Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 347, 2007 г.

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов,
П. Джаккони, Р. Роденберг, Р. Солдати

СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ ФЕРМИОНОВ НА ДОМЕННОЙ СТЕНКЕ В ПЯТИМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Посвящается М. П. Бронштейну
к 100-летию со дня рождения

1. Введение

Предположение о том, что наша Вселенная может существовать на доменной стенке в многомерном пространстве-времени, вызвало недавно большой интерес [1–2] благодаря тому, что эта идея открывает новые подходы к решению таких проблем, как происхождение массы и иерархия масштабов в теории элементарных частиц. Различные сценарии доменных стенок ("бран") и их приложения можно найти в многочисленных обзорах [3–10].

В настоящей работе формулируется и исследуется модель с самодействием фермионов и гравитацией, индуцированной полями материи в некомпактном $4+1$-мерном пространстве-времени [11]. В режиме сильной связи возникает спонтанное нарушение трансляционной симметрии, приводящее к локализации легких частиц на $3+1$-мерной плоской доменной стенке ("3-бране"), которая вложена в пятимерное пространство анти-де Ситтера. В результате, легкие массивные дираковские частицы, скалярные бозоны, частицы типа Хиггса и браноны - флуктуации браны, принадлежат доменной стенке, а массивные состояния могут с некоторой вероятностью туннелировать в обьем, т.е. в пятое измерение. Таким образом, мы рассматриваем механизм образования Стандартной модели для фермионов на $3+1$-мерной бране.

Эта работа поддержана Грантом INFN/IS-PI13. А. А. Андрианов и В. А. Андрианов были частично поддержаны Грантами РФФИ 05-02-17477, Программой поддержки ведущих научных школ: НШ-5538.2006.2 и Программой "Развитие научного потенциала Высшей школы": раздел 2.2.1.

Доменная стенка сама по себе часто рассматривается как элементарный геометрический обьект в пространстве высших размерностей с нулевой протяженностью в дополнительных измерениях ("тонкая брана"), как это было предложено в теориях суперструн, см. например, [4] и ссылки там же. Альтернативное описание доменных стенок, но с конечной толщиной ("толстая брана") дает эффективная теория поля, которая допускает возможность нарушения трансляционной инвариантности. Так например, образование толстой браны с локализацией на ней легких частиц может быть получено, в частности, при помощи [12, 13] фоновых скалярных и/или гравитационных полей, существующих в пространстве высших размерностей, когда их вакуумные конфигурации имеют нетривиальную топологию. При этом появляются состояния с (почти) нулевой массой на бране. В связи с этим имеет смысл исследовать механизмы того, как такие фоновые поля могут образовываться и индуцировать спонтанное нарушение трансляционной симметрии [14].

Во втором разделе формулируется пятимерная модель для фермионов с самодействием. Для локализации массивных дираковских фермионов оказывается достаточным использовать четырехфермионное самодействие в скалярном канале. Оно содержит две размерные константы взаимодействия выраженные в единицах масштаба Λ, который играет роль параметра "обрезания", ограничивающего энергию-импульс для виртуальных фермионов. В этом же разделе, с помощью скалярной бозонизации четырехфермионного взаимодействия, получено низкоэнергетическое эффективное действие для составных скалярных полей в приближении среднего поля (или большого числа N фермионных степеней свободы в Стандартной модели). Эффективное действие, возникающее из однопетлевых фермионных поправок, включает в себя эффективный потенциал с радиационными вкладами от высокоэнергетических виртуальностей, а также кинетические члены для скалярных и внешних полей, наделяя их структурой составных полей. Полученное эффективное действие служит для описания низкоэнергетического явления нарушения т.н. τ- дискретной симметрии и, далее, трансляционной инвариантности. Характеристический масштаб M нарушения трансляционной симметрии, обратная величина которого характеризует толщину браны, может быть значительно меньше, чем масштаб композитности Λ, что позволяет соотнести образование браны и явление локализации к области низких энергий. В результате возникают такие вакуумные состояния типа доменной стенки, которые приводят к локализации легких дираковских фермионов на бране. При вычислении эффективного действия использован метод конечно-модовой регуляризации [15] с разделением фермионных полей на высоко- и низкоэнергетические компоненты, в евклидовом пространстве-времени с инвариантным обрезанием.

В разделе 3, на основе полученного низкоэнергетического эффективного действия, исследованы спектральные характеристики легких частиц, локализованных на бране. Описана структура ультранизкоэнергетического лагранжиана и получены соотношения для констант связи взаимодействия легких частиц, которые параметризуются отношением M/Λ (масштабов нарушения трансляционной симметрии и композитности).

В разделе 4 рассмотрен механизм неспонтанного (явного) нарушения трансляционной симмерии и вычислен модифицированный спектр масс для частиц Хиггса и бранонов. Оказывается, что небольшие топологические дефекты не меняют основную динамику легких фермионов и скаляров на бране. Материя Стандартной модели остается стабильной и массивные браноны не распадаются в пару фемион-антифермион. Это обстоятельство затрудняет их регистрацию в экспериментах на современных ускорителях.

Взаимодействие в канале со спином 2 (гравитация в пятимерном пространстве-времени) вводится в разделе 5 нелинейно [11], обеспечивая ковариантность модели с помощью диффеоморфизмов пространства-времени, и дополняется затравочной космологической константой так, чтобы сбалансировать образование физической космологической константы на бране. Гравитация полностью порождается пятимерным веществом и, тем самым, является индуцированной гравитацией в смысле Сахарова–Зельдовича [16]. Исследование ограничивается классом конформно-подобных метрик (т.н. “искаженных” или линейчатых геометрий) с гиперплоскостями пространства Минковского в каждой точке вдоль пятимерной координаты. Что касается уравнений типа Эйнштейна, они могут быть преобразованы так, что одно из них содержит лишь конформный фактор, характеризующий “искаженность” пятимерного пространства анти-де

Ситтера, в то время как другое уравнение представляет собой интеграл движения с космологической константой в качестве константы интегрирования. Найдено общее решение для уравнений Эйнштейна и нелинейных уравнений Клейна–Фока–Гордона в приближении слабой гравитации, т.е. в предположении относительно малой пятимерной гравитационной константы, которая определяется в разделе 4 после соответствующей нормировки на Ньютоновскую гравитационную константу на доменной стенке (бране). Как оказывается, в главном порядке уравнения движения для скалярных полей не чувствительны к гравитации, а их решения совпадают со случаем исследованном в [14] для плоского пятимерного пространства-времени.

Раздел 6 посвящен оценке всех масштабов и констант взаимодействий, которые были введены в модели. В частности, обсуждаются соотношения между пятимерной массой Планка, масштабами композитности, нарушения трансляционной симметрии и кривизной пространства анти-де Ситтера. Для этого используются значение ньютоновской константы и ограничения на отклонение от закона Ньютона на основе современных экспериментальных данных [17]. Получено, что как масштаб композитности, так и масштаб нарушения трансляционной симметрии должен быть очень большим, сравнимым с масштабом великого обьединения 10^{15} ГэВ. Если индуцированная гравитация доминирует при сверхнизких энергиях, то скалярное взаимодействие сильно подавлено и флуктуации браны ("браноны") являются подходящими "стерильными" кандидатами, вносящими вклад в темную материю [18]. Вычисленная индуцированная космологическая константа на бране, точно обращается в нуль, обеспечивая самосогласованность с выбранным классом метрик с плоским пространством Минковского на бране.

