Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 347, 2007 г.

П. П. Кулиш, П. Д. Рясиченко

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНЗАЦ БЕТЕ ДЛЯ СЕМИВЕРШИННОЙ МОДЕЛИ

1. Введение

Развитие теории точно решаемых моделей и квантовый метод обратной задачи тесно связаны с уравнением Янга–Бакстера

$$R_{12}(\lambda-\mu)R_{13}(\lambda)R_{23}(\mu)=R_{23}(\mu)R_{13}(\lambda)R_{12}(\lambda-\mu). \qquad (1)$$

Решение данного уравнения (R-матрица) задает динамическую систему, исследование которой проводится в рамках квантового метода обратной задачи [1, 2]. Некоторые решения уравнения (1) связаны с алгебрами симметрии, что дает возможность классифицировать R-матрицы [3].

Спиновая цепочка с R-матрицей, отвечающей квантовой супералгебре $gl_q(1/1)$, была изучена в работе [4]. Эта модель относительно проста (модель свободных фермионов), что позволяет провести многие вычисления явно. Например, для статистической суммы модели на двумерной решетке с граничными условиями типа доменной стенки было получено явное выражение. Отметим, что в случае XXX, XXZ магнетиков, не являющихся моделями свободных фермионов, известны только детерминантные представления для статистической суммы [2, 5].

Используя преобразование твиста ("скручивания") из R-матрицы, рассмотренной в [6], было получено следующее решение уравнения (1) [8]:

$$R(\lambda)=\begin{pmatrix} \operatorname{sh}(\lambda+\eta) & 0 & 0 & 0\\ 0 & e^{\eta}\operatorname{sh}\lambda & e^{-\lambda}\operatorname{sh}\eta & 0\\ 0 & e^{\lambda}\operatorname{sh}\eta & e^{-\eta}\operatorname{sh}\lambda & 0\\ \xi\operatorname{sh}\lambda & 0 & 0 & \operatorname{sh}(\eta-\lambda) \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где ξ – параметр скручивания. При $\xi=0$ получается исходная R-матрица. Очевидно, что динамические системы, задаваемые эти-

Работа частично поддержана грантом РФФИ 06-01-00451.

ми двумя решениями уравнения (1), тесно связаны друг с другом. Однако, наличие седьмого ненулевого элемента в R-матрице (2) значительно усложняет ситуацию. В частности, как показано ниже, алгебра элементов матрицы монодромии имеет более сложную структуру по сравнению с аналогичной алгеброй в [6]. Последнее обстоятельство в свою очередь усложняет процедуру построения алгебраического анзаца Бете для гамильтониана системы, задаваемой R-матрицей (2).

Введение дополнительного оператора, являющегося разностью двух элементов на главной диагонали матрицы монодромии, позволило провести полностью процедуру алгебраического анзаца и найти собственные состояния и спектр системы. Это является первым шагом на пути сопоставления систем, задаваемых рассматриваемыми R-матрицами.

2. Анзац Бете для семивершинной модели

Гамильтониан, связанный с R-матрицей (2), находит применение при описании нестационарных процессов с несохранением частиц [7, 8]. В связи с этим представляет интерес задача нахождения собственных чисел и состояний данного гамильтониана. В данной части работы сформулированная проблема будет решена в рамках квантового метода обратной задачи.

Для удобства записи введем вспомогательные операторы:

$$\sigma^{up} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{down} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

тогда L-оператор системы имеет вид:

$$L_n(\lambda) = \begin{pmatrix} \sinh(\lambda+\eta)\sigma_n^{up} + e^{\eta}\sinh\lambda\sigma_n^{down} & e^{-\lambda}\sinh\eta\sigma_n^{-} \\ e^{\lambda}\sinh\eta\sigma_n^{+} + \xi\sinh\lambda\sigma_n^{-} & \sinh(\eta-\lambda)\sigma_n^{down} + e^{-\eta}\sinh\lambda\sigma_n^{up} \end{pmatrix} \qquad (3)$$

