УДК 515.162.8

Инвариант зацеплений в утолщенном торе. Зенкина М. В., Мантуров В. О. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 5–18.

В работе строится инвариант зацеплений в утолщенном торе, зависящий от трех переменных. При построении используется формальная теория Кауфмана, основанная на копредставлении Дена группы узла. Рассматриваются некоторые свойства данного инварианта, доказывается теорема о соотношении типа Конвея. Библ. – 10 назв.

УДК 514.144

Новый пример гиперболического виртуального многогранника. Князева М. Г. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 19–33.

В статье построен новый пример гиперболического виртуального многогранника с четырьмя рогами. Соответствующий ему гладкий гиперболический ёж (*hyperbolic hérisson*) неизотопен примеру И. Мартине-Мора, так как эти ежи порождают неизотопные конфигурации больших полукругов на сфере. Выявлены некоторые внешнегеометрические свойства построенного объекта. Библ. – 11 назв.

УДК 514.752.22

Короткие спирали. Курносенко А. И. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 34–43.

Ряд утверждений для спиральных кривых с теми или иными ограничениями длины распространяется на более общий класс коротких спиралей, со снятием требований непрерывности кривизны, выпуклости дуги, однозначного проектирования её на хорду. Рассмотрены теорема В. Фогта о граничных углах выпуклой спиральной дуги, необходимые и достаточные условия существования таких дуг, координатные неравенства для них. Библ. – 8 назв.

УДК 514.752.22

Длинные спирали. Курносенко А. И. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 44–52.

Рассматриваются свойства спиральных кривых, связанные с характером их закручивания. Дано дальнейшее обобщение теоремы В. Фогта о граничных углах спиральной дуги в зависимости от убывания или возрастания кривизны. Библ. – 3 назв.

УДК 514.752.22

О построении спирали Корню с заданными линейными элементами на концах. Курносенко А. И. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 53–61.

Цель статьи – дополнить опубликованное в трёх предыдущих работах автора изложение свойств спиральных кривых конкретным примером их приложений. В качестве иллюстрации выбрана задача проектирования переходной кривой в виде дуги спирали Корню с заданными наклонами касательных на концах. Библ. – 5 назв.

УДК 514.752.22

Построение спиралей с заданными граничными условиями. Курносенко А. И. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 62–81.

Сохранение монотонности кривизны (спиральности) при инверсии используется для построения спирали с заданными элементами кривизны на концах (проблема, пока не нашедшая полноценного решения в Computer-Aided-Design-приложениях). Граничные условия определяют значения двух инвариантов – инверсного расстояния между кругами кривизны и угловой ширины линзы, заключающей дугу. Оказывается, что для решения вышеуказанной задачи достаточно на некоторой известной спирали найти дугу с такими же значениями инвариантов; остальную работу выполнит инверсия. В частности, любые возможные значения инвариантов реализуются на логарифмической спирали. Библ. – 9 назв.

УДК 514.752.22

Об одном свойстве логарифмических спиралей. Курносенко А. И. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 82–92.

При инверсии логарифмической спирали образуется двойная логарифмическая спираль. На кривых этого семейства реализуются все возможные в условиях монотонности и непрерывности кривизны граничные условия – наклоны касательных и криви́зны в заданных концевых точках. Тем самым решается задача построения спирали с непрерывной кривизной и заданными элементами кривизны на концах. Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

Одно экстремальное свойство выпуклых шестиугольников. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 93–96.

В работе обсуждается гипотеза о том, что для всякой плоской выпуклой фигуры K и содержащегося в ней треугольника T максимальной площади фигура K содержится в $\sqrt{5}T$. Показано, что для полного доказательства гипотезы её достаточно проверить в случае, когда K – выпуклый шестиугольник, но доказана она лишь в случае, когда K – выпуклый пятиугольник. Библ. – 2 назв.

УДК 514.172

О многоугольниках, вписанных в замкнутую пространственную кривую. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 97–102.

