УДК 517.987

Форм-факторы, плоские разбиения и случайные блуждания. Боголюбов Н. М. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 5–30.

Рассматривается так называемая "фазовая модель", которая является точно решаемой бозонной моделью. Установлена связь между определенными матричными элементами матрицы перехода этой модели и плоскими разбиениями – трехмерными диаграммами Юнга, заключенными в ящик конечного размера. Показано, что естественной моделью для описания дружественных пешеходов, т.е. пешеходов, которые могут собираться в узлах решетки, является "фазовая модель". Получено выражение для числа допустимых наборов решеточных путей фиксированного числа дружественных пешеходов за определенное число шагов. Библ. – 35 назв.

УДК 517.958:57

Неустойчивость, сложность и эволюция. Вакуленко С., Григорьев Д. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 31–69.

В этой статье мы рассматриваем новый класс случайных динамических систем, который содержит, в частности, нейронные сети. Для этих систем мы рассматриваем проблему "выживаемости": мы предполагаем, что система выживает, только если ее состояние находится в предписанной области П фазового пространства. Подход, развитый здесь, основан на фундаментальных идеях А. Колмогорова, Р. Тома, М. Громова, Л. Валианта, Л. Ван Валена и других.

При некоторых условиях можно показать, что почти все системы из нашего класса неустойчивы в следующем смысле: вероятность $P(T)$ покинуть область П в течение промежутка времени $[0, T]$ стремится к 1 при T, стремящемся к бесконечности. Однако если параметры системы могут меняться со временем (эволюционный случай), тогда возможно, что вероятность $P(T)$ может быть меньше 1 для всех времен. Далее мы изучаем свойства такой устойчивой эволюции, предполагая, что параметры системы кодированы некоторым

дискретным кодом. Это позволяет нам применить теорию сложности, алгоритмы и т.д. Эволюция есть марковский процесс изменения кода. Мы показываем, что при некоторых условиях эволюция неустойчивых систем обладает следующим свойством: относительная сложность Колмогорова кода не может быть ограничена при всех временах T. Для моделей типа нейронных сетей мы определяем сложность этих сетей. Мы показываем, что эта сложность также имеет тенденцию нарастать в течение устойчивой эволюции. Мы даем конкретные примеры такой эволюции. Библ. – 80 назв.

УДК 517.987, 511

Адическая реализация преобразования Морса и продолжение его действия на соленоид. Вершик А. М., Соломяк Б. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 70–90.

В работе рассматривается адическая реализация преобразования Морса на аддитивной группе целых диадических чисел. Обсуждаются арифметические свойства этого действия. Затем оно продолжается до действия группы рациональных диадических чисел на соленоиде. Библ. – 14 назв.

УДК 519.217

Несталкивающиеся диффузии Якоби как предел марковских цепей на графе Гельфанда–Цетлина. Горин В. Е. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 91–123.

В работе построена стохастическая динамика, связанная с мерами, возникающими в гармоническом анализе на бесконечномерной унитарной группе. Динамика получается как предел последовательности естественных марковских цепей на графе Гельфанда–Цетлина.

Мы вычисляем конечномерные распределения предельного марковского процесса, генератор и собственные функции его полугруппы.

Предельный процесс может быть отождествлен с h-преобразованием Дуба, примененным к семейству независимых диффузий. Пространственно-временные корреляционные функции предельного процесса имеют детерминантный вид. Библ. – 21 назв.

УДК 512.547

K_0-функтор и характеры группы рациональных перекладываний отрезка. Горячко Е. Е. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 124–138.

Мы исследуем K_0-функтор и характеры группы рациональных перекладываний отрезка, используя описание этой группы как индуктивного предела симметрических групп относительно периодических вложений. Библ. – 9 назв.

УДК 517

Дискретные симметрии, преобразование Дарбу и точные решения в модели Весса–Зумино–Новикова–Виттена. Гутшабаш Е. Ш., Кулиш П. П. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 139–152.

Матричное преобразование Дарбу применено для ассоциированной линейной системы, связанной с классической моделью Весса–Зумино–Новикова–Виттена. Получены явные одно- и двухсолитонные решения, и приведено N-солитонное решение. Проанализированы дискретные симметрии этой модели, и построены решения линеаризованного уравнения движения. Библ. – 17 назв.

УДК 515.124.4

О совпадении канонических вложений метрических пространств в банаховы. Затицкий П. Б. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 153–161.

Доказывается, что для конечного метрического пространства хотя бы на 5 точках два канонических вложения в банаховы пространства (вложения Хаусдорфа–Куратовского и Канторовича–Рубинштейна) различны. Библ. – 2 назв.

УДК 517.958

Пятивершинная модель и плоские разбиения в ящике. Капитонов В. С., Пронько А. Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 162–179.