В заключении обсуждаются результаты динамического механизма возникновения Стандартной модели фермионов на доменной стенке в пятимерном пространстве-времени в процессе самодействия материи, индуцированной гравитации и спонтанного нарушения трансляционной симметрии.

2. Пятимерная модель фермионов с самодействием и образование браны

Напомним феноменологию образования доменной стенки [14] и введем необходимые для этого обозначения. Рассмотрим модель одного четырехкомпонентного фермионного биспинорного поля $\psi(X)$, определенного в пятимерном плоском пространстве-времени Минковского и взаимодействующего со скалярным полем $\Phi(X)$.

Пятимерные координаты определяются следующим образом:

$$X^A = (x^\mu, z)\ , \quad x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)\ , \quad (\eta^{AA}) = (+,-,-,-,-),$$

где подпространство координат x^μ соответствует четырехмерному пространству Минковского. Размер дополнительного пятого измерения предполагается бесконечным (или достаточно большим). Фермионная волновая функция описывается уравнением Дирака:

$$[\,i\gamma^A\partial_A - \Phi(X)\,]\psi(X) = 0\ , \quad \gamma^A = (\gamma^\mu, i\gamma_5)\ , \quad \{\gamma^A, \gamma^B\} = 2\eta^{AB}\ , \quad (1)$$

где γ^μ образуют стандартный набор четырехмерных матриц Дирака в киральном (или Вейлевском) представлении с $\gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

Захват легких фермионов на четырехмерной гиперплоскости, т.е. на доменной стенке, локализованной в пятом измерении при $z = z_0$ может произойти вследствие определенной топологической конфигурации вакуумного ожидания для скалярного поля $\langle\Phi(X)\rangle_0 = \varphi(z)$ – например, $\varphi(z) = M\,\mathrm{th}(Mz)$ – благодаря появлению нулевых мод с определенной киральностью в спектре четырехмерного оператора Дирака [1, 3]. Чтобы построить легкие дираковские фермионы, необходимо иметь две разные киральности для одной и той же конфигурации скалярного (фонового) поля. Тогда минимальный набор фермионов в пятимерном пространстве-времени должен включать в себя [14, 19] два прото-фермиона $\psi_1(X)$, $\psi_2(X)$.

Чтобы образовать левые и правые части четырехмерных дираковских биспиноров из нулевых мод, эти фермионы должны взаимодействовать со скалярным полем $\Phi(X)$ с противоположными зарядами:

$$[\,i\,\not{\hat\partial} - \tau_3\Phi(X)\,]\Psi(X) = 0, \quad \not{\hat\partial} \equiv \widehat{\gamma}^A\partial_A, \quad \Psi(X) = \begin{pmatrix}\psi_1(X)\\ \psi_2(X)\end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\widehat{\gamma}^A \equiv \gamma^A \otimes \mathbf{1}_2$ – дираковские матрицы, а $\tau_a \equiv \mathbf{1}_4 \otimes \sigma_a$, $a = 1, 2, 3$ являются обобщениями матриц Паули для биспинорных компонент поля $\psi_i(X)$. В дополнение к скалярному полю, обеспечивающему локализацию, требуется еще одно скалярное поле, чтобы снабдить легкие фермионы на доменной стенке массой. Его взаимодействие с фермионами должно смешивать левые и правые киральности, поскольку массовый член нарушает киральную инвариантность. Таким образом мы вводим два типа четырехфермионного самодействия, которые порождают два композитных скалярных поля с подходящими константами связи для фермионов. Одно из них отвечает за локализацию на бране и тем самым его взаимодействие с фермионами является универсальным, не зависящим от флейворов. Другое поле участвует в формировании фермионных масс, и поэтому констаны Юкавы его взаимодействия с различными фермионами должны быть разными.

Эти два скалярных поля приобретают спектр масс, аналогичный фермионам, с легкими состояниями, локализованными на доменной стенке. В частности, в [14] были получены оценки на массы и константы распадов фермионов и бозонов на бране. Таким образом, на основе вышеприведенного, сформулируем фермионную модель в пяти измерениях, которая обеспечивает механизм нарушения трансляционной симметрии, приводящий к формированию доменной стенки и локализации на ней частиц. Модель описывается плотностью классического лагранжиана:

$$\mathcal{L}^{(5)}(\overline{\Psi}_j, \Psi_j) = \sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}_j \; i \, \partial\!\!\!/ \Psi_j +$$

$$+ \frac{g_1}{4N\Lambda^3} \left(\sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}_j \tau_3 \Psi_j \right)^2 + \frac{1}{4N\Lambda^3} \sum_{j,k=1}^{N_f} G_{2,jklm} \overline{\Psi}_j \tau_1 \Psi_k \overline{\Psi}_l \tau_1 \Psi_m, \quad (3)$$

где $\Psi_j(X)$ является восьми-компонентным пятимерным фермионным полем (см. уравнение (2)) с флейвором j, которое также может быть "флейворным" и "цветным" мультиплетом с полным числом $N = N_f \, N_c$ спинорных степеней свободы. Полное число N цветных и флейворных степеней свободы массивных фермионов в стандартной модели (СМ) порядка двадцати. Если считать массивными дираковские нейтрино в СМ, то $N = 24$.

Будучи неперенормируемой эта модель рассматривается как эффективная, которая возникает в результате редукции некой более фундаментальной теории от планковских масштабов до масштаба композитности Λ. Ультрафиолетовый масштаб обрезания Λ ограничивает импульсы фермионов, поскольку четырехфермионное взаимодействие предполагается эффективным, в то время как константы эффективного взаимодействия g_1 и g_2 безразмерны, но, в принципе, зависят от масштаба. Выберем структуру матрицы констант взаимодействия $G_{2,jklm}$ в минимальной форме, которая достаточна для динамического образования масс фермионов, $G_{2,jklm} = g_{2,j}\, g_{2,l}\, \delta_{jk}\, \delta_{lm}$, и пренебрежем переходами с изменением флейворов. Тогда после бозонизации при помощи пары внешних скалярных полей $\Phi(X)$ и $H(X)$, плотность лагранжиана может быть представлена:

$$\mathcal{L}^{(5)}(\overline{\Psi}, \Psi, \Phi, H) = \overline{\Psi}(i\,\not\partial - \tau_3\Phi - \tau_1 H)\Psi - \frac{N\Lambda^3}{g_1}\,\Phi^2 - \frac{N\Lambda^3}{g_2}\,H^2, \quad (4)$$

где мы ввели среднюю константу взаимодействия $g_2 = \sum g_{2,j}^2/N_c$ и относительные константы $\overline{g}_j = g_{2,j}/\sqrt{g_2}$. Сумма в определении g_2 распространяется как на флейворные, так и на цветные степени свободы. Эти константы в конечном итоге параметризуют массы фермионов в Стандартной модели. Поскольку константа Юкавы для топ-кварка значительно превышает соответствующие константы для всех остальных фермионов, то в хорошем приближении $g_2 \simeq g_t^2$, а относительную константу в топ-канале в этом же приближении можно считать $\overline{g}_t \simeq 1$. Именно это приближение используется в дальнейших расчетах.

Для достаточно больших значений констант связи эта система испытывает фазовый переход в состояние, в котором конденсация фермион-антифермионных пар приводит к спонтанному нарушению τ-симметрии: $\Psi_j \longrightarrow \tau_1\Psi_j$; $\Phi \longrightarrow -\Phi$; и $\Psi_j \longrightarrow \tau_3\Psi_j$; $H \longrightarrow -H$.

