Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 354, 2008 г.

А. П. Крауклис, П. В. Крауклис, А. Г. Фатьянов

РЕЗОНАНСНЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ОСЛАБЛЕННЫМИ ГРАНИЦАМИ

В инженерной геологии и сейсмологии существует понятие ослабленных границ как поверхностей, на которых нарушается жесткая связь между соседними участками среды. В некоторых случаях это приводит к опасным ситуациям при проведении горных работ и строительстве шахт или же к запуску землетрясений в сейсмологии. Такими поверхностями могут быть границы смены условий осадконакоплений, тектонические разрывы, контакты субдуцирующих литосферных плит с окружающей мантией и трещиноватые комплексы. В общем случае степень ослабленности характеризуется эффективным коэффициентом связи K, входящим в граничные условия, связывающие тангенциальные напряжения на контакте со скачком смещений (или скорости смещений). Жесткий контакт возникает при K, стремящимся к нулю. Таким образом, скользящий контакт является предельным случаем ослабленного контакта, и логично предположить, что основные особенности волновых полей имеют много общего и со случаем $K = 0$. К настоящему времени накопилось достаточно много фактов, свидетельствующих о распространенности таких границ, как в глобальном масштабе (тектоника плит), так и в условиях проведения локальных сейсмических работ (сейсморазведка, горные работы, гидроразрывы) [1–3]. Теоретически такие волны выделяются при решении волновых задач методом контурных интегралов и численным полуаналитическим методом. Здесь приводятся синтетические сейсмограммы, полученные этими методами, иллюстрирующие большую динамическую выразительность Kr-волн по сравнению с другими известными интерференционными волнами типа Лява и Релея.

Рассмотрим в цилиндрической системе координат упругий слой (1) $(0 < z < h)$, расположенный на упругом полупространстве (2) $(z < 0)$ (рис. 1).

Обозначим через a_i, b_i скорости продольных и поперечных волн,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (08-05-00285 и 06-05-64252).

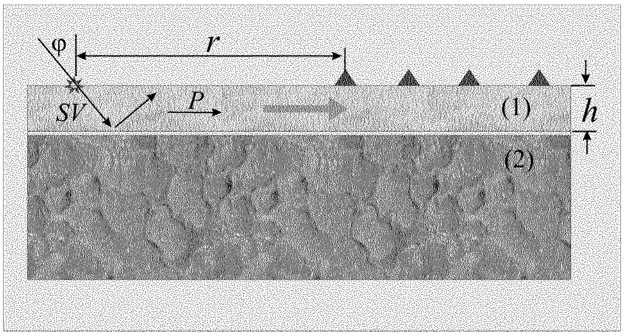

Рис. 1. Слой на полупространстве.

через μ_i, λ_i упругие модули и через ρ_i плотность в соответствующей среде. Скорости связаны с упругими модулями равенствами $\lambda_i + 2\mu_i = \rho_i a_i^2$, $\mu_i = \rho_i b_i^2$. На границе между слоем и полупространством выполняются условия скользящего контакта: равенство нормальных смещений и напряжений и равенство нулю сдвиговых напряжений. На свободной границе действует источник типа единичной нормальной силы. Для решения этой задачи мы используем аналитический метод контурного интегрирования и численный полуаналитический метод [2]. В первом случае решение для радиальной компоненты u_r и вертикальной компоненты u_z вектора смещений на свободной поверхности представляется в терминах интегралов Фурье–Бесселя и Мелина.

Сначала для простоты мы предположим, что полупространство и слой имеют одинаковые параметры, вследствие чего мы опускаем индекс i в последующих равенствах.

$$u_r = \int_0^\infty \frac{kJ_1(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \Big\{ -R\Big[g\,\mathrm{ch}\,kh\alpha\,\mathrm{sh}\,kh\beta - 2\alpha\beta\,\mathrm{sh}\,kh\alpha\,\mathrm{ch}\,kh\beta\Big] +$$

$$+2g^2\alpha\beta(-1+\mathrm{ch}\,kh\alpha\,\mathrm{ch}\,kh\beta)+$$

$$+(g^3-8\alpha^2\beta^2)\mathrm{sh}\,kh\alpha\,\mathrm{sh}\,kh\beta + 4\alpha\beta g\,\mathrm{ch}\,kh\alpha\,\mathrm{ch}\,kh\beta\Big\}\Delta^{-1}(kh,\eta)\,e^{kb\eta t}\,d\eta,$$

$$u_z = \int_0^\infty \frac{kJ_0(kr)\,dk}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \Big\{ -4\alpha\beta\,\mathrm{sh}\,kh\alpha\,\mathrm{ch}\,kh\beta +$$

$$+g^2 \operatorname{ch} kh\alpha \operatorname{sh} kh\beta + R \operatorname{sh} kh\alpha \operatorname{sh} kh\beta \Big\} \Delta^{-1}(kh,\eta) e^{kb\eta t}\, d\eta.$$

