Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 362, 2008 г.

К 75–ЛЕТИЮ ВСЕВОЛОДА АЛЕКСЕЕВИЧА СОЛОННИКОВА

8 июня 2008 исполнилось 75 лет выдающемуся петербургскому математику Всеволоду Алексеевичу Солонникову. Работая в Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова более 50-ти лет, он опубликовал около 250 научных работ по теории дифференциальных уравнений в частных производных и теории функций. Кроме того, Всеволод Алексеевич в течении 20-ти лет преподавал на кафедре математической физики математико-механического факультета ЛГУ. Он имеет много учеников, под его руководством защищено 2 докторских и 8 кандидатских диссертаций.

В. А. Солонников постоянно участвует в работе международных научных конференций в различных странах мира, говорит на 4 иностранных языках. Его приглашали читать лекции Колледж де Франс, центр Банаха, а также многие университеты Португалии, Италии, Германии. Работы Всеволода Алексеевича оказали серьезное влияние на многих математиков. Ученые из различных стран признают, что получают большой импульс в своей деятельности после дискуссий и совместной работы с ним. Многие ученики Всеволода Алексеевича впоследствии стали его коллегами и единомышленниками.

В. А. Солонников родился в Ленинграде в 1933 году. Его мама Галина Сергеевна была сестрой Ореста Сергеевича Солонникова, начальника штаба Тихоокеанского флота, который помогал ей растить сына. У маленького Севы была няня, она любила его, как родного, и впоследствии не оставляла забот о нём. Вдруг благополучная жизнь мальчика круто меняется: в страшном 1937 году дядя был снят с должности и расстрелян (реабилитирован в 1957). С началом войны маленький Сева едет вместе с няней в эвакуацию в Кировскую область, а его мама остается в блокадном Ленинграде и умирает в 1942 году. После возвращения в Ленинград он попадает в детский дом, а затем поступает в музыкальную школу-интернат при Ленинградской консерватории, где учится играть на виолончели. Здесь он знакомится с Татьяной Гамовой, которая позже становится его женой. Татьяна Федоровна и Всеволод Алексеевич прожили вместе 47 лет, воспитали сына.

Всеволод Алексеевич проявляет незаурядные способности к музыке и в 1951 году поступает в Ленинградскую консерваторию на теоретико-композиторский факультет. Но после первого курса В.А. Солонников решает резко изменить область своих занятий: он уходит из консерватории и поступает на физический факультет Ленинградского государственного университета. Так проявилась его давняя любовь к физике и математике, привитая ему ещё в интернате замечательным педагогом Ю. А. Мирским.

Научная деятельность Всеволода Алексеевича началась в конце 50-х годов прошлого века, когда он с отличием закончил университет, защитив дипломную работу на кафедре математической физики под руководством Ольги Александровны Ладыженской (1957). Сразу после окончания ЛГУ Всеволод Алексеевич поступает на работу в ЛОМИ им. В.А. Стеклова. Начиная с первых публикаций, он получает новые интересные результаты в различных областях математической физики и теории функций, многие из которых становятся классическими.

В рамках этой небольшой заметки нет возможности привести все результаты Всеволода Алексеевича, поэтому мы ограничимся описанием основных тем и наиболее значимых достижений.

I. Эллиптические и параболические задачи.

В начале 60-х научные интересы В. А. Солонникова были сконцентрированы на изучении общих эллиптических и параболических уравнений и систем. В своей кандидатской диссертации (1961) он доказал предельно точные априорные оценки решений основных краевых задач для уравнений эллиптического и параболического типов, а также для стационарной системы Стокса в соболевских пространствах. Затем, при подготовке докторской диссертации (1965), Всеволод Алексеевич строит теорию разрешимости начально-краевых задач для параболических систем общего вида в пространствах Соболева и Гельдера [1–3]. Новые методы исследования параболических задач, разработанные В. А. Солонниковым, описаны также в главах 4 и 7 монографии [4]. В 80-е году появляются работы, посвященные доказательству разрешимости краевых задач для эллиптических и параболических уравнений в областях с углами и ребрами на границе [5–7].

Позднее, при изучении задач со свободными границами для параболических уравнений, Всеволод Алексеевич совместно со своими учениками исследует так называемые некоэрцитивные задачи с динамическими краевыми условиями и получает для них предельно точные оценки в различных функциональных пространствах. На основании этих оценок, в цикле его совместных работ с Г. И. Бижановой в 90-х годах [8, 9] доказана локальная по времени классическая разрешимость задач Стефана и Веригина с минимальным порядком согласования начальных данных с краевыми условиями. Причем, доказано существование решения, являющегося по меньшей мере столь же гладким, что и в начальный момент времени.