Пусть n – нечётное натуральное число. Доказывается, что если $n+2$ – степень простого числа, а γ – регулярная несамопересекающаяся замкнутая кривая в $\mathbb{R}^n$, то γ содержит вершины некоторой равнозвенной $(n+2)$-звенной замкнутой ломаной, $n+1$ вершин которой лежат в одной гиперплоскости. Также доказано, что если γ – спрямляемая замкнутая кривая в $\mathbb{R}^n$, то γ содержит лежащее в некоторой гиперплоскости множество из $n+1$ точек, разбивающее кривую γ на части, одна из которых вдвое длиннее каждой из остальных. Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

О параллелепипедах и центрально-симметричных шестиугольных призмах, описанных вокруг трёхмерного центрально-симметричного выпуклого тела. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 103–107.

Пусть K – трёхмерное центрально-симметричное компактное выпуклое множество единичного объёма. В работе доказано, что K содержится в центрально-симметричной шестиугольной призме или параллелепипеде объёма $4/\sqrt[3]{3} < 2,7735$. Отсюда следует, что K допускает решётчатую упаковку в пространстве плотностью по крайней мере $\sqrt[3]{3}/4 > 0,3605$. Кроме того, K заведомо содержится в параллелепипеде объёма $4(3+6/(\sqrt{3}(1+\operatorname{ctg}(\pi/12))))^{2/3}/3 < 3,2082$. Библ. – 6 назв.

УДК 514.172

О мере центральной симметрии полей выпуклых фигур и трёхмерных выпуклых тел. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 108–118.

Пусть $\gamma_2^3 : E_2(\mathbb{R}^3) \to G_2(\mathbb{R}^3)$ – тавтологическое расслоение над многообразием Грассмана 2-плоскостей в $\mathbb{R}^3$, где слоем над плоскостью является она же, рассматриваемая как двумерное подпространство в $\mathbb{R}^3$. Мы говорим, что в расслоении γ_2^3 задано поле выпуклых фигур, если в каждом слое выделена выпуклая фигура, непрерывно зависящая от этого слоя.

Теорема 1. *Во всяком поле выпуклых фигур в расслоении γ_2^3 найдётся фигура K, содержащая центрально-симметричную выпуклую фигуру площади $\geqslant (4+16\sqrt{2})S(K)/31 > 0,858\,S(K)$. (Через $S(K)$ обозначается площадь фигуры K.)*

Теорема 2. *Во всяком поле выпуклых фигур в расслоении γ_2^3 найдётся фигура K, содержащаяся в центрально-симметричной выпуклой фигуре площади $\leqslant (12\sqrt{2}-8)S(K)/7 < 1,282\,S(K)$.*

Теорема 3. *Всякое трёхмерное выпуклое тело K содержится в цилиндре с выпуклым центрально-симметричным основанием и объёмом $\leqslant (36\sqrt{2}-24)V(K)/7 < 3,845\,V(K)$. (Через $V(K)$ обозначается объем тела K.)*

Библ. – 5 назв.

УДК 514.172

О трёхмерных телах постоянной ширины. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 119–123.

Основные результаты работы таковы. Для трёхмерного тела K постоянной ширины 1 и прямой L обозначим через $L(K)$ множество точек касания с K касательных к телу K, параллельных L. В работе доказано, что для всякой прямой L кривая $L(K)$ спрямляема и имеет длину $\leqslant \sqrt{2}\pi$, причём данная оценка не улучшаема. Кроме того, всегда найдется такая прямая L, что длина ортогональной проекции кривой $L(K)$ на L не превосходит $\sin(\pi/10)+\sin(\pi/20) < 0,466$. Библ. – 2 назв.

УДК 514.172

Об аффинных ортаэдрах, вписанных в выпуклое тело. Макеев В. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 124–127.

