

УДК 517.5

Оценки функционалов с известной последовательностью моментов через отклонения средних типа Стеклова. Виноградов О. Л., Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 5–32.

Пусть C – пространство 2π -периодических непрерывных функций, δ_t^r – центральные разности, $S_{h,r}$ – средние Стеклова.

$$S_{h,r,m} = \sum_{j=1}^m (-1)^{j-1} \frac{2C_{2m}^{m-j}}{C_{2m}^m} S_{jh,r}, \quad V_{h,r,m} = \sum_{j=1}^m (-1)^{j-1} \frac{2C_{2m}^{m-j}}{C_{2m}^m} \delta_{jh}^r,$$

$\nu_{r,m} = \sup_{h>0} \|V_{h,r,m}\|$; $\Phi: C \rightarrow \mathbb{R}_+$ – полуаддитивный функционал,

$m_k(\Phi) = \sup_{f \in C^{(k)}} \frac{\Phi(f)}{\|f^{(k)}\|}$. Доказываются утверждения следующего типа.

Пусть $r, m \in \mathbb{N}$, $h > 0$, $p \in \mathbb{Z}_+$, $f \in C$, ряд $\sum_{k=0}^{\infty} C_{k+p}^p \frac{m_{rk}(\Phi)}{h^{rk}} \nu_{r,m}^k$ сходится. Тогда

$$\Phi(f) \leq \left(\sum_{k=0}^{\infty} C_{k+p}^p \frac{m_{rk}(\Phi)}{h^{rk}} \nu_{r,m}^k \right) \|(I - S_{h,r,m})^{p+1}(f)\|.$$

Как следствия, получаются неравенства типа Джексона с лучшими, чем было известно ранее, постоянными.

Библ. – 9 назв.

УДК 517.5

Скорость убывания констант в неравенствах типа Джексона в зависимости от порядка модуля непрерывности. Виноградов О. Л., Жук В. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 33–52.

Пусть E_σ – множество целых функций степени не выше σ , $\delta_h^m(f)$ – центральная разность, $\omega_m(f, h)_p$ – модуль непрерывности порядка m в $L_p(\mathbb{R})$, $W_{h,2r}(f) = \frac{(-1)^r}{C_{2r}^r h} \int_{-h}^h \delta_t^{2r}(f) \left(1 - \frac{|t|}{h}\right) dt$, $\mu_{2r} =$

$\left(\frac{8}{\pi^2} \sum_{\substack{1 \leq j \leq r \\ j \text{ нечетно}}} \frac{C_{2r}^{r+j}}{C_{2r}^r} \frac{1}{j^2}\right)^{1/2}$. Для $p \in [1, +\infty]$, $r \in \mathbb{N}$, $\sigma > 0$, $\alpha > \mu_{2r}$, $h = \frac{\alpha\pi}{\sigma}$

построен оператор свертки $Q_{\sigma,h,2r} : L_p(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbf{E}_\sigma$ такой, что для любой $f \in L_p(\mathbb{R})$

$$\|f - Q_{\sigma,h,2r}(f)\|_p \leq \left(\cos \frac{\pi\mu_{2r}}{2\alpha}\right)^{-1} \|W_{h,2r}(f)\|_p,$$

$$\|f - Q_{\sigma,h,2r}(f)\|_p \leq \left(\cos \frac{\pi\mu_{2r}}{2\alpha}\right)^{-1} \frac{1}{C_{2r}^r} \omega_{2r}(f, h)_p.$$

При $p = 1, \infty$, $\alpha = 1$ константы в первом неравенстве нельзя уменьшить, даже если заменить левую часть на наилучшее приближение и ограничиться функциями, ортогональными \mathbf{E}_σ . Как частные случаи, получаются оценки приближений периодических функций. Библиография — 19 назв.

УДК 511

Об отрицательном уравнении Пелля. Голубева Е. П. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 53–62.

В работе получены необходимые и достаточные условия для разрешимости уравнения Пелля

$$x^2 - dy^2 = -1$$

при любом d , не являющимся полным квадратом. На основании этих условий получены новые оценки основной единицы поля $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ для таких d . Основным инструментом доказательства является аппарат непрерывных дробей. Библиография — 6 назв.

УДК 517.54

Геометрические версии леммы Шварца и симметризация. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семина. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 63–76.

Обсуждается связь геометрических версий леммы Шварца с известными принципами симметризации для различных классов аналитических функций в круге и круговом кольце. В частности, рассматриваются простые доказательства недавних результатов других

авторов, основанные на применении классических подходов. Библ. — 22 назв.

УДК 517.54

О компонентах лемнискаты, не содержащих критических точек полинома, отличных от его нулей. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 77–85.