Следующие обозначения приняты в (1) и (2):

$$\beta = \sqrt{1+\eta^2}, \quad \alpha = \sqrt{1+\gamma^2\eta^2}, \quad R = g^2 - 4\alpha\beta, \quad g = 2+\eta^2, \quad \gamma = b/a,$$

$$\Delta(kh,\eta) = R(g^2 \operatorname{sh} kh\beta \operatorname{ch} kh\alpha - 4\alpha\beta \operatorname{sh} kh\alpha \operatorname{ch} kh\beta) -$$

$$-\Big\{8\alpha\beta g^2(\operatorname{ch} kh\alpha \operatorname{ch} kh\beta - 1) - (g^4 + 16\alpha^2\beta^2) \operatorname{sh} kh\alpha \operatorname{sh} kh\beta\Big\}.$$

Для однозначности радикалов α и β из точек ветвления проведены разрезы в левую полуплоскость параллельно оси $\mathrm{Im}\eta = 0$, а основные ветви фиксированы условиями $\arg\alpha = \arg, \beta = 0$ для $\eta > 0$. Поле смещений на поверхности слоя может быть определено смещением контура интегрирования внутренних интегралов в (1) и (2) в левую полуплоскость таким образом, что разрезы входят участками в общий контур. Интерференционные волны определяются вычетами в комплексных корнях уравнения, среди которых могут быть и чисто мнимые. Волны Kr соответствуют тем частям траекторий движения корней, рассматриваемых как функции kr, которые касаются точек $\pm ij^{-1}$.

Если выполняются условия:

$$\sin \frac{k_n h\sqrt{1-\gamma^2}}{2\gamma} = 0 \quad \text{или} \quad f_n = \frac{nb}{h\sqrt{1-\gamma^2}} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

(f – частота колебаний), тогда корни приходят в точку $\pm i\gamma^{-1}$. С физической точки зрения Kr-волны образуются в результате интерференции скользящих продольной P-волны и сдвиговой SV-волны, распространяющейся в окрестности критического угла $\varphi = \arcsin b/a$. Аналитический подход позволяет найти точное выражение для групповой скорости при резонансных частотах (4), групповую скорость волнового пакета V_{gr} и поляризацию Kr-волны:

$$V_{gr} = a\left(1 - \frac{(1-2\gamma^2)(1-\gamma^2)}{(1-2\gamma^2)^2 + 8\gamma^4(1-\gamma^2)}\right) = aC, \quad \gamma = \frac{b}{a}$$

Интересно заметить, что V_{gr} не зависит от параметров подстилающего слой полупространства и равна промежуточному значению

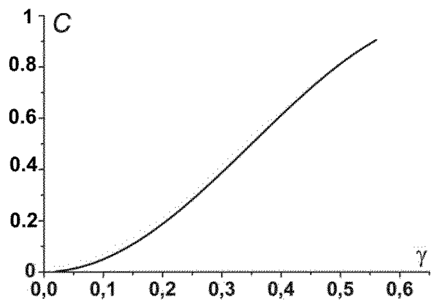

Рис. 2. Зависимость безразмерной групповой скорости ($V_{\rm gr} = Ca$) резонансной волны от отношения поперечной скорости в слое к продольной ($\gamma = b/a$).

между скоростями продольной и поперечной волн в материале слоя (рис. 2).

Из аналитического решения следует, что Kr-волна имеет преимущественную поляризацию в горизонтальном направлении. Для более детального рассмотрения этих эффектов мы рассчитали теоретические сейсмограммы полуаналитическим методом, представляющим комбинацию метода конечных разностей и аналитического метода Фурье-Бесселя. Для численного моделирования были выбраны две модели:

$$
\begin{array}{lllll}
\text{Модель I:} & a_1 = 4\text{км/с}, & b_1 = 2\text{км/с}, & \rho_1 = 3\text{гр/см}^3, & \\
 & a_2 = 4\text{км/с}, & b_2 = 2\text{км/с}, & \rho_2 = 3\text{гр/см}^3, & h = 50\text{м}. \\
\text{Модель II:} & a_1 = 4\text{км/с}, & b_1 = 2\text{км/с}, & \rho_1 = 3\text{гр/см}^3, & \\
 & a_2 = 5\text{км/с}, & b_2 = 2.5\text{км/с}, & \rho_2 = 3\text{гр/см}^3, & h = 50\text{м}.
\end{array}
$$

Временная функция источника и его спектр, представленные на рис. 3 были выбраны в виде:

$$
f(t) = \begin{cases} 4\varepsilon t e^{-\varepsilon t}, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \qquad S(t) = \frac{8\varepsilon\omega_0(\varepsilon + i\omega)}{\left[\omega_0^2 + (\varepsilon + i\omega)^2\right]^2} \qquad \varepsilon = 0.79\omega_0/\pi.
$$

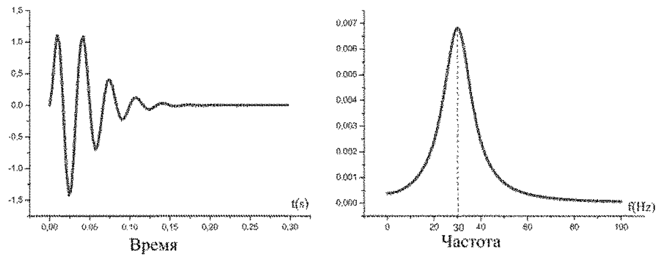

Рис. 3. Функция источника и ее спектр.