В последние годы Всеволод Алексеевич опять вернулся к этой тематике и рассмотрел вместе со своей ученицей Е. В. Фроловой задачу с динамическим краевым условием для параболического уравнения с малым параметром ϵ при производной по времени в уравнении. Полученные ими равномерные гельдеровские оценки решения этой задачи при ϵ стремящемся к нулю позволили подтвердить справедливость квазистационарного приближения для однофазной задачи Стефана [10].

II. Теория функций.

Много внимания Всеволод Алексеевич уделяет изучению функциональных пространств, доказывая интерполяционные и мультипликативные неравенства, теоремы о следах. Такого рода результаты есть во многих его работах (см. например [2]).

В 60-е годы Всеволод Алексеевич успешно работает вместе с еще одним талантливым молодым сотрудником ЛОМИ – Кириллом Капитоновичем Головкиным. В цикле совместных работ [11–13] они указали условия, при которых оператор свертки является ограниченным оператором для широкого класса дробных пространств. В [13] условия ограниченности оператора свертки формулируются не только в терминах ограничений на ядро, но и в терминах символа оператора. В частности, ими были доказаны теоремы о мультипликаторах в пространствах Гельдера и Бесова, что позволило получить предельно точные оценки решений многих задач математической физики в этих пространствах.

III. Гидродинамика.

Начиная с 70-х годов прошлого века, центральное место в научных исследованиях Всеволода Алексеевича занимают задачи гидродинамики. Об этой тематике трудно рассказать лучше, чем было сделано в статье [14], написанной 5 лет назад при непосредственном участии

Ольги Александровны Ладыженской. Поэтому мы позволим себе процитировать часть этой статьи.

“Теоремы об оценках интегральных операторов, доказанные в первой части (докторской) диссертации, используются также для оценки решения первой начально-краевой задачи для трехмерной нестационарной системы Стокса, которая не является параболической [15]. С помощью этих оценок В. А. исследует затем дифференциальные свойства обобщенных решений нестационарной системы Навье–Стокса [16]. И в дальнейшем В. А. продолжает отшлифовывать доказательства получения точных оценок решений линеаризованных систем. В работе 1973 г. [17] он приводит еще одно доказательство предельно точных оценок в пространствах Соболева и Гёльдера для нестационарной задачи Стокса. Позже, когда возник интерес к анизотропным пространствам, В. А. получил точные оценки в пространствах $L_{q,r}(Q_T)$ для системы Стокса [18] и линеаризации модифицированных уравнений Навье–Стокса, предложенных О. А. Ладыженской.”

В середине 70-х годов появляются основополагающие работы О.А. Ладыженской и В.А. Солонникова по изучению краевых задач для уравнений Стокса и Навье–Стокса в областях с некомпактными границами [19, 20]. Ими доказаны теоремы о существовании решений с заданными потоками через сечения выходов на бесконечность, в случае когда выходы содержат конуса. Эти исследования для областей с достаточно широкими выходами на бесконечность были продолжены совместно с учеником Всеволода Алексеевича К.И.Пилецкасом [21]. Затем были исследованы задачи для областей с произвольными выходами на бесконечность и с заданными потоками в узких выходах, требующими уже отказа от конечности интеграла Дирихле. [22]. Подробный обзор результатов по задачам с некомпактными границами можно найти в [23].

“В 70-х же годах начинается изучение задач со свободными границами для вязких несжимаемых жидкостей. Важным блоком при изучении таких задач является краевая задача для системы Стокса, в которой на одной части границы задается нормальная компонента поля скоростей и касательная часть вектора нормальных напряжений, а на другой части – условие прилипания. Такая задача является частным случаем задач по общим эллиптическим системам, исследованным В. А. в 60-х годах. Детальный анализ, касающийся системы Стокса, был дан в работе [24]. Значительно труднее было исследовать задачи со свободными границами при наличии контакта свободной поверхности с твердой стенкой. В. А. принадлежат первые замечательные результаты по этим задачам в двумерных и трехмерных ограниченных областях [25, 26]. Это потребовало нахождения весовых пространств Соболева и Гёльдера, в которых имеют место коэрцитивные оценки для областей с ребрами."