Для полиномов P степени не выше n установлено, что если связная компонента лемнискаты $|P(z)| \leq 1$ не содержит критических точек P , отличных от его нулей, то внутри этой компоненты выполняется неравенство $|(z-a)P'(z)/P(z)| \leq n$, где a — нуль полинома P , принадлежащий данной компоненте. Равенство для любой точки z достигается в случае $P(z) = cz^n$, $c \neq 0$. Библ. — 4 назв.

УДК 517.54

Нуль-множества для экстремальных длин. Иванов Ф. И., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 86–96.

В данной работе получено описание нуль-множеств для обобщенного модуля конденсатора в смысле Айкавы-Отцуки в предположении непрерывности этого модуля. Библ. — 11 назв.

УДК 517.54

Теоремы покрытия для полиномов, имеющих криволинейную мажоранту на двух отрезках. Калмыков С. И. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 97–109.

В работе получены теоремы покрытия для аналитических функций, связанных с полиномами, имеющими криволинейную мажоранту на двух симметричных отрезках. Эти теоремы содержат и дополняют некоторые новые и классические результаты для полиномов с ограничениями на одном и двух отрезках. Библ. — 15 назв.

УДК 517.588

Неравенства Турана для функции Куммера от сдвига по обоим параметрам. Карп Д. Б. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория

функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 110–125.

В работе доказаны прямое и обратное неравенства Турана для вырожденной гипергеометрической функции (функции Куммера), рассматриваемой как функция от одновременного сдвига верхнего и нижнего параметров. Обратное неравенство Турана получено из более сильного результата о лог-выпуклости функции достаточно общего вида, частным случаем которой является функция Куммера. Сформулированы две гипотезы о лог-вогнутости функции Куммера. Статья является продолжением исследований ряда авторов, изучавших лог-выпуклость и лог-вогнутость гипергеометрических функций по параметрам. Библ. — 18 назв.

УДК 511.54

Метод экстремальной метрики в задаче о максимуме конформного инварианта. Кузьмина Г.В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 126–143.

Излагаются приложения экстремально-метрического подхода к задачам об экстремальном разбиении. Решаются задачи о максимуме взвешенной суммы приведенных модулей односвязных областей и связанного с этой суммой конформного инварианта. Библ.— 13 назв.

УДК 511.3

О распределение нулей кубической L -функции. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 144–147.

В работе рассмотрена проблема распределения вещественных частей нулей кубической L -функции. Библ. — 4 назв.

УДК 517.54

Обобщенные емкости и полиэдральные поверхности. Пугач П. А., Шлык В. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 148–178.

В работе с помощью метода экстремальной метрики векторозначных мер устанавливаются соотношения между обобщенной емкостью конденсатора в смысле Айкавы–Отцуки и модулем семейства

поверхностей, отделяющих пластины конденсатора и не пересекающих предписанное множество. Доказана аппроксимативная достаточность класса полиэдральных поверхностей из указанного семейства при вычислении модуля этого семейства. Библ. – 17 назв.

УДК 511.466+517.863

Дробные моменты автоморфных L -функций. П. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 179–192.

Часть I см. Алгебра и анализ **22** (2010), No. 2, 204–224.

Пусть $f(z)$ – голоморфная примитивная параболическая форма чётного веса $\varkappa \geq 12$ относительно полной модулярной группы; $L(s, f)$ – L -функция Гекке формы f , $L(s, \text{sym}^2 f)$ – L -функция симметрического квадрата формы f .

В предположении гипотезы Римана для $L(s, \text{sym}^2 f)$, получена асимптотика с остаточным членом для дробного момента

$$\int_1^T |L(\sigma + it, \text{sym}^2 f)|^{2k} dt,$$

где $k > 0$, $\frac{1}{2} < \sigma < 1$.

Аналогичный факт доказан для $L(s, f)$, причем в случае $0 < k < 1$ без всяких гипотез получена асимптотика, но лишь с главным членом. Библ. – 11 назв.

УДК 511.466+517.863

О распределении целых точек на конусах. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 25. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 383), СПб., 2010, с. 193–203.

Работа дополняет работу автора (*Зап. научн. семин. ПОМИ* **212** (1994), 164–195).

Получены новые результаты о распределении целых точек на конусах

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$$

и

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2.$$

В частности, доказана асимптотика

$$\sum_{n \leq x} r_3^2(n) = Cx^2 + O\left(x^{\frac{3}{2}}(\log x)^{\frac{7}{2}}\right),$$

где $r_3(n)$ – число представлений целого n суммой трех квадратов, $C > 0$ – константа. Библ. – 14 назв.