Приемники помещались на расстоянии 1, 2, 3, 4км, $f_0 = 30$Гц, $\omega_0 = 2\pi f_0$. Для сравнения была рассмотрена модель с жестким контактом слоя с полупространством.

Синтетические сейсмограммы.

Необходимо заметить, что на каждом рисунке первые четыре трассы представляют собой горизонтальные компоненты сигнала, а следующие четыре - вертикальные. Из рис. 4 следует, что в случае скользящего контакта горизонтальная компонента Kr-волны очень сильная. Она намного интенсивнее волны Релея. При жестком же контакте волна Kr не возникает. Групповая скорость Kr-волны равна 2.6км/с.

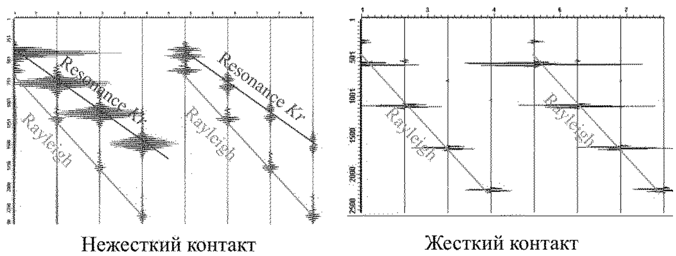

Рис. 4. Синтетические сейсмограммы для модели I.

Такая же ситуаци наблюдается и для модели II с различными параметрами слоя и полупространства (рис. 5). В случае скользящего контакта наблюдается сильная Kr-волна на сейсмограмме для горизонтальной компоненты. При жестком контакте присутствует лишь сильная релеевская волна на обеих компонентах.

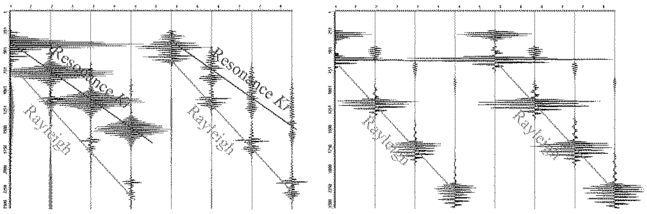

Рис. 5. Синтетические сейсмограммы для модели II.

Выводы.

Теоретические и численные исследования позволили сделать следующие выводы:

1. Внутри слоя, имеющего нежесткий контакт с упругим полупространством, существует резонансная Kr-волна.

2. Она имеет ряд специфических свойств, отличающих ее от других поверхностных волн:

а) ее спектр имеет выраженный резонансный характер и сосредоточен вокруг резонансных частот:

$$f_n = \frac{nb}{h\sqrt{1-\gamma^2}}, \quad (n = 1, 2, \dots),$$

где b – скорость поперечной волны внутри слоя, h – толщина слоя, γ – отношение скорости поперечной волны в слое к продольной скорости;

б) резонансная волна имеет поляризацию в направлении распространения, ее вертикальная компонента слабая;

в) в процессе распространения ее спектр сужается;

г) групповая скорость Kr-волны находится между поперечной и продольной скоростями волн внутри слоя, ее фазовая скорость равна продольной скорости в слое.

Литература

1. A. P. Crary, *Seismic studies on Fletcher's ice island.* — T-3, EOS, Trans. Amer. Geophys. Union **35** (1954), 293–300.
2. А. Г. Фатьянов, *Полуаналитический метод решения прямой и обратной динамических задач для слоистых сред.* — ДАН СССР **310**, No. 2 (1990), 323–327.
3. A. C Johnston, *Air blast recognition and location using regional seismographic networks.* — Bull. Seismological Soc. Amer. **77**, No. 4 (1987), 1446–1456.

4. П. В. Крауклис, Л. А. Крауклис, *О волнах в средах, содержащих поверхности ослабленного механического контакта.* — Зап. научн. семин. ЛОМИ **173** (1988), 113–122.
5. F. J. Sanchez-Secma, F. Luzon, *Can horizontal P wave be trapped and resonate in a shallow sedimentary basin?* — Geophys. J. Int. **124** (1996), 209–214.

Krauklis A. P., Krauklis P. V., Fatyanov A. G. Resonance waves in the media with nonwelded boundaries.

It is shown that in the layered media with weakened interfaces the resonance waves (Kr-waves) are arose. Such waves have the very characteristic frequencies and a lot of other cinematic and dynamic features distinguish them from the well-known Love and Rayleigh type waves. The comparison of the theoretical results with experimental seismic data indicates that Kr-waves can be formed in the real geological section. We show theoretically and numerically that in a sedimentary basin of finite lateral extent horizontal Kr-wave can be trapped and resonate. This wave has a number of interesting properties: wave spectrum has resonance frequency; wave group velocity is equal to an intermediate value between shear and longitudinal velocities; attenuation of wave increases when the frequency varies from the resonance value.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 19 мая 2008 г.