Рефераты

УДК 512.5

Группа Шевалле типа E_6 в 27-мерном представлении. Вавилов Н. А., Лузгарев А. Ю., Певзнер И. М. – В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 5–68.

Настоящая работа посвящена детальному компьютерному изучению действия группы Шевалле $G(\mathrm{E}_6, R)$ на минимальном модуле $V(\varpi_1)$. Основными целями здесь являются явный выбор и табуляция знаков структурных констант этого действия, согласованных с выбором положительного базиса Шевалле, построение полилинейных инвариантов и уравнений на элементы матриц из группы Шевалле $G(\mathrm{E}_6, R)$ в этом представлении, а также явная табуляция корневых элементов. Библ. – 170 назв.

УДК 512.5

Поливекторные представления GL_n. Вавилов Н. А., Перельман Е. Я. – В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 69–97.

В настоящей работе мы характеризуем группу $\bigwedge^n(\mathrm{GL}(n, R))$ над произвольным коммутативным кольцом R как связную компоненту стабилизатора идеала, порожденного плюккеровыми многочленами. Этот результат классически известен для алгебраически замкнутого поля и, несомненно, хорошо известен специалистам и в общем случае. Однако, ввиду отсутствия очевидной ссылки, мы приводим детальное доказательство, следующее общей схеме, развитой У. Уотерхаузом. Настоящая работа является подготовительной для следующей работы авторов, в которой строится разложение трансвекций в поливекторных представлениях GL_n. Библ. – 50 назв.

УДК 512.5

Орбиты стабилизатора подсистем. Вавилов Н. А., Харчев Н. П. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 98–124.

Пусть Φ – приведенная неприводимая система корней. Мы рассматриваем пары $(S, X(S))$, где S – замкнутое множество корней, а $X(S)$ – его стабилизатор в группе Вейля $W(\Phi)$. На этом множестве пар рассматривается следующий порядок: $(S_1, X(S_1)) \leqslant$

$(S_2, X(S_2))$, если $S_1 \subseteq S_2$ и $X(S_1) \leqslant X(S_2)$. Основная теорема утверждает, что если Δ подсистема корней такая, что пара $(\Delta, X(\Delta))$ максимальна по отношению к этому порядку, то $X(\Delta)$ транзитивно действует на корнях данной длины из $\Phi \backslash \Delta$. Этот результат является широким обобщением транзитивности группы Вейля на корнях фиксированной длины. Библ. – 22 назв.

УДК 512.5

Арифметика модуля корней изогении формальной группы в малом ветвлении. Востоков С. В., Зиновьев А. Н. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 125–136.

В работе для одномерной формальной группы над кольцом целых локального поля в случае малого ветвления изучается арифметика модуля корней изогении, а также арифметика формального модуля, построенного на максимальном идеале локального поля, содержащего все корни изогении. Библ. – 5 назв.

УДК 512.5

Подгруппы бесконечных унитреугольных матриц. Голубовски В. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 137–154.

Устанавливается, что для любого ассоциативного кольца R с единицей подгруппа $\mathrm{UT}_r(\infty, R)$ конечно строчных матриц в группе $\mathrm{UT}(\infty, R)$ бесконечных (индексированных множеством $\mathbb{N}$) верхних унитреугольных матриц над R, порождается т. н. стрингами, блочно-диагональными матрицами с конечными блоками на главной диагонали. Это позволяет определить большое семейство подгрупп группы $\mathrm{UT}_r(\infty, R)$, ассоцированных с ростами функций над $\mathbb{N}$. Наименьшая подгруппа этого семейства, называемая группой квазидиагональных матриц, порождается 1-квазидиагональными обобщенными трансвекциями, которые обобщают на бесконечный случай понятие элементарной трансвекции. Вводится понятия сетей идеалов и сетевых подгрупп и характеризуются все нормальные сетевые подгруппы группы $\mathrm{UT}(\infty, R)$. Библ. – 26 назв.

УДК Библ. – 22 назв.

Надгруппы диагональной группы в гиперболической унитарной группе над простым артиновым кольцом. I. Дыбкова Е. В. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 155–172.

Рассматриваются надгруппы диагональной группы в гиперболической унитарной группе над простым артиновым кольцом. Установлено, что в большинстве случаев указанная решетка допускает стандартное описание. В частности, это так для всех бесконечных колец. В наших предыдущих работах аналогичный результат был получен для полей и некоммутативных тел. Библ. – 19 назв.

УДК 512 623.32

Об универсально разрешимой задаче погружения с циклическим ядром. Ишханов В. В., Лурье Б. Б. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 173–179.

В работе доказано, что класс универсально разрешимых задач погружения совпадает с классом полупрямых задач в случае циклического ядра. Библ. – 6 назв.

УДК 512.647.2

Ортоскалярные представления колчанов в категории гильбертовых пространств. Кругляк С. А., Назарова Л. А., Ройтер А. В. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 180–201.