Чтобы исследовать явление инфракрасного нарушения τ-симметрии нам, прежде всего, необходимо получить соответствующую низкоэнергетическую эффективную плотность лагранжиана с кинетическими членами для композитных скалярных полей, генерируемые высокоэнергетическими фермионами. Она вычисляется в однопетлевой аппроксимации с использованием инвариантной конечномодовой регуляризации [15]. В приближении больших N (в пространстве Евклида) и после интегрирования по высокоэнергетической части фермионного спектра получаем однопетлевую низкоэнергетическую плотность лагранжиана:

$$\mathcal{L}^{(5)}_{low}(\overline{\Psi}^{(l)}_j, \Psi^{(l)}_j, \Phi, H) = \sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}^{(l)}_j i(\not\partial + \tau_3 \Phi(X) + \tau_1 \overline{g}_j\, H(X))\Psi^{(l)}_j +$$

$$+\frac{\Lambda}{4\pi^3}\Big\{ [\, N\partial_\mu \Phi(X)\partial_\mu \Phi(X) + N_c \partial_\mu H(X)\partial_\mu H(X)] +$$

$$+N\, [\,\partial_z \Phi(X)\,]^2 + N_c\, [\,\partial_z H(X)\,]^2 - 2N\Delta_1 \Phi^2(X) - 2N_c \Delta_2 H^2(X)$$

$$+N\Phi^4(X) + 2N_c \Phi^2(X) H^2(X) + N_c H^4(X)\Big\}, \qquad (5)$$

где два массовых параметра Δ_i характеризуют отклонения от критической точки g_i^{cr}, [14]:

$$\Delta_1(g_1) = \frac{2\Lambda^2}{9g_1}\left(g_1 - 9\pi^3\right); \quad \Delta_2(g_t) = \frac{2\Lambda^2}{9g_t^2}\left(g_t^2 - \frac{9N\pi^3}{N_c}\right). \qquad (6)$$

В свою очередь, уравнения движения для скалярных полей оказываются:

$$\Phi'' = 2\Phi\left(\Phi^2 + \frac{N_c}{N}H^2\right) - 2\Delta_1 \Phi, \qquad (7)$$

$$H'' = 2H\left(\Phi^2 + H^2\right) - 2\Delta_2 H. \qquad (8)$$

Как и в [14] можно найти решения типа кинков именно:

$$(J) \quad \Phi_J \equiv \langle \Phi(X)\rangle_0 = M\,\mathrm{th}(Mz), \quad H_J \equiv \langle H(X)\rangle_0 = 0; \qquad (9)$$

$$(K) \quad \Phi_K \equiv \langle \Phi(X)\rangle_0 = M\left[\mathrm{th}(\beta z) + O(\frac{N_c \mu^2}{NM^2})\right],$$

$$H_K \equiv \langle H(X)\rangle_0 = \mu\,\left[\sec(\beta z) + O(\frac{\mu^2}{M^2})\right], \qquad (10)$$

здесь введены обозначения:

$$\beta^2 = M^2 - \widetilde{\mu}^2; \quad \widetilde{\mu}^2 = \frac{N_c}{N}\mu^2 = 2\Delta_2 - M^2. \qquad (11)$$

Решение (K) приведено в формуле (10) приближенно в разложении по параметру μ/M, который характеризует отношение масштабов масс частиц Стандартной модели к масштабу нарушения трансляционной симметрии. Чтобы толщина браны не влияла на кинематику локализованных частиц, необходимо, чтобы их комптоновские длины волн были значительно больше, чем толщина доменной стенки, т.е. $\mu \ll M$. Именно это приближение мы используем в дальнейшем. Очевидно, что решение (K) существует только в интервале $\Delta_2 < M^2 < 2\Delta_2$ и совпадает с экстремумом решения (J) в пределе $\Delta_2 \to M^2/2$, $\mu \to 0$, $\beta \to M$.

3. Ультранизкоэнергетическая физика на бране в секторе материи

В результате образования доменной стенки мы ожидаем, что локализованные фермионы Стандартной модели приобретут массы m_j^f много меньше, чем низкоэнергетический масштаб M, т.е. естественным образом возникает физика частиц в $(3+1)$-мерном пространстве-времени. Таким образом, в нашем рассмотрении возникают три масштаба $\mu \ll M \ll \Lambda$, из которых наименьший μ представляет собой масштаб физики сверхнизких энергий.

Рассмотрим структуру спектра и характер взаимодействия частиц на бране. В окрестности вакуумного состояния (9) или (10) и точки скейлинга $M^2 = \Delta_1 = 2\Delta_2$ или $\mu = 0$ кинетические операторы (вторые вариации действия) для двух скаляров $\Phi(X)$ и $H(X)$ и спинорных полей $\Psi_j(X)$ имеют нулевые моды, нормируемые в пятом измерении [14]. Эти нулевые моды $\phi_0(z)$, $h_0(z)$ и $\psi_{0,j}(z)$, локализованы около $z = 0$, имея толщину $\sim 1/M$, и при сверхнизких энергиях флуктуации полей материи могут быть параметризованы следующим образом:

$$
\begin{gathered}
\Phi(X) \simeq \langle \Phi(X) \rangle_0 + \phi(x)\phi_0(z); \quad \phi_0(z) \simeq \sec^2(Mz)\sqrt{\frac{3M\pi^3}{2\Lambda N}}; \\
H(X) \simeq \langle H(X) \rangle_0 + h(x)h_0(z); \\
h_0(z) \simeq (\sec(Mz))^{1-2\epsilon} \sqrt{\frac{M\pi^3}{\Lambda N_c}}\ ; \quad \epsilon \equiv \frac{\mu^2}{M^2}; \\
\Psi_j(X) \simeq \psi_j(x)\,\psi_{0,j}(z); \quad \psi_{0,j}(z) \simeq \sec(Mz)\sqrt{\frac{M}{2}}. \qquad (12)
\end{gathered}
$$

Для этих конфигураций эффективная плотность лагранжиана (в пространстве Минковского) оказывается:

$$
\mathcal{L}^{(4)}\big|_{\mu=0} = \sum_{j=1}^{N_f} \overline{\psi}_j(x) \left(i\, \not\partial - g_j^{(Y)}\, h(x) \right) \psi_j(x) + \frac{1}{2}(\,\partial_\mu \phi(x)\,)^2
$$

$$+\frac{1}{2}(\,\partial_\mu h(x)\,)^2 - \lambda_1\phi^4(x) - \lambda_2\phi^2(x)h^2(x) - \lambda_3 h^4(x), \tag{13}$$

с эффективными константами сверхнизких энергий: Юкавы $g_j^{(Y)}$ – для фермионов и самодействия λ_k для скалярных полей типа Хиггса $h(x)$, и для бранонов $\phi(x)$:

$$g_j^{(Y)} = \frac{\pi}{4}\overline{g}_j\sqrt{\frac{N\zeta}{N_c}}, \quad \lambda_1 = \frac{18}{35}\zeta, \quad \lambda_2 = \frac{4}{5}\zeta,$$

$$\lambda_3 = \frac{N}{3N_c}\zeta, \quad \zeta \equiv \frac{M\pi^3}{\Lambda N} = \frac{\pi^3}{3N}\sqrt{\kappa}. \tag{14}$$

Как мы увидим далее, в присутствии гравитации [11], нулевые моды остаются локализованными, и поэтому вакуумное решение, соответствующее в асимптотике геометрии AdS_5, не играет существенной роли в определении констант в выражении (13).

