

## Рефераты

УДК 517.98

Волновые операторы прошлого и будущего на сингулярном спектре. Бессонов Р. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 5–20.

Рассматриваются усредненные волновые операторы для сингулярных унитарных операторов  $U_1$ ,  $U_2$  и ограниченного оператора отождествления  $A$ . В случае, когда коммутатор  $AU_1 - U_2A$  имеет ранг 2, доказано, что усредненные волновые операторы прошлого и будущего существуют или нет одновременно, и если существуют, то совпадают. Построен пример оператора ранга 2, не представимого в виде  $AU_1 - U_2A$ . В качестве следствий получены результаты о граничном поведении интегралов типа Коши. Библ. — 9 назв.

УДК 517.53

Обобщение одной теоремы Харди-Литтлвуда. Быков С. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 21–33.

В статье получено следующее обобщение хорошо известной теоремы Харди-Литтлвуда: Пусть  $f$  — аналитическая функция в единичном круге. Положим

$$M_p(r, f) = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\theta})|^p d\theta \right)^{\frac{1}{p}}$$

и пусть  $M_p(r, f) = O(\varphi(r))$ ,  $r \rightarrow 1 - 0$ , где  $\varphi$  — монотонно возрастающая функция на  $(0, 1)$  и

$$\alpha_\varphi = \lim_{r \rightarrow 1-0} \frac{\varphi'(r)(1-r)}{\varphi(r)}.$$

Тогда

- 1) если  $0 \leq \alpha_\varphi < +\infty$ , то  $M_p(r, f') = O\left(\frac{\varphi(r)}{1-r}\right)$ ,  $r \rightarrow 1 - 0$ ;
- 2) если  $\alpha_\varphi = +\infty$ , то  $M_p(r, f') = O(\varphi'(r))$ ,  $r \rightarrow 1 - 0$ .

Библ. — 4 назв.

УДК 517.5

О нормах операторов обобщенного сдвига, порожденных операторами Якоби-Данкля. Виноградов О. Л. — В кн.: Исследования по линейным

операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 34–57.

В работе получено интегральное представление и улучшена оценка норм операторов обобщенного сдвига, порожденных операторами Якоби–Данкля

$$\Lambda_{\alpha,\beta}f(x) = f'(x) + \frac{A'_{\alpha,\beta}(x)}{A_{\alpha,\beta}(x)} \frac{f(x) - f(-x)}{2},$$

где

$$A_{\alpha,\beta}(x) = (1 - \cos x)^\alpha (1 + \cos x)^\beta |\sin x|,$$

в пространствах  $L_p[-\pi, \pi]$  с весом  $A_{\alpha,\beta}$ . Доказано, что при  $\alpha \geq \beta \geq -\frac{1}{2}$  эти нормы не превосходят 2. Библ. — 17 назв.

УДК 517.742.43

О равномерной аппроксимации гармоническими и почти гармоническими векторными полями. Дубашинский М. Б. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 58–84.

Работа посвящена трёхмерным аналогам плоских задач равномерной аппроксимации рациональными функциями. Эти аналоги относятся к аппроксимационным свойствам гармонических (т. е. безвихревых и соленоидальных) векторных полей. Наряду с обычной постановкой (равномерная аппроксимация поля, непрерывного на компактном множестве, полями, гармоническими вблизи этого множества) рассматривается “почти гармоническая” аппроксимация, когда гармоничность приближающего поля заменяется произвольной малостью его вихря и дивергенции. Аналогичная “плоская” модификация классической задачи аппроксимации функциями, аналитическими вблизи данного плоского компакта, равносильна задаче “почти аналитической” аппроксимации. Показано, что трёхмерные задачи гармонической и почти гармонической аппроксимации не равносильны. При этом первая задача (в отличие от плоского случая) нелокальна, а вторая — локальна: для неё справедлив трёхмерный аналог известной теоремы Бишопа о локальности алгебры  $R(K)$ . Наряду с аппроксимационными свойствами гармонических полей в статье рассматриваются и свойства безвихревых полей. Библ. — 7 назв.

УДК 517.53, 517.98

Весовые операторы композиции со значениями в пространствах Липшица. Дубцов Е. С. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 85–100.

Исследуются ограниченные и компактные весовые операторы композиции, действующие в голоморфные пространства Липшица. Библ. — 11 назв.

УДК 517.547

Приложение неравенства типа Бернштейна к рациональной интерполяции в пространстве Дирихле. Заруф Р. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 101–112.

Доказывается неравенство типа неравенства Бернштейна в нормах пространств Харди и Бергмана для рациональных функций в единичном круге  $\mathbb{D}$  с не более чем  $n$  полюсами, из которых все лежат вне круга  $\frac{1}{r}\mathbb{D}$ ,  $0 < r < 1$ . Это неравенство асимптотически точно при  $n \rightarrow \infty$  и  $r \rightarrow 1-$ . Доказанное неравенство применяется к эффективной интерполяционной задаче Неванлинны–Пика в стандартном пространстве Дирихле с ограничениями на  $H^2$ -норму. Библ. — 14 назв.

УДК 517.98

Функциональное исчисление, порожденное квадратичным операторным пучком. Курбатова И. В. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 113–130.