Как известно, конечно представимые колчаны соответствуют графам Дынкина (Габриель, 1972), а ручные – расширенным графам Дынкина (Донован и Фройслих, Назарова, 1973). В работе “Локально-скалярные представления графов в категории гильбертовых пространств” (Функ. анализ и прил, 2005) авторами был указан путь перенесения этих результатов в гильбертовы пространства, построены функторы Кокстера и доказан аналог теоремы Габриеля для введенных локально-скалярных представлений (классифицируемых с точностью до унитарной эквивалентности).

Категорию локально-скалярных представлений колчана можно рассматривать как подкатегорию в категории всех представлений (над полем $\mathbb{C}$). В работе изучается связь между неразложимостью локально-скалярных представлений в подкатегории и в категории всех представлений (доказывается, что для достаточно широкого класса колчанов из неразложимости в подкатегории следует неразложимость в категории).

Для колчана, соответствующего расширенному графу Дынкина $\widetilde{D}_4$, классифицируются локально-скалярные представления, не получающиеся из простейших функторами Кокстера (регулярные представления). Библ. – 21 назв.

УДК 512.647.2

Разделяющие функции и их приложения. Редчук И. К. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 202–212.

В настоящей статье дается обзор приложений разделяющих функций в теории представлений колчанов и алгебр в линейных и метрических пространствах, а также демострируется применение этих функций к вопросам спектральной теории графов. Библ. – 25 назв.

УДК 512.647.2

Некоторые типы непревосходных расширений полей. Сивацкий А. С. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 213–226.

Мы будем рассматривать башни расширений полей вида $F_1 \subset F_2 \subset F_3$, где F_3/F_2 – квадратичное расширение и F_2/F_1 – расширение, являющееся либо квадратичным, либо нечетной степени, либо чисто трансцендентным степени 1. Мы приводим многочисленные примеры расширений данных типов таких, что расширение F_3/F_1 не является 4-превосходным. Также мы показываем, что если k – поле, $\operatorname{char} k \neq 2$ и l/k – произвольное расширение четвертой степени, то существует расширение F/k такое, что расширение четвертой степени lF/F не является 4-превосходным. Библ. – 5 назв.

УДК 512.552, 512.647.2, 512.77

О некоторых элементах группы Брауэра коники. Сивацкий А. С. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 227–241.

Получены усиления результатов автора в работах [7] и [8]. Пусть k поле характеристики $\neq 2$, $n \geqslant 2$, и элементы $\overline{a}, \overline{b_1}, \ldots, \overline{b_n} \in k^*/k^{*2}$ линейно независимы над $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Мы строим расширение полей K/k и кватернионную алгебру $D = (u, v)$ над K такую, что

1) Поле K не имеет нетривиальных расширений нечетной степени.

2) u-инвариант поля K равен 4.

3) Мультиквадратичное расширение $K(\sqrt{b_1}, \ldots, \sqrt{b_n})/K$ не является 4-превосходным, и квадратичная форма $\langle uv, -u, -v, a\rangle$ дает соответствующий контрпример.

4) Центральная алгебра с делением $A = D \otimes_E (a, t_0) \otimes_E (b_1, t_1) \cdots \otimes_E (b_n, t_n)$ не раскладывается в тензорное произведение двух нетривиальных центральных простых алгебр над E, где $E = K((t_0))((t_1))\ldots((t_n))$ - многомерное поле рядов Лорана от переменных $t_0, t_1, \ldots, t_n$.

5) $\operatorname{ind} A = 2^{n+1}$.

В частности, алгебра A дает пример неразложимой алгебры индекса 2^{n+1} над полем с u-инвариантом, равным 2^{n+3}, и 2-когомологической размерностью, равной $n+3$. Библ. – 10 назв.

УДК 512.552, 512.647.2

О свойстве $D(2)$ и общем поле расщеплений двух бикватернионных алгебр. Сивацкий А. С. — В кн.: Вопросы теории представлений алгебр и групп. 14. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 338), СПб., 2006, с. 242–250.

Пусть F – поле характеристики $\neq 2$. Будем говорить, что F обладает свойством $D(2)$, если для любого квадратичного расширения L/F и любых двух двумерных квадратичных форм над F, имеющих общее ненулевое значение над L, это значение может быть выбрано в F. Существуют примеры полей нулевой характеристики, не обладающих свойством $D(2)$. Однако, насколько мы знаем, примеры таких полей положительной характеристики до сих пор не были известны.

В данной статье мы показываем, что если k – поле характеристики, неравной 2, такое, что $|k^*/k^{*2}| \geqslant 4$, то для поля $k(x)$ свойство $D(2)$ не выполняется. Используя этот факт, мы строим две бикватернионные алгебры над полем $K = k(x)((t))((u))$ такие, что их сумма является кватернионной алгеброй, но сами они не имеют общего биквадратичного (то есть вида $K(\sqrt{a}, \sqrt{b})$, $a, b \in K^*$) поля расщепления. Библ. – 7 назв.