УДК 512

Теорема Перрона–Фробениуса: доказательство с помощью цепей Маркова. Альпин Ю. А., Альпина В. С. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 5–16.

В работе представлено доказательство теоремы Перрона–Фробениуса, в котором вначале на языке графа матрицы доказывается существование формы Фробениуса для неприводимой неотрицательной матрицы. Затем с помощью эргодической теоремы теории цепей Маркова дается описание граничного спектра неприводимой стохастической матрицы. В заключительной части работы этот результат обобщается на неприводимые неотрицательные матрицы общего вида. Библ. – 7 назв.

УДК 519

Об асимптотических разложениях координатных сплайнов. Демьянович Ю. К. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 17–30.

Исследована асимптотика неполиномиальных координатных сплайнов лагранжева типа. Рассмотрения базируются на свойствах специально вводимой полилинейной функции шести векторных аргументов. Библ. – 3 назв.

УДК 512

Гауссово исключение и ранги компонент декартова разложения матрицы. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 31–35.

Предположим, что в декартовом разложении $n \times n$-матрицы A : $A = B + iC$, $B = B^*$, $C = C^*$, компонента B (или C) имеет ранг $r < n$. Показано, что для невырожденной A аналогичным свойством обладает обратная матрица A^{-1}. Как следствие, все имеющие смысл дополнения Шура в A имеют в своих декартовых разложениях компоненту B (или C) ранга $\leqslant r$. Активная подматрица на любом шаге гауссова исключения, примененного к A, есть дополнение Шура соответствующей ведущей главной подматрицы. Библ. – 2 назв.

УДК 512

Декомплексификация задач на собственные и псевдособственные значения. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 36–41.

Техника декомплексификации, предложенная для задач на псевдособственные значения в недавней публикации T. Jiang et al., обсуждается и сравнивается с классическим приемом декомплексификации задач на собственные значения. Даны простые объяснения обоих приемов и указаны их свойства, относящиеся к специальным классам матриц. Библ. – 4 назв.

УДК 512

О рангах главных подматриц диагонализуемых матриц. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 42–44.

Известно, что ранг диагонализуемой комплексной матрицы можно охарактеризовать как наивысший порядок ее ненулевых главных миноров. Стандартное доказательство этого факта использует представления коэффициентов характеристического многочлена в виде (альтернирующих) сумм всех главных миноров определенного порядка. Мы показываем, что для нормальных матриц возможно простое прямое доказательство, не опирающееся на эти представления. Библ. – 2 назв.

УДК 512

О произведении двух косогамильтоновых или двух кососимметричных матриц. Икрамов Х. Д., Фассбендер Х. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 45–51.

Показано, что произведение C двух косогамильтоновых матриц подчиняется условиям Штенцеля. Если хотя бы один из сомножителей невырожден, то условия Штенцеля сводятся к требованию, чтобы в системе элементарных делителей матрицы C каждый элементарный делитель, отвечающий ненулевому собственному значению, встречался четное число раз. Аналогичные утверждения верны в отношении произведения двух косо-псевдосимметричных матриц. Отмечено, что метод, предложенный Ван Лоаном для вычисления собственных значений вещественных гамильтоновых и косогамильтоновых матриц, может быть перенесен на комплексные косогамильтоновых тоновы матрицы. Наконец, показано, что вычисление собственных значений произведения двух кососимметричных матриц может быть сведено к вычислению собственных значений косогамильтоной матрицы, подобной этому произведению. Библ. – 7 назв.

УДК 512.643

Множества, содержащие сингулярный спектр квадратной матрицы. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 52–77.

В работе предложен общий подход, позволяющий получать различные области, содержащие сингулярный спектр матрицы $A = (a_{ij}) \in \mathbb{C}^{n\times n}$. При этом ключевым является следующий результат. Если σ – сингулярное число матрицы A, то определенная в работе матрица $C(\sigma, A)$ порядка $2n$ с диагональными элементами $\sigma^2 - |a_{ii}|^2$, $i = 1, \dots, n$, является вырожденной. Основываясь на этом результате, мы получаем области, содержащие сингулярный спектр A, применяя известные условия невырожденности типа диагонального преобладания. Масштабированные варианты областей, позволяющие, в частности, легко выводить результаты типа Фань Цзы для сингулярных чисел, получаются при переходе к сопряженной матрице $D^{-1}C(\sigma, A)D$, где D – положительно определенная диагональная матрица. Библ. – 16 назв.

УДК 512.643

О контурных множествах, содержащих сингулярный спектр квадратной матрицы. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 78–93.