Плоские разбиения в ящике рассмотрены в терминах пятивершинной модели на конечной решетке с фиксированными граничными условиями. В предположении равенства всех весов модели вычислена одноточечная корреляционная функция, описывающая вероятность состояния на произвольном горизонтальном ребре решетки, что эквивалентно перечислению плоских разбиений соответствующих покрытий ромбами шестиугольника с выколотым (или фиксированным) ромбом определенной ориентации в заданной точке. Решение задачи дано для ящика произвольного размера. Библ. – 27 назв.

УДК 519.148

Разбиение ацтекских диамантов и квадратов на домино. Кохась К. П. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 180–230.

В статье приведено несколько новых комбинаторных доказательств известных фактов о количествах разбиений на домино ацтекских диамантов и квадратов. Мы также доказываем обобщения этих теорем в терминах производящих многочленов некоторых статистик разбиений. Некоторые из приводимых результатов являются новыми, например, мы описываем способ прямого вычисления ранга разбиения диаманта или прямоугольника в терминах весов ребер.

Изложение самодостаточное, комбинаторные конструкции сопровождаются многочисленными рисунками. Библ. – 17 назв.

УДК 517.518.27

Сведение сопряжения в группе диффеоморфизмов вещественной прямой к сопряжению в подгруппе диффеоморфизмов, сохраняющих направление. О'Фаррел А. Г., Рогинская М. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 231–237.

Пусть Diffeo = Diffeo($\mathbb{R}$) обозначает группу по композиции бесконечно гладких диффеоморфизмов вещественной прямой $\mathbb{R}$, и пусть в ней Diffeo$^+$ – подгруппа диффеоморфизмов степени $+1$, т.е. сохраняющих ориентацию. Мы покажем, как свести проблему определения того, являются ли два заданных диффеоморфизма $f, g \in$ Diffeo сопряженными в Diffeo, к аналогичной задаче в подгруппе Diffeo$^+$. Основной результат описывает случай, когда диффеоморфизмы f и g имеют степень -1, и дает (явное и проверяемое) условие, которое надо добавить к сопрягаемости композиционных квадратов в Diffeo^+, чтобы гарантировать, что f и g сопряжены при помощи элемента из Diffeo^+. Метод использует формальные степенные ряды и результаты Н. Копел о централизаторах в группе диффеоморфизмов полуоткрытого интервала. Библ. – 4 назв.

УДК 514.177.2

Вписанные многоугольники суть критические точки площади. Панина Г., Химшиашвили Г. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 238–245.

Показано, что критическими точками функции (ориентированной) площади на конфигурационном пространстве плоского многоугольника общего типа являются его циклические конфигурации, т.е. те, которые можно вписать в окружность. В заключение кратко обсуждаются некоторые смежные вопросы. Библ. – 14 назв.

УДК 512.643.2

Уравнение КЗ, G-оперы, квантовая редукция Дринфельда–Соколова и квантовое тождество Гамильтона–Кэли. Талалаев Д., Червов А. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 246–259.

Оператор Лакса систем типа Годена является 1-формой на классическом уровне. В виду схемы квантования, предложенной Д. Талалаевым, естественно считать квантовый оператор Лакса связностью; она является частным случаем связности Книжника–Замолодчикова. В данной работе мы находим калибровочное преобразование, которое производит “вторую нормальную форму” или “форму Дринфельда–Соколова”. Кроме того, дифференциальный оператор, естественно соответствующий этой форме, задается квантовым характеристическим полиномом оператора Лакса (этот дифференциальный оператор называется G-опером или оператором Бакстера). Данные наблюдения позволяют очевидным образом связать решения уравнения КЗ и уравнения Бакстера и доказать, что данное уравнение КЗ имеет только мероморфные решения. Как следствие, мы получаем тождество Гамильтона–Кэли для операторов Лакса моделей типа Годена (в том числе для общего случая $\mathfrak{gl}_n[t]$). Представленная конструкция проливает новый свет на геометрическое соответствие Ленглендса. Мы

также обсуждаем связь данного сюжета с гомоморфизмом Хариш-Чандры. Библ. – 12 назв.

УДК 518.5, 513.6

Вычисление степени доминантного морфизма в нулевой характеристике за полиномиальное время. IV. Чистов А. Л. — В кн.: Теория представлений, динамические системы, комбинаторные методы. XVI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 360), СПб., 2008, с. 260–294.

Рассмотрим проективное алгебраическое многообразие W, которое является неприводимой компонентой множества всех общих нулей семейства однородных многочленов степеней меньше d от $n+1$ переменных в нулевой характеристике. Рассмотрим доминантный рациональный морфизм из W в W', заданный однородными многочленами степени d'. Мы предлагаем алгоритмы для вычисления объектов в общем положении, относящихся к данному морфизму. Эти алгоритмы являются детерминированными и полиномиальными от $(dd')^n$ и длины записи входных данных. Библ. – 13 назв.