Далее строим матрицу монодромии $T(\lambda)$:

$$T(\lambda) = L_N(\lambda)\ldots L_1(\lambda) = \begin{pmatrix} A(\lambda) & B(\lambda) \\ C(\lambda) & D(\lambda) \end{pmatrix}.$$

Так как матрица монодромии $T(\lambda)$ сплетается R-матрицей (2), то мы приходим к следующей алгебре:

$$
\begin{gathered}
A(\lambda)A(\mu) = A(\mu)A(\lambda) + \frac{\xi \sinh(\lambda-\mu)}{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}B(\mu)B(\lambda), \\
A(\lambda)B(\mu) = \frac{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}{e^{-\eta}\sinh(\mu-\lambda)}B(\mu)A(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\mu-\lambda)}B(\lambda)A(\mu), \\
A(\lambda)C(\mu) = \frac{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}C(\mu)A(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}C(\lambda)A(\mu) + \xi e^{-\eta}D(\mu)B(\lambda), \\
[A(\lambda), D(\mu)] = \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}C(\mu)B(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}C(\lambda)B(\mu), \\
B(\lambda)A(\mu) = \frac{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}{e^{\eta}\sinh(\mu-\lambda)}A(\mu)B(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\mu-\lambda)}A(\lambda)B(\mu), \\
B(\lambda)B(\mu) = \frac{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}B(\mu)B(\lambda), \\
B(\lambda)C(\mu) = e^{-2\eta}C(\mu)B(\lambda) + \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}(D(\mu)A(\lambda) - D(\lambda)A(\mu)), \\
B(\lambda)D(\mu) = \frac{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}D(\mu)B(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\lambda-\mu)}D(\lambda)B(\mu), \\
C(\lambda)A(\mu) = \frac{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}A(\mu)C(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}A(\lambda)C(\mu) + \\
+ \frac{\xi\sinh(\lambda-\mu)}{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}B(\mu)C(\lambda), \\
C(\lambda)B(\mu) = e^{-2\eta}B(\mu)C(\lambda) + \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}(A(\mu)D(\lambda) - A(\lambda)D(\mu)), \\
C(\lambda)C(\mu) = \frac{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}C(\mu)C(\lambda) + \frac{\xi\sinh(\lambda-\mu)}{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}(D(\mu)D(\lambda) - A(\lambda)A(\mu)), \\
C(\lambda)D(\mu) = \frac{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}{e^{-\eta}\sinh(\mu-\lambda)}D(\mu)C(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\mu-\lambda)}D(\lambda)C(\mu) + \xi e^{\eta}B(\mu)A(\lambda), \\
[D(\lambda), A(\mu)] = \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}B(\mu)C(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}B(\lambda)C(\mu), \\
D(\lambda)B(\mu) = \frac{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}B(\mu)D(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{\lambda-\mu}}{e^{-\eta}\sinh(\lambda-\mu)}B(\lambda)D(\mu), \\
D(\lambda)C(\mu) = \frac{\sinh(\lambda-\mu+\eta)}{e^{\eta}\sinh(\mu-\lambda)}C(\mu)D(\lambda) - \frac{\sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}}{e^{\eta}\sinh(\mu-\lambda)}C(\lambda)D(\mu) + \xi e^{-\eta}A(\mu)B(\lambda), \\
D(\lambda)D(\mu) = D(\mu)D(\lambda) - \frac{\xi\sinh(\lambda-\mu)}{\sinh(\eta-\lambda+\mu)}B(\lambda)B(\mu).
\end{gathered}
\tag{4}
$$

Удобно ввести два новых оператора $t_{\pm}(\lambda) = A(\lambda) \pm D(\lambda)$ (причём оператор $t_{+}(\lambda)$ является трансфер-матрицей модели). Далее нам понадобятся следующие соотношения, следующие из (4):

$$[t_-(\lambda), t_+(\mu)] = \frac{2\xi \sinh(\lambda-\mu)}{\sinh(\lambda-\mu+\eta)} B(\mu)B(\lambda),$$
$$t_\pm(\lambda)C(\mu) = (e^{-\eta} a(\lambda,\mu)C(\mu) \mp \xi b(\lambda,\mu)B(\mu))t_\mp(\lambda) -$$
$$-(e^{-\eta} b(\lambda,\mu)C(\lambda) \mp \xi a(\lambda,\mu)B(\lambda))t_\mp(\mu), \tag{5}$$

где

$a(\lambda,\mu) = \sinh(\lambda-\mu+\eta)/\sinh(\lambda-\mu)$, $b(\lambda,\mu) = \sinh\eta e^{-(\lambda-\mu)}/\sinh(\lambda-\mu)$.