Для вакуумной конфигурации (K), отклонение от точки скейлинга при $\mu \ll M$ порождает массы для частиц Хиггса и фермионов. Более того, появляются трилинейные скалярные вершины:

$$\Delta\mathcal{L}_\mu^{(4)} = -\frac{1}{2}\,m_h^2\,h^2(x) - \sum_{j=1}^{N_f} m_j^{(f)}\,\overline{\psi}_j(x)\psi_j(x) - \lambda_4\,h^3(x) - \lambda_5\,\phi^2(x)h(x);$$

$$m_h^2 = \mu^2\left(4 - \frac{2N_c}{N}\right); \quad m_j^{(f)} = \frac{\pi}{4}\,\overline{g}_j\,\mu;$$

$$\lambda_4 = \frac{4}{3}\mu\sqrt{\zeta\frac{N}{N_c}}; \quad \lambda_5 = \frac{8}{5}\mu\sqrt{\zeta\frac{N_c}{N}}. \tag{15}$$

В древестном приближении вершина взаимодействия легких фермионов с безмассовым скалярным полем $\overline{\psi}(x)\psi(x)\phi(x)$ не появляется, т.к. она подавлена степенями отношения μ^2/M^2 (обмен тяжелыми фермионами). Кроме того, прямой распад массивного хиггсовского бозона h в пару безмассовых бранонов также подавлен и поэтому низкоэнергетическое приближение Стандартной модели вещества существенно стабильно. Видно, что все вершины взаимодействия контролируются параметром $\zeta \sim M/\Lambda$, и если $\zeta \ll 1$, то скалярная материя практически не взаимодействует с фермионами и сама с собой (мы не рассматриваем эффекты калибровочных полей). Однако значение параметра ζ трудно предсказать в отсутствие гравитации, его величина может быть ограничена лишь экспериментальными данными. С другой стороны, массы скаляров типа Хиггса и фермионов контролируются ультранизким масштабом μ независимо от ζ. ϕ-частица, описывающая флуктуации формы браны и будучи голдстоуновским бозоном при спонтанном нарушении трансляционной симметрии, называется браноном и является хорошим "стерильным" кандидатом для обьяснения такого феномена как темная материя (или темной энергии, если они безмассовые) [18].

Если следовать Стандартной топ-модели [20], то можно считать, что самый тяжелый топ-кварк $\overline{g}_t = 1$ и дает основной вклад в динамическое нарушение симметрии, тем самым масштаб $\mu \sim m_{top} \sim 200$ ГэВ имеет порядок масштаба нарушения электрослабых взаимодействий.

4. Неспонтанное нарушение трансляционной симметрии: массы частиц Хиггса и бранонов

Рассмотрим изменение в спектре масс для частиц типа Хиггса и бранонов в результате неспонтанного нарушения трансляционной симметрии, напрмер, в фоновом поле гравитации или в присутствии других бран. Полагаясь на физику псевдоголдстоуновских бозонов можно ожидать, что появление массы у частиц есть результат явного или мягкого нарушения трансляционной симметрии [14]. Например, рассмотрим механизм для случая (K), когда введены два неоднородных скалярных фоновых поля (дефекта) $F_\Phi(z)$ анд $\Phi_H(z)$, которые предполагаются малыми по величине. Эти дефекты катализируют явное нарушение трансляционной симметрии и ведут к образованию доменной стенки ввиду взаимодействия с фермионными токами:

$$\mathcal{L}_F^{(5)} = -F_\Phi(z)\,\overline{\Psi}(X)\tau_3\Psi(X) - F_H(z)\,\overline{\Psi}(X)\tau_1\Psi(X), \qquad (16)$$

где

$$F_\Phi(z) \equiv \frac{g_1\mu^3}{4\pi^3\Lambda^2}\, f_\Phi(z), \quad F_H(z) \equiv \frac{g_2\mu^3}{4\pi^3\Lambda^2}\, f_H(z), \qquad (17)$$

Введем топологического типа дефекты:

$$\mu\, f_\Phi(z) = M\,\gamma\,\mathrm{th}(\overline{\beta}z); \quad f_H(z) = \kappa\sec(\overline{\beta}z), \qquad (18)$$

здесь γ, κ являются безразмерными параметрами. Для этого случая решения уравнений стационарности для скалярных полей модифицируются [14]:

$$\langle\Phi(X)\rangle_0 = M\,a\,\mathrm{th}(\overline{\beta}z)\ , \quad \langle H(X)\rangle_0 = \mu\,(1+\xi)\sec(\overline{\beta}z), \tag{19}$$

где для $\mu/M \ll 1, \kappa \ll 1$, $\xi \ll 1$ можно приближенно получить $a \approx 1$, $\overline{\beta} \approx \beta$ и $\kappa \approx 2\xi + (\gamma/2)$. В дальнейшем мы используем ξ в качестве исходного параметра вместо κ. Тогда масса бранона оказывается полностью определяется топологическим дефектом:

$$(m_\phi)^2 \approx \gamma\mu^2. \tag{20}$$

Можно видеть,что эффект сильной поляризации индуцируется топологическим дефектом, т.е. локальный минимум достигается только на асимптотиках в бесконечности, который когерентен с соответствующим знаком, т.е. для положительных γ.

Масса хигсовских частиц содержит как топологические, так и нетопологические вакуумные возмущения:

$$(m_h)^2 \approx \mu^2\left(2 + 6\xi + \frac{1}{2}\gamma\right). \tag{21}$$

Так как $\gamma > 0$, то топологический дефект утяжеляет массу хиггсовских частиц. Поскольку знак ξ не фиксируется требованием существования локального минимума, поэтому отношение массы Хиггса к массе фермиона($\sim t$-кварк) может быть существенно редуцировано выбором нетопологической части дефекта $\sim \xi$. В частности, масса Хиггса может быть сравнима с феноменологическим предсказанием $\sim$ 135 ГэВ для значения дефекта $\xi \sim 0.4$. Индуцированные константы связи $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, оказываются нечувствительны к малым изменениям формы дефекта, в то время как масса фермиона и консанта λ_4 испытывают рескейлинг $m_f \approx m_f^{(0)}(1+\xi)$, $\lambda_4 \approx \lambda_4^{(0)}(1+\xi)$.

Таким образом мы видим, что небольшие топологические дефекты не меняют основную динамику легких фермионов и скаляров на бране. В частности, материя Стандартной модели остается стабильной и массивные браноны не распадаются в пару фемион-антифермион. Это обстоятельство затрудняет их регистрацию в экспериментах на современных ускорителях. Идентификация бранонного вещества еще более затруднительна в экспериментах, т.к. оно не рождается фермионами в главном порядке по константе Юкавы и не появляется в результате распада хиггсовских бозонов. Однако анигиляция фермионов может проявится неким событием в результате которого происходит исчезновение энергии, благодаря рождению пары бранонов с испусканием хиггсовских бозонов. Соответствующий фейнмановский интеграл для амплитуды процесса хорошо определен (сходится) и при низких энергиях он порядка $g_f^2 \cdot \lambda_2 \cdot m_f^2/\mu^2$. Для процессов с участием легких фермионов, например e^+e^-, это отношение мало, чтобы идентифицировать его в экспериментах. Однако для процессов с участием топ-кварка (в реакциях слияния) появляется возможность регистрации рождения пар бранонов для почти безмассовых бранонов. Таким образом, почти стерильные (слабовзаимодействующие) массивные браноны могут рассматриваться в качестве кандидатов для насыщения так называемого темного вещества нашей Вселенной [18].