В работе рассматриваются различные контурные множества, содержащие сингулярный спектр квадратной матрицы. Показано, что как в общем, так и в структурно симметричном случае, контурные множества представляют лишь теоретический интерес, поскольку совпадают со значительно более простыми множествами типа Островского–Брауэра, которые и следует использовать на практике. Библ. – 10 назв.

УДК 512.643

Множества, содержащие сингулярный спектр прямоугольной матрицы. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 94–105.

В работе обобщаются некоторые множества, содержащие сингулярный спектр квадратной матрицы, на случай $m \times n$ матрицы. В частности, показано, что при неограничительном предположении относительно упорядочения столбцов (при $m < n$) или строк (при $m > n$) матрицы справедлив аналог теоремы Гершгорина о локализации собственных значений квадратной матрицы. Библ. – 14 назв.

УДК 512.643

Поправка к статье "Об улучшении оценок Чистякова для перроновского корня неотрицательной матрицы". Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 106.

Указано одно ошибочное утверждение в предыдущей работе автора.

УДК 519

К решению задач алгебры для двухпараметрических матриц. 1. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 107–149.

Работа является первой из серии статей, посвященных обзору и разработке методов решения задач алгебры для двухпараметрических полиномиальных и рациональных матриц. В ней рассматриваются методы ранговых факторизаций, включающие относительно неприводимую факторизацию и ΔW-2 факторизацию, которые применяются для решения спектральных задач для двухпараметрических полиномиальных матриц $F(\lambda, \mu)$. Приводятся алгоритмы этих факторизаций, их свойства и применения к вычислению точек регулярного, сингулярного, регулярно-сингулярного спектров и им соответствующих спектральных векторов матрицы $F(\lambda, \mu)$. Вычисление точек спектров сводится к решению алгебраических уравнений от одной переменной. Предлагается оригинальный метод вычисления спектральных векторов по известным точкам спектра. Приводятся алгоритмы вычисления критических точек, а также алгоритм построения относительно свободного базиса правого нуль-пространства матрицы $F(\lambda, \mu)$. Устанавливаются условия существования свободных базисов и предлагаются алгоритмы их проверки. Приводится алгоритм вычисления одномерных решений системы нелинейных алгебраических уравнений от двух переменных. Исследуются спектральные свойства ΔW-2 метода. Библ. — 4 назв.

УДК 519

К решению задач алгебры для двухпараметрических матриц. 2. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 150–165.

Работа продолжает серию статей, посвященных обзору и разработке методов решения задач алгебры для двухпараметрических полиномиальных матриц общего вида. В ней рассматриваются AB-алгоритм и алгоритм ∇V-2 факторизации, а также их применения. Библ. – 4 назв.

УДК 519

К решению задач алгебры для двухпараметрических матриц. 3. Кублановская В. Н., Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 166–207.

Статья относится к серии статей, посвященных обзору и развитию методов решения задач алгебры для двухпараметрических полиномиальных и рациональных матриц общего вида. Рассматриваются методы линеаризации, позволяющие сводить решение уравнения $F(\lambda,\mu)x = 0$, где $F(\lambda,\mu)$ – полиномиальная двухпараметрическая матрица, к решению уравнения $D(\lambda,\mu)y = 0$, где $D(\lambda,\mu) = A(\mu) - \lambda B(\mu)$ – пучок полиномиальных матриц. Вводятся в рассмотрение согласованные пучки и рассматривается их применение к решению спектральных задач для матрицы $F(\lambda,\mu)$. Понятие понижающих подпространств обобщается на случай пучков полиномиальных матриц. Рассматривается алгоритм преобразования пучка полиномиальных матриц общего вида к пучку квазитреугольной формы. В случае кратного собственного значения пучка предлагаются алгоритмы построения жордановых цепочек. Библ. — 8 назв.

УДК 519

Оценка погрешности метода Ритца для сингулярного дифференциального уравнения второго порядка. Яковлев М. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XXI. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 359) СПб., 2008, с. 208–215.

Получена оценка погрешности метода Ритца для минимизации функционала

$$J(u) = \int_0^1 [u'(t)]^2 dt + \int_0^1 q(t)u^2(t)dt - 2\int_0^1 f(t)u(t)dt$$

в пространстве $\overset{\circ}{W}{}_2^1(0,1)$ в том случае, когда вместо обычного предположения о непрерывности $q(t)$ выполнено условие $q^2(t)t(1-t) \in L(0,1)$. Для непрерывных $q(t)$ новая оценка является более точной. Библ. – 5 назв.