Связь гамильтониана и трансфер-матрицы сохраняется:

$$H = \frac{d}{d\lambda} \ln t_+(\lambda) \mid_{\lambda=0} . \tag{6}$$

Для гамильтониана H приходим к выражению:

$$H = \coth\eta \sum_{n=1}^{N} (\sigma_n^+ \sigma_{n+1}^- + \sigma_n^- \sigma_{n+1}^+) + \sum_{n=1}^{N} (\sigma_n^- \sigma_{n+1}^+ - \sigma_n^+ \sigma_{n+1}^-) +$$
$$+ \coth\eta \sum_{n=1}^{N} \sigma_n^3 + \xi \sinh^{-1}\eta \sum_{n=1}^{N} \sigma_n^- \sigma_{n+1}^- . \tag{7}$$

Из формулы (3) мы видим, что в данной модели отсутствует вырождение голого вакуума в случае $\xi \neq 0$. Поэтому в качестве вакуума выберем состояния

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \cdots \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B(\lambda)\Omega = 0,\ t_\pm(\lambda)\Omega = (e^{N\eta} \sinh^N \lambda \pm \sinh^N(\eta-\lambda))\Omega \equiv \phi_\pm(\lambda)\Omega. \tag{8}$$

Чтобы построить алгебраический анзатц Бете докажем следующее важное свойство:

$$B(\nu)C(\mu_1)\ldots C(\mu_k)\Omega = 0,$$

если

$$\phi_+(\nu) = \phi_+(\mu_1) = \cdots = \phi_+(\mu_k) = 0,$$

или

$$\phi_-(\nu) = \phi_-(\mu_1) = \cdots = \phi_-(\mu_k) = 0. \tag{9}$$

Из соотношений (4) приходим к:

$$B(\lambda)C(\mu)$$
$$=(e^{-2\eta})C(\mu)B(\lambda)+\frac{e^{-\eta}b(\lambda,\mu)}{2}\big(\{t_+(\mu),t_-(\lambda)\}-\{t_+(\lambda),t_-(\mu)\}\big).$$

Свойство (9) будем доказывать по индукции. Рассмотрим случай, когда $\phi_+(\nu)=\phi_+(\mu_1)=\cdots=\phi_+(\mu_k)=0$, тогда для одномагнонного состояния $C(\mu_1)\Omega$ имеем:

$$B(\nu)C(\mu_1)\Omega=(e^{-2\eta})C(\mu_1)B(\nu)\Omega$$
$$+\frac{e^{-\eta}b(\nu,\mu_1)}{2}\big(\{t_+(\mu_1),t_-(\nu)\}-\{t_+(\nu),t_-(\mu_1)\}\big)\Omega=$$
$$=e^{-\eta}b(\nu,\mu_1)(\phi_+(\mu_1)\phi_-(\nu)-\phi_+(\nu)\phi_-(\mu_1))\Omega=0.$$

Предположим, что свойство (9) выполнено для $(k-1)$-магнонного состояния $C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega$, докажем его для k-магнонного состояния $C(\mu_1)\dots C(\mu_k)\Omega$.

$$B(\nu)C(\mu_1)\dots C(\mu_k)\Omega=e^{-2\eta}C(\mu_1)B(\nu)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega+$$
$$+\frac{e^{-\eta}b(\lambda,\mu)}{2}\big(\{t_+(\mu_1),t_-(\nu)\}-\{t_+(\nu),t_-(\mu_1)\}\big)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega.$$

Первое слагаемое равно нулю в силу индукционного предположения. Покажем, что

$$\big(\{t_+(\mu_1),t_-(\nu)\}-\{t_+(\nu),t_-(\mu_1)\}\big)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=0$$

