - v_4^2) + \sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_2}\right)^2 + 1}(v_4^2 - v_2^2) \right)}{\left(t - \frac{y\left(\frac{\eta_0^3}{v_3^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\eta_0^3}{v_3}\right)^2 + 1}} \right) \Delta_0(\eta_0^3)} \right], \tag{28}$$

где

$$\eta_0^i = \frac{-ixt + y\sqrt{t^2 - \frac{x^2+y^2}{v_i^2}}}{t^2 - \frac{y^2}{v_i^2}} \; (i = 1, 2, 3). \tag{29}$$

Относительные смещения в жидкой фазе выражаются через смещения в упругой фазе по формулам:

$$w_{xp_1} = B_1 u_{xp_1}, \; w_{xp_2} = B_2 u_{xp_2}, \; w_{xs} = -\frac{\rho_f}{m} u_{xs}, \tag{30}$$

$$w_{yp_1} = B_1 u_{yp_1}, \; w_{yp_2} = B_2 u_{yp_2}, \; w_{ys} = -\frac{\rho_f}{m} u_{ys}. \tag{31}$$

Из полученного явного решения (21)–(31) можно выделить выражение, соответствующее поверхностной волне Релея. В первом приближении при $y \to 0$ компоненты смещений релеевской волны имеют вид

$$\begin{aligned}
u_x^R \approx &-\frac{(v_1^2 - v_4^2)}{\pi L}\left[\frac{\frac{y}{t}\frac{1}{t}\frac{c_2}{c_1^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right] \\
&-\frac{(v_4^2 - v_2^2)}{\pi L}\left[\frac{\frac{y}{t}\frac{1}{t}\frac{c_4}{c_3^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{c_4}{c_3}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right] \\
&+\frac{2}{\pi L}\left[\frac{\frac{y}{t}\frac{1}{t}\frac{c_6}{c_5^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{c_6}{c_5}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right],
\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
u_y^R \approx &-\frac{(v_1^2 - v_4^2)}{\pi L}\left[\frac{(\frac{x}{t} \pm v_R)\frac{1}{t}\frac{\tilde{c_2}}{\tilde{c_1}^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{\tilde{c_2}}{\tilde{c_1}}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right] \\
&-\frac{(v_4^2 - v_2^2)}{\pi L}\left[\frac{(\frac{x}{t} \pm v_R)\frac{1}{t}\frac{\tilde{c_4}}{\tilde{c_3}^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{\tilde{c_4}}{\tilde{c_3}}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right] \\
&+\frac{2}{\pi L}\left[\frac{(\frac{x}{t} \pm v_R)\frac{1}{t}\frac{\tilde{c_6}}{\tilde{c_5}^2}}{(\frac{x}{t} \pm v_R)^2 + \left(\frac{\tilde{c_6}}{\tilde{c_5}}\right)^2\left(\frac{y}{t}\right)^2}\right],
\end{aligned} \tag{33}$$

$$w_x^R = B_1 u_{xp1}^R + B_2 u_{xp2}^R - \frac{\rho_f}{m} u_{xs}^R, \tag{34}$$

$$w_y^R = B_1 u_{yp1}^R + B_2 u_{yp2}^R - \frac{\rho_f}{m} u_{ys}^R, \tag{35}$$

где $c_i(v_j,\ v_R)$, $\tilde{c_i}(v_j, v_R) = \mathrm{const}$, $i = 1,2,3,4,5,6$, $j = 1,2,3,4$ – параметры с размерностью скорости и u_{xp1}^R, u_{xp2}^R, u_{xs}^R – первое, второе, третье слагаемые в (32), u_{yp1}^R, u_{yp2}^R, u_{ys}^R – первое, второе, третье слагаемые в (33).

Анализируя полученное решение задачи, имеем разные аналитические выражения в разных областях. Переход от одних выражений к другим определяет волновые фронты – линии, на которых есть особенности. В случае точечного источника, расположенного на свободной границе пористой среды, распространяются, помимо объемных сферических волн P_1, P_2, S и поверхностной волны Релея, три головных волны P_1P_2, P_1S, а также $P_2S(v_2 > v_3)$ или $SP_2(v_3 > v_2)$. И картина волновых фронтов будет иметь следующий вид:

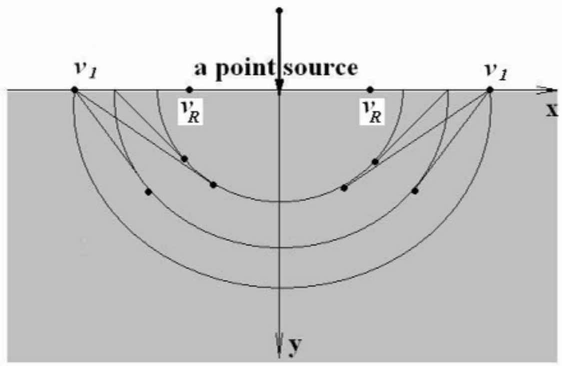

Рис. 1

В заключение отметим, что другой подход к данной проблеме возможен на базе работ В. И. Смирнова– С. Л. Соболева [5]. Можно показать, что формулы, полученные методом Г. И. Петрашеня, в точности совпадают с формулами, к которым приводит метод комплексных решений (см. [3, 5]).

Автор весьма признателен В. М. Бабичу за постановку задачи и постоянное внимание к своей работе.

Литература

1. Молотков Л. А., *Исследование распространения волн в пористых и трещиноватых средах на основе эффективных моделей Био и слоистых сред*, Наука, СПб (2001).

2. Gerasik V., Stastna M., *Poroelastic acoustic wave trains excited by harmonic line tractions.* — Proc. R. Soc. A, **464**, No. 2090, 491–511, (8 February 2008). doi: 10.1098/rspa.2007.0107
3. Петрашень Г. И., Марчук Г. И., Огурцов К. И., *О задаче Лэмба в случае полупространства.* — Уч. Зап. ЛГУ, вып. 21, том 35, (1950).
4. Бабич В. М., Кочугуев С. К., *О методе В. И. Смирнова – С. Л. Соболева явного решения задач математической теории дифракции*, Препринты ПОМИ, 1–35, (1/2002).
5. Smirnoff V. I., Soboleff S. L., *Sur une methode nouvelle dans le probleme plan des vibrations elastiques.* — Тр. Сейсм. инст. **20** (1932).

Zavorokhin G. L. Wave field from a point source on an open boundary of half plane Biot.

Initial boundary value problem of wave propagation in half plane filled with fluid-saturated porous solid is considered. Biot's medium is isotropic homogeneous and pores are opened on the boundary. Using complex analysis techniques, explicit formulae for components of displacement vectors in elastic and fluid phases are obtained.

Лаборатория им. П. Л. Чебышева СПбГУ,
14-я линия В.О., д. 29Б,
Санкт-Петербург 199178, Россия
E-mail: germanzavorokhin@rambler.ru

Поступило 14 ноября 2011 г.