5. Индуцированная гравитация и образование браны в пятимерном пространстве анти-де Ситтера

Введем гравитацию при помощи метрического поля $g_{AB}(X)$ на пятимерном римановом многообразии $\mathcal{M}_5$. В соответствующем классическом действии S, инвариантная мера в интеграле по многообразию нормирована на определитель этой метрики $\mathbf{g} \equiv \text{дет}(g_{AB})$:

$$\mathrm{S}(\Phi(X), H(X), \overline{\Psi(X)}_j^{(l)}, \Psi(X)_j^{(l)}, \mathbf{g}) = \int\limits_{\mathcal{M}_5} d^5X \sqrt{\mathbf{g}} \; \left[\mathcal{L}^{(5)}_{fermion} + \mathcal{L}^{(5)}_{boson}\right], \quad (22)$$

где фермионная (спинорная) и бозонная (скалярная и гравитационная) части плотности лагранжиана будут определены ниже.

В частности, в уравнении (22), плотность лагранжиана билинейная по фермионным полям и инвариантная относительно диффеоморфизмов, может быть определена в терминах полей пентад или *fünfbeine* $e^i_A(X)$, которые локально связывают криволинейное многообразие $\mathcal{M}_5$ и плоское пространство с евклидовой сигнатурой. Латинские индексы, нумерующие базис плоского пространства, принимают значения от единицы до пяти. Инвариантная спинорная плотность лагранжиана определяется:

$$\mathcal{L}^{(5)}_{fermion}(\overline{\Psi}^{(l)}_j, \Psi^{(l)}_j, \Phi, H, \mathbf{g})$$
$$= i\sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}^{(l)}_j \left[\, \widehat{\gamma}_k e^A_k \left(\partial_A + \omega_A\right) + \tau_3\Phi + \tau_1\overline{g}_j\, H \,\right] \Psi^{(l)}_j$$
$$= i\sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}^{(l)}_j \left(\nabla\!\!\!\!/ + \tau_3\Phi + \tau_1\overline{g}_j\, H\right) \Psi^{(l)}_j \equiv \sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}^{(l)}_j\, D\!\!\!\!/_j \Psi^{(l)}_j, \qquad (23)$$

где спин-связность ω_A может быть представлена в терминах пентад и аффинной связности Γ^C_{AB}:

$$\omega_A \equiv \frac{1}{8}\left[\,\widehat{\gamma}_i, \widehat{\gamma}_j\,\right]\Gamma^{ij}_A; \qquad \Gamma^{ij}_A = e^{Bj}\,\Gamma^C_{AB} e^i_C - e^{Bj}\,\partial_A e^i_B. \qquad (24)$$

Как и ранее, фермионное самодействие воспроизводится через взаимодействие вершин типа Юкавы, которые линейны по внешним скалярным полям Φ, H. Напомним, что фаза с нарушением симметрии возникала, когда классическое скалярное взаимодействие компенсирует большие вклады $\sim \Lambda^3$ в низкоэнергетическом однопетлевом эффективном действии, которое генерируется высокоэнергетическими фермионами. В случае с гравитацией мы ожидаем аналогичного большого вклада $\sim \Lambda^5$ в однопетлевое действие. Чтобы гравитационная динамика была бы не слишком подавлена большой космологической константой мы должны подстроить эффективное действие так, чтобы компенсировать этот большой вклад.

Для компенсации больших однопетлевых вкладов, которые индуцированы фермионным веществом, необходимо добавить классическую бозонную евклидову плотность лагранжиана с большим (затравочным) коэффициентом подходящей величины и знака:

$$\mathcal{L}^{(5)}_{boson} = N\Lambda^3\left(\frac{\Phi^2}{g_1} + \frac{H^2}{g_2}\right) - \frac{N\Lambda^3}{54\pi^3}\left(\varepsilon\frac{R}{2} - \lambda_0\right), \qquad (25)$$

В уравнении (25) величина $\lambda_0 \sim \Lambda^2$ является затравочной космологической константой пятимерной Вселенной, а R – скалярная кривизна. $\varepsilon = \pm 1, 0$ вводится для того, чтобы специфицировать различные режимы – обычной гравитации, антигравитации или индуцированной гравитации для затравочного гравитационного взаимодействия. Подробнее см. [11]. В нашем подходе гравитационная плотность лагранжиана Гильберта–Эйнштейна не возникает в результате затравочного взаимодействия, а полностью индуцируется фермионным веществом и, тем самым, мы приходим к сценарию индуцированной гравитации. Но на масштабах композитности гравитация оказывается очень сильной и, строго говоря, ее описание требует последовательного квантования. Однако в низкоэнергетической области гравитационная плотность лагранжиана приобретает большой коэффициент как результат вакуумных вкладов высокоэнергетических фермионов, и, следовательно, пятимерные гравитационные поля становятся слабыми. Именно этот выбор мы рассмотрим и оценим соответствующие масштабы пятимерной физики, обеспечивающей обычную ньютоновскую гравитацию в нашей Вселенной, расположенной на бране.

Вычислим низкоэнергетическое эффективное действие в искривленном пятимерном пространстве в присутствии гравитации. После интегрирования по высокоэнергетическим фермионам можно получить низкоэнергетическое однопетлевое действие в виде:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{(5)}_{low} &\equiv \mathcal{L}^{(5)}_{fermion}(\overline{\Psi}^{(l)}_j, \Psi^{(l)}_j, \Phi, H, \mathbf{g}) + \mathcal{L}^{(5)}_{boson}(\Phi, H, \mathbf{g}) + \Delta\mathcal{L}^{(5)}(\Phi, H, \mathbf{g}) \\
&= i\sum_{j=1}^{N_f} \overline{\Psi}^{(l)}_j(X)\left[\not\nabla + \tau_3\Phi(X) + \tau_1\overline{g}_j H(X)\right]\Psi^{(l)}_j(X) \\
&+\frac{\Lambda}{4\pi^3}\Big\{N\partial_A\Phi(X)\partial^A\Phi(X) + N_c\partial_A H(X)\partial^A H(X) \\
&-2N\Delta_1\Phi^2(X) - 2N_c\Delta_2 H^2(X)\Big\} - \frac{N\Lambda^3}{108\pi^3}\{\,R(X) - 2\lambda\,\} \\
&+\frac{\Lambda}{4\pi^3}\Big[\,N\Phi^4(X) + 2N_c\Phi^2(X)H^2(X) + N_c H^4(X) \\
&+\frac{R(X)}{6}(\,N\Phi^2(X) + N_c H^2(X))\Big] \qquad (26) \\
&+\frac{N\Lambda}{2880\pi^3}\left\{5R^2(X) - 8R_{AB}(X)R^{AB}(X) - 7R_{ABCD}(X)R^{ABCD}(X)\right\},
\end{aligned}
$$

где R_{ABCD} является тензором римановой кривизны, а R_{AB} есть тензор Риччи [21]. Перенормированная космологическая константа:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{18\Lambda^2}{25}, \tag{27}$$

возникает в результате баланса между классическим и индуцированным вкладами, а гравитационный пятимерный масштаб Планка:

$$M_*^3 \equiv \frac{N\Lambda^3}{54\pi^3}, \tag{28}$$

полностью индуцируется высокоэнергетическими фермионами. Мы ожидаем, что основные физические масштабы нашей эффективной теории меньше пятимерного масштаба Планка и масштаба композитности. Следуя этому, считаем, что эффективные константы связи вещества приводят к низкоэнергетическому масштабу $M \ll \Lambda$, который определяется величиной энергетической щели $\Delta_1 = M^2$. Заметим, что для малости $\lambda \ll \Lambda^2$, затравочная космологическая константа связи должна быть отрицательной: $\lambda_0 < 0$. Получим решения типа браны, которые описывают локализацию частиц в окрестности какой-либо точки по пятой координате z. Такие вакуумные классические решения для гравитационного и скалярных полей основаны на анализе низкоэнергетического эффективного действия (26). Мы ограничимся анализом квазиплоской римановой метрики (так называемых "искаженных" геометрий) инвариантный линейный элемент которого определяется в виде:

$$ds^2 = g_{AB}(X)\, dX^A\, dX^B = \exp\{-2\rho(z)\}\, dx_\mu dx_\mu + dz^2 \tag{29}$$