Под выпуклым телом понимается компактное выпуклое множество в $\mathbb{R}^n$ с непустой внутренностью, а через $V(K)$ обозначается объём тела K. Аффинным ортаэдром в $\mathbb{R}^n$ назовём выпуклую оболочку n отрезков $A_1B_1, \dots, A_nB_n$, имеющих общую середину O и не лежащих в одной гиперплоскости. С аффинным ортаэдром A мы связываем аффинный флаг $F(A) : O \in L_1 \subset L_2 \subset \dots \subset L_n = \mathbb{R}^n$, где L_k есть аффинная оболочка отрезков $A_1B_1, \dots, A_kB_k$ для $1 \leqslant k \leqslant n$.

Теорема. *Во всякое выпуклое тело K в $\mathbb{R}^n$ вписан аффинный ортаэдр A, для аффинного флага которого $F(A)$ для каждого $2 \leqslant k \leqslant n$ выполняется следующее условие: опорные $(k-1)$-плоскости в точках A_k и B_k к телу $L_k \cap K$ в плоскости L_k параллельны плоскости L_{k-1}. Всякий аффинный ортаэдр A с вышеописанными свойствами имеет объем по крайней мере $V(K)/2^{n(n-1)/2}$.*

Библ. – 4 назв.

УДК 515.162.8+512.54

Формулы преобразований для псевдохарактеров групп кос. Малютин А. В. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 128–148.

В работе развивается теория псевдохарактеров групп кос Артина. Мы изучаем одно специальное семейство операторов между пространствами псевдохарактеров групп кос, описываем способы получения новых псевдохарактеров групп кос из уже известных, а также формулируем новые результаты общего характера о структуре всего пространства псевдохарактеров группы кос. Библ. – 12 назв.

УДК 514

О дискретных статистических моделях в хроногеометрии. Нецветаев Н. Ю. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 149–156.

В работе предлагается подход к введению пространства-времени – главного конструкта в хроногеометрии. При этом подходе пространство-время возникает как “непрерывная аппроксимация” дискретного объекта – графа взаимодействий. Обсуждается несколько простых примеров. Библ. – 9 назв.

УДК 514.144

Невыпуклые разбиения сферы и гиперболические виртуальные многогранники. Панина Г. Ю. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 157–171.

В статье представлено введение в теорию гиперболических виртуальных многогранников с точки зрения комбинаторной жесткости. Наш подход позволяет существенно упростить понятие гиперболического многогранника для читателя, знакомого с понятиями "ламанов граф", "$3D$ поднятие" и "невыпуклое разбиение". С этой точки зрения гиперболический виртуальный многогранник представляет собой невыпуклое вложение в S^2 графа с нетривиальным напряжением. Такой подход дает новое и наиболее убедительное доказательство существования гиперболических виртуальных многогранников. Библ. – 20 назв.

УДК 517.9

Общие условия гиперболичности для многозначных отображений. Пилюгин С. Ю., Ригер Я. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 172–186.

В терминах локальных селекторов дается определение свойства гиперболичности для динамических систем, порождаемых многозначными отображениями общего вида. Показано, что система, гиперболическая во введенном смысле, обладает свойствами отслеживания и обратного отслеживания. Показано также, что свойство гиперболичности выполнено для многозначных отображений некоторого класса, у которых образами точек являются выпуклые полиэдры. Библ. – 13 назв.

УДК 515.143

О гомотопических инвариантах отображений в окружность. Подкорытов С. С. — В кн.: Геометрия и топология. 11 (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 372), СПб., 2009, с. 187–202.

Гомотопические классы отображений пространства X в окружность T образуют абелеву группу $B(X)$ (*группу Брушлинского*). Говорят, что отображение $f\colon B(X) \to C$, где C – абелева группа, имеет *порядок* не выше r, если для всякого непрерывного отображения $a\colon X \to T$ величина $f([a])$ $\mathbb{Z}$-линейно выражается через характеристическую функцию $I_r(a)\colon (X\times T)^r \to \mathbb{Z}$ r-й декартовой степени графика отображения a. В работе доказывается, что порядок отображения f равен его алгебраической степени. (Говорят, что отображение между абелевыми группами имеет *степень* не выше r, если все его конечные разности порядка $r+1$ равны нулю.) Библ. – 2 назв.