Строится линейное отображение  $\Upsilon$ , сопоставляющее аналитическим функциям, определенным на спектре пучка  $\lambda \mapsto \lambda^2 E + \lambda F + H$ , элементы специальной коммутативной банаховой алгебры. Отображение  $\Upsilon$  переводит произведение функций в произведение элементов этой алгебры. В качестве приложения приводится формула для решения дифференциального уравнения  $E\ddot{x}(t) + F\dot{x}(t) + Hx(t) = f(t)$ . Библ. — 12 назв.

УДК 517.518, 517.972

О принципе неопределенности для всплеск-функций Мейера. Лебедева Е. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории

функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 131–142.

В работе построена последовательность всплеск-функций Мейера, равномерно приближающих всплеск-функцию Мейера, имеющую наименьшую возможную константу неопределенности. Библ. – 7 назв.

УДК 517.518.1

Неравенство Гальярдо–Ниренберга для максимальных функций, измеряющих гладкость. Лохару Е. Э. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 143–161.

В работе доказывается поточечный многомерный аналог неравенства Гальярдо–Ниренберга для максимальных функций, измеряющих гладкость. Полученное неравенство обобщает классический вариант, а также дает поточечную оценку производной через максимальную функцию Фейффермана–Стейна от старшей производной  $i$ , как следствие, через норму в пространстве ВМО. Библ. – 6 назв.

УДК 517.538.5+517.956.2

О равномерном приближении гармоническими функциями на компактах в  $\mathbb{R}^3$ . Мазалов М. Я. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 162–190.

Рассматриваются равномерные приближения гармоническими функциями на компактах в  $\mathbb{R}^3$ . При дополнительном условии Дини-непрерывности приближаемой функции получен естественный аналог известной леммы А. Г. Витушкина о равномерном приближении “индивидуальных” аналитических функций. Библ. – 14 назв.

УДК 517.5

Об определении точек Бургейна борелевского заряда на вещественной прямой. Мозоляко П. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 191–205.

Пусть  $\mu$  – борелевский заряд (вещественная мера) на прямой  $\mathbb{R}$ ,  $P_{(y)}(t) = \frac{y}{\pi(y^2+t^2)}$ ,  $y > 0$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , – ядро Пуассона. В работах Бургейна было доказано, что для неотрицательного заряда  $\mu$  для многих точек  $x \in \mathbb{R}$  вариация функции  $y \mapsto (\mu * P_{(y)})(x)$  на промежутке  $(0, 1]$  конечна. Это верно, в частности, для точек  $x$ , названных в предыдущей работе

автора  $B$ -точками заряда  $\mu$ . В статье даны новые описания  $B$ -точек, приспособленные к некоторым приложениям этого понятия. Библ. — 5 назв.

#### УДК 517.55

Формула Айзенберга в невыпуклых областях и некоторые её приложения. Роткевич А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 206–231.

Рассматриваются условия на область, при которых интегральный оператор, порождённый ядром из представления Айзенберга для голоморфных функций, действует из класса  $C^\alpha(\partial\Omega)$  в класс  $H^\alpha(\Omega)$  при  $0 < \alpha < 1$ . Описан класс областей, для которых это действие сохраняет порядок гёльдеровости, при этом область не обязательно выпукла. Приведены критерии, характеризующие класс  $H^\alpha(\Omega)$  через непрерывное продолжение функции вне области и характер роста производной при приближении к границе. Библ. — 4 назв.

#### УДК 517.5

Новые теоремы об исправлении в свете весового неравенства Литлвуда–Пэли–Рубио де Франсия. Столяров Д. М. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 232–251.

Доказана следующая теорема: всякая функция  $f$  на окружности  $\mathbb{T}$ , ограниченная  $\alpha_1$ -весом  $w$  (последнее означает, что  $Mw^2 \leq Cw^2$ ), может быть изменена на множестве  $e$ , удовлетворяющем условию  $\int_e w < \varepsilon_x$  так, чтобы квадратичная функция, построенная из  $f$  с помощью произвольной наперед заданной последовательности попарно не пересекающихся интервалов в  $\mathbb{Z}$ , не превосходила  $C \log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)w$ . Библ. — 11 назв.

#### УДК 517.547

Контрпример Келдыша–Лаврентьева и средние степеней производных конформного отображения. 1. Построение отображения. Хеденмальм Х., Широков Н. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 252–256.

---

Построен пример области, граница которой имеет бесконечно много внутренних углов, равных  $2\pi$ , производную конформного отображения единичного круга на которую можно оценить снизу. Использовались некоторые идеи, примененные Келдышем и Лаврентьевым при построении их известного примера. Библ. – 2 назв.

УДК 517.547, 517.98

Об ограниченности трёхлинейных операторов в весовых соболевских пространствах голоморфных в круге функций. Шамоян Ф. А. — В кн.: Исследования по линейным операторам и теории функций. 39. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 389), СПб., 2011, с. 257–282.

В работе получено полное описание тех суммируемых на единичной окружности функций  $h$ , для которых трёхлинейный оператор с символом  $h$  является ограниченным оператором в весовых соболевских пространствах голоморфных в круге функций. Библ. – 11 назв.