Пусть k – чётное число, тогда:

$$t_-(\nu)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=0,\qquad t_-(\mu_1)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=0,$$

так как при перестановке операторов t_- с операторами C выделятся множители $\phi_+(\nu),\phi_+(\mu_2),\dots,\phi_+(\mu_k)$ согласно (5). Значит,

$$\big(\{t_+(\mu_1),t_-(\nu)\}-\{t_+(\nu),t_-(\mu_1)\}\big)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=$$
$$=(t_-(\nu)t_+(\mu_1)-t_-(\mu_1)t_+(\nu))C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=$$
$$=([t_-(\nu),t_+(\mu_1)]-[t_-(\mu_1),t_+(\nu)])C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=$$
$$=\left(\frac{2\xi\sinh(\nu-\mu_1)}{\sinh(\nu-\mu_1+\eta)}B(\mu_1)B(\nu)-\frac{2\xi\sinh(\mu_1-\nu)}{\sinh(\mu_1-\nu+\eta)}B(\nu)B(\mu_1)\right)$$
$$C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega=0$$

Пусть теперь k – нечётное число, тогда:

$$t_+(\nu)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = t_+(\mu_1)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = 0,$$

так как при перестановке операторов t_+ с операторами C выделятся множители $\phi_+(\nu), \phi_+(\mu_2), \dots, \phi_+(\mu_k)$ согласно (5). Значит,

$$\begin{gathered}\big(\{t_+(\mu_1), t_-(\nu)\} - \{t_+(\nu), t_-(\mu_1)\}\big)C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = \\ = (t_+(\mu_1)t_-(\nu) - t_+(\nu)t_-(\mu_1))C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = \\ = ([t_+(\mu_1), t_-(\nu)] - [t_+(\nu), t_-(\mu_1)])C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = \\ = \left(\frac{2\xi\sinh(\mu_1-\nu)}{\sinh(\mu_1-\nu+\eta)}B(\nu)B(\mu_1) - \frac{2\xi\sinh(\nu-\mu_1)}{\sinh(\nu-\mu_1+\eta)}B(\mu_1)B(\nu)\right) \\ C(\mu_2)\dots C(\mu_k)\Omega = 0\end{gathered}$$

Таким образом, свойство (9) в случае $\phi_+(\nu) = \phi_+(\mu_1) = \dots = \phi_+(\mu_k) = 0$ доказано. Случай $\phi_-(\nu) = \phi_-(\mu_1) = \dots = \phi_-(\mu_k) = 0$ рассматривается аналогично. Следовательно, свойство (9) доказано полностью.

Обратимся непосредственно к посторению собственных состояний трансфер-матрицы $t_+(\lambda)$. Будем искать их в виде $C(\mu_1)\dots C(\mu_l)\Omega$. Пусть l – чётное число, наложим условие $\phi_+(\nu) = \phi_+(\mu_1) = \dots = \phi_+(\mu_k) = 0$, тогда получим:

$$\begin{gathered}t_+(\lambda)C(\mu_1)\dots C(\mu_l)\Omega = (\overrightarrow{\prod_{k=1}^{l}}(e^{-\eta}a(\lambda,\mu_k)C(\mu_k) \\ +(-1)^k\xi b(\lambda,\mu_k)B(\mu_k)))t_+(\lambda)\Omega,\end{gathered}$$

так как во всех остальных слагаемых из выражения (5) выделятся $t_+(\mu_j)\Omega$. Все векторы $\sim C(\mu_1)\dots C(\mu_{k-1})B(\mu_k)C(\mu_{k+1})\dots C(\mu_l)\Omega = 0$ по свойству (9), следовательно,

$$t_+(\lambda)C(\mu_1)\dots C(\mu_l)\Omega = \phi_+(\lambda)e^{-\eta}\left(\prod_{k=1}^{l}a(\lambda,\mu_k)\right)C(\mu_1)\dots C(\mu_l)\Omega.$$