с евклидовой сигнатурой. Скалярная и гравитационная части низкоэнергетической лагранжевой плотности (26) для этой метрики оказываются:

$$\begin{aligned} &\mathcal{L}^{(5)}_{boson}(\Phi, H, \mathbf{g}) + \Delta\mathcal{L}^{(5)}(\Phi, H, \mathbf{g}) \\ &= \frac{\Lambda}{4\pi^3}\Big\{\exp\{2\rho(z)\}\,\left[\,N\partial_\mu\Phi(X)\partial_\mu\Phi(X) + N_c\partial_\mu H(X)\partial_\mu H(X)\right] \\ &+N\left[\,\partial_z\Phi(X)\right]^2 + N_c\left[\,\partial_z H(X)\right]^2 - 2N\Delta_1\Phi^2(X) - 2N_c\Delta_2 H^2(X) \\ &+N\Phi^4(X) + 2N_c\Phi^2(X)H^2(X) + N_c H^4(X)\Big\} \end{aligned}$$

$$+\ \frac{\Lambda}{3\pi^3}\ \left[\,N\Phi^2(X)+N_cH^2(X)\,\right]\left\{\rho''(z)-\frac{5}{2}\left[\,\rho'(z)\,\right]^2\right\}$$

$$+\frac{N\Lambda^3}{54\pi^3}\ \left\{-4\rho''(z)+\ 10\left[\,\rho'(z)\,\right]^2+\ \lambda\right\}$$

$$+\frac{N\Lambda}{120\pi^3}\ \left\{2[\,\rho''(z)\,]^2-36\rho''(z)[\,\rho'(z)\,]^2+45[\,\rho'(z)\,]^4\right\}, \qquad (30)$$

где $\rho'(z)\equiv d\rho/dz$ и $\rho''(z)\equiv d^2\rho/dz^2$. Получим классические решения для метрики (29) в режиме слабой связи с гравитационным полем. Для выбранной метрики последнее означает,что вдоль дополнительного измерения $|\rho'(z)|/M =\leq (1)$, $|\rho''(z)|/M^2 =\leq (1)$. Это условие совместно с $M \ll \Lambda$ приводит к тому, что члены, квадратичные по скалярной кривизне и тензору кривизны в плотности лагранжиана (26), в последнем слагаемом уравнения (26) оказываются несущественными. В приближении слабого гравитационного поля уравнения поля могут быть записаны как:

$$R_{AB}-\frac{1}{2}\,g_{AB}\,(R-2\lambda)\equiv G_{AB}+\lambda\,g_{AB}=\frac{27}{\Lambda^2}\,t_{AB}, \qquad (31)$$

причем нормированный тензор энергии-импульса для скалярных полей материи имеет вид:

$$\begin{aligned} t_{AB} &\equiv (4\pi^3/N\Lambda)\,T_{AB}\equiv\partial_A\Phi\,\partial_B\Phi+\frac{N_c}{N}\partial_AH\,\partial_BH\\ &-\frac{1}{2}\,g_{AB}\left(\partial_C\Phi\,\partial^C\Phi+\frac{N_c}{N}\partial_CH\,\partial^CH-2\Delta_1\Phi^2\right.\\ &\left.-\frac{2N_c}{N}\Delta_2H^2+\Phi^4+\frac{2N_c}{N}\Phi^2H^2+\frac{N_c}{N}H^4\right)\\ &+\frac{1}{6}\left(R_{AB}-\frac{1}{2}\,g_{AB}\,R+g_{AB}\,D^C\partial_C-D_B\,\partial_A\right)\left(\Phi^2+\frac{N_c}{N}H^2\right). \qquad (32)\end{aligned}$$

В квазиплоской метрике (29) и для классических конфигураций полей типа-кинка $\langle\Phi(X)\rangle_0=\Phi(z)$ и $\langle H(X)\rangle_0=H(z)$, уравнения движения для скалярных полей материи принимают следующую форму:

$$\Phi''=2\Phi\left(\Phi^2+\frac{N_c}{N}H^2\right)-2\Delta_1\Phi+4\rho'\,\Phi'+\frac{2}{3}\,\Phi\left(2\rho''-5\rho'^{\,2}\right), \qquad (33)$$

$$H'' = 2H\left(\Phi^2 + H^2\right) - 2\Delta_2 H + 4\rho' H' + \frac{2}{3} H\left(2\rho'' - 5\rho'^{\,2}\right). \qquad (34)$$

Из (31) уравнения для суммы диагональных компонент "$\mu\mu$" + "55":

$$\rho'' = \frac{\kappa}{M^2}\Bigg\{\Phi'^{\,2} + \frac{N_c}{N}H'^{\,2} + \frac{1}{2}\left(\rho'' - \frac{1}{3}\frac{d^2}{dz^2} - \frac{1}{3}\rho'\frac{d}{dz}\right)\left(\Phi^2 + \frac{N_c}{N}H^2\right)\Bigg\}, \qquad (35)$$

и для компоненты "55":

$$\frac{2M^2}{3\kappa}\lambda = \Phi'^{\,2} + \frac{N_c}{N}H'^{\,2} + 2\Delta_1\Phi^2 + \frac{2N_c}{N}\Delta_2 H^2 - \Phi^4 - \frac{2N_c}{N}\Phi^2 H^2 - \frac{N_c}{N}H^4 + \left(2\rho'^{\,2} - \frac{4}{3}\rho'\frac{d}{dz}\right)\left(\Phi^2 + \frac{N_c}{N}H^2\right) - \frac{4M^2}{\kappa}\rho'^{\,2}. \qquad (36)$$

Здесь мы ввели безразмерный низкоэнергетический параметр:

$$\kappa \;\equiv\; \frac{9M^2}{\Lambda^2} \;\ll\; 1. \qquad (37)$$

Последнее уравнение в действительности представляет собой интеграл движения с пятимерной космологической константой в качестве константы интегрирования. Это проверяется дифференцированием вышеупомянутого уравнения с учетом уравнений движения для трех функций $\rho(z)$, $\Phi(z)$, $H(z)$. Эти уравнения можно решить приближенно, разлагая по параметру $\kappa \ll 1$. Вид решений уравнений оказывается остается таким же как и в отсутствии гравитации (9), (10), однако появляется второй малый параметр $\frac{N_c}{N} = 1/8 \ll 1$ для случая Стандартной модели. Из уравнения (35) можно найти конформный фактор в виде:

$$\rho(z) \simeq \frac{2\kappa}{3}\ln \mathrm{ch}(Mz) + Bz. \qquad (38)$$

После соответствующей нормировки этого решения в точке $z = 0$ приходим к симметричной метрике пространства анти-де Ситтера при больших z, а именно:

$$\rho(z) \overset{|z|\to\infty}{\simeq} k|z|\ ; \quad k \approx \frac{2}{3}\kappa M. \qquad (39)$$

k характеризует кривизну пространства AdS_5, величина которой определяет отклонение от закона Ньютона на малых расстояниях [17].