"В начале 80-х годов В. А. приступает к изучению задачи о движении капли в полной ее постановке. Этот цикл его трудов открывается небольшой статьей 1984 г. [27], где он дает постановку задачи об эволюции изолированного объема вязкой несжимаемой капиллярной жидкости и приводит подробный план доказательства локальной однозначной разрешимости этой задачи в анизотропных пространствах Соболева–Слободецкого. Впоследствии этот план уточняется, так как исследование этой задачи оказалось сложнее, чем предполагал вначале автор. Для доказательства существования решения линейной задачи В. А. применяет свой метод построения регуляризатора, описанный им еще в монографии [4]. Полное доказательство локальной разрешимости задачи о движении вязкой капли было закончено к началу 90-х годов [28, 29]. Аналогичный результат для этой задачи в гёльдеровских классах функций был получен В. А. вместе со своим учеником И. Ш. Могилевским [30, 31]. В этом случае трудность оценки явного решения модельной полупространственной задачи состоит в отсутствии теоремы аналогичной теореме Кальдерона–Зигмунда для оценки сингулярных интегралов. В. А. Солонников и И. Ш. Могилевский применяют довольно сложный метод мультипликаторов Фурье для пространств Гёльдера. Эта тяжелая техника была впоследствии заменена Всеволодом Алексеевичем на более простую, но в гёльдеровских пространствах со сниженным показателем гладкости по времени [32]. Развитие этого упрощенного метода (см. также [33]) позволило В. А. (в соавторстве со своей ученицей И. В. Денисовой) доказать также локальную разрешимость аналогичной задачи для сжимаемой жидкости уже без потери гладкости по времени [34, 35].

Для малых начальных скоростей и для начальной формы капли близкой к шару В. А. получает существование глобального решения задачи о движении конечного объема самогравитирующей капиллярной несжимаемой [36], а затем и сжимаемой [37] жидкости. Он показывает, что в системе координат, связанной с центром масс капли, решение при больших временах приближается к вращению жидкости как твердого тела вокруг некоторой оси, а область, занимаемая жидкостью, стремится к фигуре равновесия. Позднее, В. А. исследует устойчивость осесимметрических фигур равновесия [38]. Совсем недавно В. А. Солонникову удалось показать, что достаточным условием устойчивости является положительность второй вариации функционала энергии [39]. Этот результат можно считать аналогом классических выводов А. М. Ляпунова, который анализировал устойчивость эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости без учета сил поверхностного натяжения.

Подробное изложение своих результатов и методов исследования задач со свободными границами В. А. привел в лекциях, прочитанных им в Летней школе на Мадейре в июне 2000 года [40]."

В последние годы Всеволод Алексеевич продолжает заниматься изучением устойчивости фигур равновесия вращающихся жидких масс. Вопрос о формах относительного равновесия вращающихся масс однородных самогравитирующих жидкостей и об их устойчивости интересовал математиков на протяжении нескольких столетий. Достаточно упомянуть, что в изучение этого вопроса в свое время внесли вклад Ньютон, Маклорен, Якоби, Пуанкаре, Ляпунов и многие другие ученые. В работах В.А. Солонникова последних лет эти исследования обретают форму строгой законченной математической теории. На основе анализа спектра линеаризованной задачи им установлена гарантированная неустойчивость симметричных фигур равновесия вращающейся несжимаемой жидкости в случае, когда вторая вариация функционала энергии может принимать отрицательные значения. Этот результат завершает математически строгое обоснование принципа минимума функционала энергии для фигур, обладающих осевой симметрией [41]. Кроме того, когда вторая вариация функционала энергии является положительной, он доказывает асимптотическую устойчивость вращающихся жидких масс, не подверженных действию сил капиллярности [42]. Сейчас находится в печати работа [43], где получены аналогичные результаты и для несимметричных фигур равновесия вращающейся жидкости, существование которых обосновал в начале прошлого века А. М. Ляпунов. Эта статья завершает цикл работ, посвящённых проблемам устойчивости вращающейся массы несжимаемой жидкости.

Возвращаясь к теме движения двух жидкостей, рассматриваемой им вместе с И.В. Денисовой в 90-х годах [44], Всеволод Алексеевич приводит постановки задач устойчивости вращающегося ограниченного объёма двухслойной жидкости [45].

Научные достижения Всеволода Алексеевича и его неиссякаемая творческая энергия высоко оценены Международным математическим сообществом. Он был удостоен премии Гумбальтовского научного фонда (Германия) (2003), ему присвоено звание профессора Университета г. Феррара (Италия). Юбилейные конференции, посвященные его 70-летию прошли в 2003 году в Португалии и Италии. В сентябре 2008 года в Банаховском центре (Польша) состоялась конференция "Параболические уравнения и уравнения Навье-Стокса", посвященная 75-летнему юбилею В. А. Солонникова.