Теперь пусть l – нечётное, тогда наложим условие $\phi_-(\nu) = \phi_-(\mu_1) = \dots = \phi_-(\mu_k) = 0$, тогда получим:

$$\begin{gathered}t_+(\lambda)C(\mu_1)\dots C(\mu_l)\Omega = (\overrightarrow{\prod_{k=1}^{l}}(e^{-\eta}a(\lambda,\mu_k)C(\mu_k) \\ +(-1)^k\xi b(\lambda,\mu_k)B(\mu_k)))t_-(\lambda)\Omega,\end{gathered}$$

так как во всех остальных слагаемых из выражения (5) выделятся $t_-(\mu_j)\Omega$. Все векторы $\sim C(\mu_1)\ldots C(\mu_{k-1})B(\mu_k)C(\mu_{k+1})\ldots C(\mu_l)\Omega = 0$ по свойству (9), следовательно,

$$t_+(\lambda)C(\mu_1)\ldots C(\mu_l)\Omega = \phi_-(\lambda)e^{-\eta}\left(\prod_{k=1}^{l} a(\lambda,\mu_k)\right)C(\mu_1)\ldots C(\mu_l)\Omega.$$

Окончательно можем написать:

$$t_+(\lambda)C(\mu_1)\ldots C(\mu_l)\widetilde{\Omega} = (e^{N\eta}\sinh^N\lambda + (-1)^l\sinh^N(\eta-\lambda))\times \\ \times\left(\prod_{k=1}^{l}\frac{\sinh(\lambda-\mu_k+\eta)}{\sinh(\lambda-\eta)}\right)C(\mu_1)\ldots C(\mu_l)\widetilde{\Omega}, \qquad (10)$$

если числа $\mu_1,\ldots,\mu_k$ удовлетворяют уравнениям Бете:

$$\left(\frac{\sinh(\eta-\mu_j)}{e^{\eta}\sinh\mu_j}\right)^N = (-1)^{l+1}. \qquad (11)$$

Зная связь гамильтониана и трансфер-матрицы (6), находим, что векторы $C(\mu_1)\ldots C(\mu_l)\Omega$ собственные для H, если числа $\mu_1,\ldots,\mu_k$ удовлетворяют уравнениям Бете (11), а собственные значения $E(\mu_1,\ldots,\mu_k)$, отвечающие таким векторам, равны:

$$E(\mu_1,\ldots,\mu_k) = N\coth\eta + \sum_{j=1}^{K}\frac{\sinh\eta}{\sinh\mu_j\sinh(\mu_j+\eta)}. \qquad (12)$$

Спектр гамильтониана не зависит от параметра ξ. Однако, от данного параметра зависят собственные состояния системы. Чтобы продемонстрировать такую зависимость, выпишем явно координатную форму бетевских векторов. Подействуем каждым элементом матрицы монодромии $T(\mu)$ на вектор Ω:

$$T(\mu)\Omega = \begin{pmatrix} A(\mu)\Omega & B(\mu)\Omega \\ C(\mu)\Omega & D(\mu)\Omega \end{pmatrix} = L_N(\mu)\ldots L_1(\mu)\Omega.$$

Учтём, что $B(\mu)\Omega = 0$, тогда, выбрав элемент $(2,1)$ из предыдущего равенства, получим:

$$C(\mu)\Omega = e^{\mu}\sinh\eta\sinh^N(\eta-\mu)(e^{\eta}\sinh\mu)^{-1}\sum_{k=1}^{N}\frac{e^{\eta}\sinh\mu}{\sinh(\eta-\mu)}\sigma_k^{+}\Omega. \qquad (13)$$

Теперь подействуем каждым элементом матрицы $T(\mu_1)$ на одномагнонное состояние $C(\mu_2)\Omega$

$$T(\mu_1)C(\mu_2)\Omega = \begin{pmatrix} A(\mu_1)C(\mu_2)\Omega & B(\mu_1)C(\mu_2)\Omega \\ C(\mu_1)C(\mu_2)\Omega & D(\mu_1)C(\mu_2)\Omega \end{pmatrix}$$
$$= L_N(\mu_1)\dots L_1(\mu_1)C(\mu_2)\Omega.$$