6. Оценки параметров модели и соотношения между ньютоновской константой, индуцированной космологической константой и пятимерным масштабом Планка

Используя факторизованную Риманову метрику:

$$ds^2 = \exp\{-2\rho(z)\}\, g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + dz^2, \tag{40}$$

получим соотношения между основными размерными параметрами модели, а также оценим их на основании имеющихся экспериментальных данных. Прежде всего для этой метрики, в главном порядке по параметру κ, эффективное четырехмерное действие Эйнштейна–Гильберта имеет вид:

$$\begin{aligned} S[\,g\,] = &- \frac{N\Lambda^3}{108\pi^3} \int d^5X \sqrt{g(X)}\, \{R(X) \ - \ 2\lambda\} \\ \simeq &- \frac{N\Lambda^3}{108\pi^3} \int d^4x \sqrt{g(x)}\, R(x) \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz \ \exp\{-2\rho(z)\} \\ &- \frac{N\Lambda^3}{54\pi^3} \int d^4x \sqrt{g(x)} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz \ \exp\{-4\rho(z)\}\, \left\{6[\,\rho'(z)\,]^2 - \lambda\right\} \\ \equiv &- \frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{g(x)}\, \{R(x) \ - \ 2\Lambda_{grav}\}\,, \end{aligned} \tag{41}$$

откуда мы, в итоге, получаем массу Планка $M_{Pl} \sim 1.22 \times 10^{19}$ ГэВ/c^2, которая соответствует ньютоновской гравитационной константе:

$$M_{Pl}^2 = G_N^{-1} \equiv \frac{4N\Lambda^3}{27\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz \ \exp\{-2\rho(z)\}. \tag{42}$$

В свою очередь, гравитационная часть четырехмерной космологической константы оказывается:

$$\Lambda_{grav} \equiv \frac{4NG_N\Lambda^3}{27\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz \ \exp\{-4\rho(z)\}\, \left\{\lambda - 6[\,\rho'(z)\,]^2\right\}. \tag{43}$$

В предположении малости параметра $\kappa \ll 1$, используя в уравнении (41) приближенное решение (38) при $|z| \to \infty$, можно получить:

$$G_N \simeq \frac{\pi^2 \kappa^{5/2}}{6NM^2} = \frac{81\pi^2 M^3}{2N\Lambda^5}. \tag{44}$$

Заметим, что полное значение космологической константы, включая плотность вакуумной энергии гравитации и материи, обращается в нуль во всех порядках теории возмущений по степеням параметра κ:

$$\begin{aligned}
&\Lambda_{cosmo} \equiv \\
&\frac{2N\Lambda G_N}{\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz\ \exp\{-4\rho(z)\}\Big\{\frac{2M^2}{3\kappa}\Big(\lambda - 6[\rho'(z)]^2\Big), \quad [\text{гравитация}] \\
&\quad + \Phi'^2(z) + H'^2(z) - 2\Delta_1\Phi^2(z) - 2\Delta_2 H^2(z) + \big[\,\Phi^2(z) + H^2(z)\big]^2 \\
&\quad + \frac{2}{3}\big[\,\Phi^2(z) + H^2(z)\big]\big[\,2\rho''(z) - 5\rho'^2(z)\big]\Big\} = 0, \quad [\text{материя}]
\end{aligned} \tag{45}$$

где использованы уравнения (33), (34) для скалярных полей, а также уравнение (35) для конформного фактора. Чтобы установить точное сокращение между гравитационным и скалярными вкладами материи, для пятимерной космологической константы необходимо использовать также и уравнение (35). Отметим также, что включение высших порядков гравитационного взаимодействия из последней строчки уравнения (36), не меняет нулевое значение для индуцированной космологической константы Λ_{cosmo}.

Выпишем соотношение между кривизной пространства AdS_5, $k \simeq 2\kappa M/3$, массой Планка M_{Pl} и масштабом спонтанного нарушения трансляционной симметрии M:

$$k^5 M_{Pl}^4 = \frac{128N^2}{27\pi^4}\, M^9, \tag{46}$$

в соответствии с уравнениями (37) и (39).

Можно также связать пятимерный масштаб Планка в терминах вышеупомянутых масштабов и параметров:

$$M_*^3 = \frac{kM_{Pl}^2}{8\pi}. \tag{47}$$

Исходя из экспериментальных данных для $k > 10$ мм $^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$ эВ., которая основана на возможном отклонении от закона Ньютона на расстояниях более 0.1 мм (см. [17]), получаем оценку для нижней границы пятимерной массы Планка $M_* > 10^8$ ГэВ. Из этой же экспериментальной оценки можно также получить нижние границы для других масштабов и параметров модели:

$$M \geq 100 \text{ ГэВ}, \quad \Lambda \geq 10^9 \text{ ГэВ},$$
$$\zeta \sim M/\Lambda \sim 10^{-7}, \quad \kappa \sim 10^{-13}. \tag{48}$$

Это означает, что прямое взаимодействие легких частиц сильно подавлено и остается только взаимодействие частиц с гравитацией. Очевидно, что граница для $M \sim 100$ ГэВ является недопустимо низкой и она исключается существующими экспериментальными данными. Действительно при энергиях, доступных на Тэватроне, гравитация (и калибровочные бозоны) может придать фермионам достаточно энергии, чтобы они исчезли из нашей Вселенной.

Для энергий порядка $M \sim 1$ТэВ, предельных для современных ускорителей, можно оценить масштаб кривизны AdS_5 пространства $k \sim 10^{-10}$ ГэВ, который соответствует расстояниям порядка μm. Такие расстояния недостижимы в экспериментах ближайшего будущего по поиску отклонений от закона Ньютона [17].

При этих оценках скалярные частицы существенно отщепляются от фермионного мира и друг от друга, поскольку: $\Lambda_c \simeq M_* \sim 10^9$ ГэВ и $\zeta \sim M/\Lambda \sim 10^{-6.5}$; $\kappa \sim 10^{-12}$. Таким образом, их отщепление от всех видов материи, кроме гравитации, делает их подходящими кандидатами для объяснения такого феномена как темная материя.

В частности, если кривизна пространства AdS_5 связана с масштабом нарушения электрослабых взаимодействий $k \sim 2 \cdot 100$ ГэВ, то граница $M \sim 10^{10}$ ГэВ является слишком высокой, чтобы наблюдать какую-либо реальную физику бранонов в земных лабораториях, поскольку $\Lambda \sim 10^{14}$ ГэВ; $\zeta \sim M/\Lambda \sim 10^{-4}$, и в этом случае браноны отщепляются и наверняка принадлежат темной Вселенной. Низкоэнергетическая гравитация остается слабой для $\kappa \sim 10^{-8}$. Таким образом, для индуцированной гравитации параметр ζ может стать не слишком малым лишь для $k \sim M \sim \Lambda$ порядка планковских масс, когда гравитация в действительности становится сильной ($\kappa \sim 1$), но в этом случае требуется привлечение теории квантовой гравитации, которая в настоящее время все еще отсутствует.

Сделаем одно замечание, касающееся делокализации массивных состояний с браны для пространства AdS_5. Очевидно,что как гравитационные, так и скалярные поля оказываются ответственными за локализацию легкого вещества на доменной стенке. Тем не менее, даже если кинковые вакуумные конфигурации и ответственны за локализацию фермионов и скалярных бозонов на бране, однако все же возможны квантовые переходы (туннелирование) с браны в пятое измерение ("обьем"), благодаря гравитационному фоновому полю AdS_5. Простые квазиклассические оценки показывают, что такие переходы сильно подавлены и практически невозможно зарегистрировать туннельный переход какой-либо частицы Стандартной модели с браны в "обьем" даже за все время существования нашей Вселенной. И с этой точки зрения, спектр масс легких состояний на бране оказывается лишь немного отличным от соответствующего спектра для плоского пространства-времени.