Широкий кругозор, готовность обсуждать самые сложные и актуальные математические вопросы, а также демократичность в общении снискали ему любовь и уважение у математиков разных стран. Ученики Всеволода Алексеевича всегда будут благодарны ему не только за знания, которые он им передал, но и за ту теплоту и участие, с которыми он относится к их судьбе, за гостеприимный дом, хозяйкой которого долгие годы была Татьяна Фёдоровна, к сожалению, уже ушедшая от нас.

От лица друзей, учеников и коллег мы поздравляем Всеволода Алексеевича с юбилеем и желаем ему крепкого здоровья, счастья, творческого энтузиазма и многих лет плодотворной научной работы.

И. В. Денисова, К. И. Пилецкас, С. И. Репин, Г. А. Серегин, Н. Н. Уральцева, Е. В. Фролова

Литература

1. В. А. Солонников, *О краевых задачах для общих линейных параболических систем.* — ДАН СССР **157**, No. 1 (1964), 56–59.
2. В. А. Солонников, *Априорные оценки для уравнений второго порядка параболического типа.* — Труды МИАН **70** (1964), 133–212.
3. В. А. Солонников, *О краевых задачах для линейных параболических систем дифференциальных уравнений общего вида.* — Труды МИАН **83** (1965), 3–162.
4. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, *Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа.* Наука, М. (1964).
5. В. Зайончковский, В. А. Солонников, *О задаче Неймана для эллиптических уравнений второго порядка в областях с ребрами на границе.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **127** (1983), 7–48.
6. В. А. Солонников, *О разрешимости классических начально-краевых задач для уравнения теплопроводности в двугранном угле.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **138** (1984), 146–180.
7. В. А. Солонников, Е. В. Фролова, *О задаче с третьим краевым условием для уравнения Лапласа в плоском угле и ее приложении к параболическим задачам.* — Алгебра и анализ, **2**, No. 4 (1990), 213–241.

8. Г. И. Бижанова, В. А. Солонников, *О разрешимости начально-краевой задачи для параболического уравнения второго порядка с производной по времени в граничном условии в весовом гельдеровском пространстве функций.* — Алгебра и анализ **5**, No. 1 (1993), 109–142.
9. Г. И. Бижанова, В. А. Солонников, *Задачи со свободными границами для параболических уравнений второго порядка.* — Алгебра и анализ **12**, No. 6 (2000), 98–139.
10. В. А.Солонников, Е. В. Фролова, *О справедливости квазистационарного приближения для задачи Стефана.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **248** (2007), 209–253.
11. К. К. Головкин, В. А. Солонников, *Оценки интегральных операторов в трансляционно-инвариантных нормах.* — Труды МИАН, **70** (1964), 47–58.
12. К. К. Головкин, В. А. Солонников, *Оценки интегральных операторов в трансляционно-инвариантных нормах.* — Труды МИАН, **92** (1966), 5–30.
13. К. К. Головкин, В. А. Солонников, *Об оценках операторов свертки.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ, **7**, (1968), 6–86.
14. И. В. Денисова, О. А. Ладыженская, Г. А. Серегин, Н. Н. Уральцева, Е. В. Фролова, *К юбилею Всеволода Алексеевича Солонникова.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **306**, (2003), 7–15.
15. В. А. Солонников, *Оценки решений нестационарной линеаризованной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **70** (1964), 213–317.
16. В. А. Солонников, *О дифференциальных свойствах решений первой краевой задачи для нестационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **73** (1964), 221–291.
17. В. А. Солонников, *Оценки решений нестационарной системы Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **38** (1973), 153–231.
18. В. А. Солонников, *Оценки решений уравнений Стокса в пространствах С. Л. Соболева со смешанной нормой.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **288** (2002), 204–231.
19. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О разрешимости краевых и начально-краевых задач для уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами.* — Вестник ЛГУ **13**, No. 3 (1977), 39–47.
20. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О некоторых задачах векторного анализа и обобщенных постановках краевых задач для уравнений Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **59** (1976), 81–116.
21. В. А. Солонников, К. И. Пилецкас, *О некоторых пространствах соленоидальных векторов и о разрешимости краевой задачи для системы уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **79** (1977), 136–151.
22. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, *О нахождении решений краевых задач для стационарных уравнений Стокса и Навье–Стокса, имеющих неограниченный интеграл Дирихле.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **96** (1980), 117–160.
23. В. А. Солонников, *О задачах гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости в областях с некомпактными границами.* — Алгебра и анализ **4**, No. 6 (1992), 28–53.
24. В. А. Солонников, В. Е. Щадилов, *Об одной краевой задаче для стационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Труды МИАН **125** (1973), 196–210.

25. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи о плоском движении тяжелой вязкой несжимаемой капиллярной жидкости, частично заполняющей некоторый сосуд.* — Изв. АН СССР, сер. матем. **43** (1979), 203–236.
26. В. А. Солонников, *Разрешимость трехмерной задачи со свободной границей для стационарной системы уравнений Навье–Стокса.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **84** (1979), 252–285.
27. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи об эволюции изолированного объема вязкой несжимаемой капиллярной жидкости.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **140** (1984), 179–186.
28. В. А. Солонников, *Об одной начально-краевой задаче для системы Стокса, возникающей при изучении задачи со свободной границей.* — Труды МИАН СССР **188** (1990), 150–188.
29. В. А. Солонников, *Разрешимость задачи об эволюции вязкой несжимаемой жидкости, ограниченной свободной поверхностью, на конечном интервале времени.* — Алгебра и анализ **3**, No. 1 (1991), 222–257.
30. И. Ш. Могилевский, В. А. Солонников, *Разрешимость одной некоэрцитивной начально-краевой задачи для системы Стокса в гельдеровских классах функций.* — Z. Anal. Anwendungen **8**, No. 4 (1989), 329–347.
31. I. Sh. Mogilevskiĭ, V. A. Solonnikov, *On the solvability of an evolution free boundary problem for the Navier–Stokes equations in Hölder spaces of functions.* — Mathematical Problems Relating to the Navier–Stokes Equations, ser. on Advances in Math. Appl. Sci. (G. P. Galdi, eds.), vol. 11, World Sci. Publ., 1992, 105–181.
32. В. А. Солонников, *Оценки решения второй начально-краевой задачи для системы Стокса в пространствах функций с непрерывными по Гёльдеру производными по пространственным переменным.* — Зап. научн. семин. **259** (1999), 254–279.
33. V. A. Solonnikov, *On the justification of the quasistationary approximation in the problem of motion of a viscous capillary drop.* — Interfaces and Free Bundaries **1**, No. 2 (1999), 125–173.
34. И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Классическая разрешимость модельной задачи в полупространстве, связанной с движением изолированной массы сжимаемой жидкости.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **271** (2000), 92–113.
35. И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Классическая разрешимость задачи о движении изолированной массы сжимаемой жидкости.* — Алгебра и анализ **14**, No. 1 (2002), 71–98.
36. В. А. Солонников, *О неустановившемся движении конечной изолированной массы самогравитирующей жидкости.* — Алгебра и анализ **1**, No. 1 (1989), 207–248.
37. V. A. Solonnikov, *Evolution free boundary problem for equations of motion of viscous compressible barotropic self-gravitating fluid.* — SAACM **3**, No. 4 (1993), 257–275.
38. В. А. Солонников, *Оценка обобщенной энергии в задаче со свободной границей для вязкой несжимаемой жидкости.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **282** (2001), 216–243.
39. В. А. Солонников, *Об устойчивости осесимметрических фигур равновесия вращающейся вязкой несжимаемой жидкости.* — Алгебра и анализ **16**, No. 2 (2004) (в печати).

40. V. A. Solonnikov, *Lectures on Evolution Free Boundary Problems: Classical Solutions, in Math. Aspects of Evolving Interfaces.* — Lecture Notes in Maths., Springer **1812** (2003), 123–175.
41. V. A. Solonnikov, *On instability of axially symmetric equilibrium figures of rotating viscous incompressible liquid.* — Записки научных семинаров ПОМИ **318** (2004), 277–297.
42. V. A. Solonnikov, *On instability of equilibrium figures of rotating viscous incompressible self-gravitating liquid not subjected to capillary forces.* — J. Math. Sci., **139**, No. 1 (2006), 6338–6350.
43. V. A. Solonnikov, *On the stability of non-symmetric equilibrium figures of rotating self-gravitating liquid not subjected to capillary forces.* Volume dedicated to A. V. Kazhikhov, book series "Advances in Mathematical Fluid Mechanics". Birkhaeuser (to appear in 2009))
44. И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Классическая разрешимость задачи о движении двух вязких несжимаемых жидкостей.* — Алгебра и анализ, **7**, No. 5 (1995), 101«142.
45. В. А. Солонников, *On the problem of non-stationary motion of two viscous incompressible liquids.* — J. Math. Sci., **142**, No.1 (2007), 1844-1866.