После несложных вычислений приходим к записи:

$$C(\mu_1)C(\mu_2)\Omega = (\dots)_{|\xi=0}$$
$$+\xi \sinh \eta e^{\mu_2} \sinh \mu_1 \frac{\sinh^N(\eta-\mu_1)\sinh^N(\eta-\mu_2)}{e^{2\eta}\sinh\mu_1 \sinh\mu_2}\times$$
$$\times \sum_{k=1}^{N}\left(\frac{e^{\eta}\sinh\mu_1}{\sinh(\eta-\mu_1)}\frac{e^{\eta}\sinh\mu_2}{\sinh(\eta-\mu_2)}\right)^k \Omega,$$

где первое слагаемое не зависит от ξ. Таким образом, в двухмагнонном состоянии в целом появилась зависимость от параметра ξ.

3. Заключение

Получены для семивершинной модели результаты можно применить в теории диффузии. В работах [7, 8] авторы интересовались, в частности, критическими экспонентами для таких систем. Дадим определение этого понятия. Обозначим через n_m концентрацию частиц в узле номер m, тогда двухточечная корреляционная функция определяется как

$$G(r,t) = \langle n_m n_{m+r}\rangle - \langle n_m\rangle\langle n_{m+r}\rangle$$

где среднее вычисляется для какого-либо состояния, изменяющегося со временем. Расссмотрим предел $r,t \to \infty$ такой, что $u = r^2/t$ фиксировано. Критическая экспонента y определяется через асимптотику $G(r,t)$:

$$G(r,t) \sim r^{-y} g(u),$$

где $g(u)$ – скейлинговая функция. В работе [7] системы изучались с помощью преобразования Йордана–Вигнера. Было высказано утверждение о фундаментальной роли критической экспоненты в случае неравновесной задачи.

В качестве начального состояния для вычисления скейлинговой функции планируется использовать какую-либо комбинацию векторов алгебраического анзаца Бете.

Литература

1. L. D. Faddeev, *How algebraic Bethe Ansatz works for integrable model.* In: Quantum Symmetries /Symmetries Quantiques, A. Connes et al. (eds.). North-Holland, Amsterdam (1998), 149–219.
2. Н. М. Боголюбов, А. Г. Изергин, В. Е. Корепин, *Корреляционные функции интегрируемых систем и квантовый метод обратной задачи.* Наука, М. (1992).
3. P. P. Kulish, E. K. Sklyanin, *Quantum spectral transformed method. Recent developments.* — Lect. Notes Phys. **151** (1982), 61–159.
4. П. П. Кулиш, П. Д. Рясиченко, *Спиновая цепочка, связанная с квантовой супералгеброй* $sl_q(1/1)$. — Зап. научн. семин. ПОМИ **325** (2005), 146–162.
5. V. U. Korepin. — Comm. Math. Phys. **86** (1982), 391–418.
6. Е. В. Дамаскинский, П. П. Кулиш, *Симметрии, связанные с уравнением Янга–Бакстера и уравнением отражения.* — Зап. научн. семин. ПОМИ **269** (2000), 180–192.
7. F. C. Alcaraz, M. Droz, M. Henkel and V. Rittenberg. *Reactin-diffusion processes, critical dynamics, and quantum chains.* — Ann. Phys. **230** (1994), 250–302.
8. H. Hinrichsen and V. Rittenberg. *A two-parameter deformation of the* $su(1,1)$ *superalgebra and* XY *quantum spin chain in a magnetic field.* — Phys. Lett. B. **275** (1992), 350–354.

Kulish P. P., Ryasichenko P. D. Algebraic Bethe ansatz for seven-vertex model.

The work is dedicated to the construction of algebraic Bethe ansatz for seven-vertex model. R-matrix of the system is obtained by means of twist from six-vertex model consider by us earlier. The presence of seven nonzero element in R-matrix complicates the situation. In particular the commutation relations of elements of monodromy matrix becomes more difficult in comparison with the six-vertex model. But we construct algebraic Bethe ansatz by help of introducing of new operator that is the difference between two operators on the main diagonal of monodromy matrix. The eigenstates and the spectrum of the system were found. This is the first step on the way of comparison of the systems with six- and seven-vertex R-matrix respectively.

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН

Поступило 19 октября 2007 г.