7. Заключение

В этой работе мы предложили один из возможных механизмов того, как Стандартная модель для фермионов может динамически появится на доменной стенке (бране) в пятимерном пространстве-времени в процессе самодействия материи и индуцированным фоновым гравитационным полем. Оба типа взаимодействия участвуют в нарушении дискретной и трансляционной симметрий, которые приводят к образованию вакуумного состояния в форме доменной стенки. Интегрированием высокоэнергетических спинорных степеней свободы в однопетлевом приближении вычислены низкоэнергетические эффективные действия для фермионов, внешних скалярных полей и индуцированной гравитации. Оказывается, что за локализацию легкого вещества на бране отвечают как гравитационные, так и скалярные поля. Классические вакуумные конфигурации этих полей типа браны получены в приближении среднего поля (больших N-полное число цветных и флейворных степеней свободы массивных фермионов в Стандартной модели). Вместе с тем роль гравитации в формировании спектральных характеристик легких частиц незначительна.

Нормируясь на наблюдаемое значение ньютоновской константы, а также используя экспериментальные ограничения на кривизну пространства AdS_5 и пороги рождения высокоэнергетических частиц в экспериментах, приведены оценки различных масштабов и констант связи модели. Показано, что индуцированная гравитация приводит к отщеплению бранонов от вещества Стандартной модели в достаточно широкой области допустимых масштабов и констант связи, делая их таким образом, естественными кандидатами для обьяснения такого феномена как темная материя (или энергия).

Безразмерный параметр, который характеризует силу гравитационного взаимодействия, оказывается очень малым, порядка $\kappa \leq 10^{-8}$, что оправдывает использование теории возмущений как для вычисления вакуумных конфигураций полей материи и фонового гравитационного поля, так и при выводе характеристик спектра масс локализованных частиц.

Литература

1. V. A. Rubakov, M. E. Shaposhnikov, — Phys. Lett. **B125** (1983), 136; В. А. Рубаков, — УФН **171** (2001), 913.
2. K. Akama, — Lect. Notes Phys. **176** (1982), 267 hep-th/0001113; M. Visser, Phys. Lett. **B159** (1985), 22 hep-th/9910093. N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. R. Dvali, Phys. Lett. **B429** (1998), 263; Phys. Rev. **D59** (1999), 086004. I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. R. Dvali, — Phys. Lett. **B436** (1998), 257. M. Gogberashvili, — Mod. Phys. Lett. **A14** (1999), 2025; Int. J. Mod. Phys. **D11** (2002), 1639 hep-ph/0001109. L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 3370, 4690.
3. V. A. Rubakov, — Phys. Usp. **44** (2001), 871; Phys. Usp. **46** (2003), 211.
4. I. Antoniadis, *Physics with large extra dimensions.* — in: Beatenberg (2001), High-energy physics, p.301; hep-th/0102202; S. Forste, Fortsch. Phys. **50** (2002), 221.
5. Yu. A. Kubyshin, *Models with extra dimensions and their phenomenology* hep-ph/0111027 (2001), J. Hewett, M. Spiropulu — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **52** (2002), 397.
6. R. Dick, — Class. Quant. Grav. **18**, R1 (2001); D. Langlois, — Prog. Theor. Phys. Suppl. **148** (2003), 181; R. Maartens, — Living Rev. Rel. **7** (2004), 7; P. Brax, C. van de Bruck, A. C. Davis, — Rept. Prog. Phys. **67** (2004), 2183.
7. C. P. Burgess, — Annals Phys. **313** (2004), 283.
8. G. Gabadadze, — ICTP Lectures on Large Extra Dimensions, hep-ph/0308112 (2003).
9. F. Feruglio, — Eur. Phys. J. **C33** (2004), 114.
10. C. Csaki, — TASI Lectures on Extra Dimensions and Branes, hep-ph/0404096

(2004); T. G. Rizzo, Pedagogical Introduction to Extra Dimensions, hep-ph/0409309 (2004).
11. A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, — JHEP **07** (2005), 003.
12. O. DeWolfe, D. Z. Freedman, S. S. Gubser, A. Karch, — Phys. Rev. **D62** (2000), 046008.
13. T. Gherghetta, M. E. Shaposhnikov, — Phys. Rev. Lett. **85**, (2000), 240; M. Laine, H. B. Meyer, K. Rummukainen, M. Shaposhnikov, — JHEP **01** (2003), 068; JHEP**04** (2004), 027.
14. A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, P. Giacconi, R. Soldati, — JHEP **07** (2003), 063.
15. A. A. Andrianov, L. Bonora, — Nucl. Phys. **B233** (1984), 232.
16. Ya. B. Zel'dovich, — Pis'ma v ZETF **6** (1967), 883; A. D. Sakharov, — DAN SSSR **177** (1967), 70.
17. E. G. Adelberger, B. R. Heckel, A. E. Nelson, — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **53** (2003), 77.
18. A. Dobado, A. L. Maroto, — Nucl. Phys. **B592** (2001), 203; J. Alcaraz, J. A. R. Cembranos, A. Dobado, A. L. Maroto, — Phys. Rev. **D67** (2003), 075010; J. A. R. Cembranos, A. Dobado, A. L. Maroto, — Phys. Rev. **D68** (2003), 103505; Phys. Rev. **D70** (2004), 096001.
19. S. L. Dubovsky, V. A. Rubakov, P. G. Tinyakov, — Phys. Rev. **D62** (2000), 105011; S. L. Dubovsky, V. A. Rubakov, — Int. J. Mod. Phys. **A16** (2001), 4331.
20. V. A. Miransky, M. Tanabashi, K. Yamawaki, — Phys. Lett. **B221** (1989), 177.
21. W. Pauli. — Teoria della Relatività. Boringhieri, Torino (1970), 65–66.

Andrianov A. A., Andrianov V. A., Giacconi P., Rodenberg R., Soldati R. Standard model of fermions on domain wall in five dimension space-time.

The mechanism of the generation of the Standard model fermions on the domain wall in five dimension space-time is presented. As result of self-interaction five-dimensional fermions and gravity, induced by matter fields, in strong coupling regime in the model arises the spontaneous translational symmetry breaking which leads to the localization of light particles on $3+1$ dimensional domain wall ("3-brane") which is embedded in five dimension anti-de Sitter space-time (AdS_5). On the basis of analyse the appropriate low-energy effective Action classical kink-like vacuum configurations for the gravity and scalar fields are investigated. The mass spectra for light composite particles and their coupling constant interaction in ultra-low-energy which are localized on the brane is explorated. We establish estimations of characteristic scales and constants interactions of the model, and also the relation among the bulk five dimensional gravitational constant, the curvature of AdS_5 space-time and the brane Newton's constants. The induced cosmological constant on the brane exactly vanishes in all orders of the perturbation theory. We find out that scalar interaction is strongly suppressed at ultra-low-energy and the brane fluctuations (branons) are suitable "sterile" canditates for the explanation of the Dark Matter phenomenon.

НИИ Физики им. В. А. Фока
С.-Петербургский государственный
университет
E-mail: v.andriano@rambler.ru

Поступило 19 июля 2007 г.

Dipartimento di Fisica and INFN,
Universitá di Bologna, Bologna, Italia

Abteilung fur Theoretische
Elementarteilichen Physik, III
Physikalische Institut A,
Physikzentrum, RWTH-Aachen,
D-52056, Aachen, Germany
E-mail: giacconi@bo.infn.it