Рефераты

УДК 512.643

Обобщенное свойство монотонности перроновского корня. Альпин Ю. А., Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 13–29.

В статье представлено новое свойство монотонности перроновского корня неотрицательной матрицы. Показано, что из этого свойства вытекают известные свойства монотонности, а также двусторонние оценки Чистякова для перроновского корня неотрицательной матрицы, представленной в блочном виде. Кроме того, на основе предложенного свойства монотонности описаны случаи равенства в оценках Чистякова. Также представлены некоторые верхние оценки для спектрального радиуса комплексной матрицы, следующие из полученных оценок для перроновского корня. Библ. – 9 назв.

УДК 512.643

Совместные оценки для перроновских корней неотрицательных матриц и их приложения. Альпин Ю. А., Колотилина Л. Ю., Корнеева Н. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 30–56.

Для заданного конечного множества $\{A^{(x)}\}_{x\in X}$ неотрицательных матриц получены совместные верхние и нижние оценки строчных сумм матриц $D^{-1}A^{(x)}D$, $x \in X$, где D – специальным образом выбранная невырожденная диагональная матрица. Эти оценки, зависящие только от шаблонов разреженности матриц $A^{(x)}$ и их строчных сумм, используются для вывода совместных двусторонних оценок перроновских корней заданных неотрицательных матриц, совместных верхних оценок для спектральных радиусов заданных комплексных матриц, оценок для совместного и нижнего спектральных радиусов множества матриц, а также условий, достаточных для того, чтобы все выпуклые комбинации заданных матриц были бы устойчивы по Шуру. Библ. – 20 назв.

УДК 519.2

Компактность группы конгруэнций измеримых функций нескольких переменных. Вершик А. М., Хабоек У. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 57–67.

В статье доказывается, что для произвольной измеримой функции f нескольких переменных группа ее “диагональных” сохраняющих меру симметрий

$$\{g : f(gx_1, gx_2, \dots gx_n) = f(x_1, x_2, \dots x_n), n > 1\}$$

компактна. В основе доказательства лежит обобщение на гильбертово пространства того факта из линейной алгебры, что спектр соответствующего представления группы допускает равномерное по размерности разделение на неприводимые компоненты. Библ. – 5 назв.

УДК 512

Еще раз о решении систем линейных уравнений, матрицы которых являются малоранговыми возмущениями эрмитовых матриц. Дана М., Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 68–77.

Ранее авторами был предложен алгоритм минимальных невязок MINRES-N для решения систем линейных уравнений с нормальными матрицами коэффициентов, спектры которых принадлежат алгебраическим кривым невысокого порядка. В своей предыдущей публикации авторы показали, что вариант алгоритма MINRES-N, называемый MINRES-N2, примени́м к анормальным матрицам A, для которых

$$\operatorname{rank}(A - A^*) = 1.$$

В данной статье этот факт распространяется на анормальные матрицы A такие, что

$$\operatorname{rank}(A - A^*) = k, \quad k \geqslant 1.$$

Библ. – 2 назв.

УДК 512

Об одноранговых коррекциях комплексных симметричных матриц. Дана М., Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 78–83.

В статье решается следующая задача. Известно, что матрица $A \in M_n(\mathbf{C})$ есть одноранговая коррекция некоторой комплексной симметричной матрицы, т.е. $A = X + Y$ для матриц X и Y таких, что $X = X^T$ и $\operatorname{rank} Y = 1$. Однако сами матрицы X и Y неизвестны. Спрашивается, как их найти? Библ. – 4 назв.

УДК 518

Локальный базис всплесков на неравномерной сетке. Демьянович Ю. К. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 84–110.

Устанавливается вложенность пространств B_φ-сплайнов при произвольном измельчении неравномерной сетки, рассматривается прямое (всплесковое) разложение цепочек вложенных пространств упомянутых сплайнов на последовательности измельчающихся (вообще говоря, неравномерных) сеток, строится всплесковый (вейвлетный) базис из функций с компактным носителем, даются соответствующие формулы декомпозиции и реконструкции. Предлагаются простые решения некоторых интерполяционных задач в рассматриваемых пространствах сплайнов. Приводятся примеры таких пространств. Библ. – 6 назв.

УДК 512

О псевдособственных значениях и сингулярных числах комплексной квадратной матрицы. Икрамов Х. Д. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 111–120.

Показано, что при надлежащем определении псевдособственных значений (отличающемся от принятого в текущей литературе) на них переносится ряд классических соотношений, связывающих (обычные) собственные значения и сингулярные числа. Установлено несколько любопытных спектральных свойств сопряженно-нормальных матриц. Этот матричный класс играет в теории унитарных конгруэнций такую же роль, какую обычные нормальные матрицы играют в теории унитарного подобия. Библ. – 5 назв.

УДК 512

Несколько замечаний о теплицевых и ганкелевых циркулянтах. Икрамов Х. Д., Чугунов В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 121–127.

Применение к алгебре диагональных матриц унитарного подобия с матрицей дискретного преобразования Фурье приводит к алгебре циркулянтов. Оказывается, что замена в этой конструкции унитарного подобия конгруэнцией приводит к классу так называемых ганкелевых циркулянтов. Обсуждаются причины и некоторые следствия этого примечательного факта. Библ. – 2 назв.

УДК 512.643

Заполнение пробела между теоремами Гершгорина и Бруальди. Колотилина Л. Ю. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 128–148.

В работе представлены новые достаточные условия невырожденности $n \times n$ матрицы, формулируемые в терминах контуров длины, не превосходящей фиксированного числа $r \geqslant 0$, и простых путей длины равной r в ориентированном графе этой матрицы. Эти условия являются промежуточными между условиями диагонального преобладания, формулируемыми в терминах всех путей длины r, и контурными условиями диагонального преобладания, предложенными Бруальди. При $r = 0$ новые условия сводятся к стандартным условиям диагонального преобладания по строкам $|a_{ii}| \geqslant \sum\limits_{j \neq i} |a_{ij}|$, $i = 1, \dots, n$, а при $r = n$ они совпадают с контурными условиями Бруальди. Тем самым, будучи семейством достаточных условий невырожденности матриц, предложенные условия являются связующим звеном между классической теоремой Леви–Деспланка и теоремой Бруальди. Далее, для неприводимых матриц, удовлетворяющих этим условиям, решена проблемы вырожденности/невырожденности. Кроме того, предложено так называемое смешанное обобщение условий невырожденности, в котором одновременно используются строчные и столбцовые суммы произвольного конечного множества матриц, диагонально сопряженных с заданной. В простейшем нетривиальном случае это обобщение сводится к классическим условиям Островского $|a_{ii}| > (\sum\limits_{j \neq i} |a_{ij}|)^{\alpha} (\sum\limits_{j \neq i} |a_{ji}|)^{1-\alpha}$, $i = 1, \dots, n$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. Полученные условия невырожденности используются для описания новых областей локализации собственных значений матрицы, которые зависят от r и при изменении r от 0 до n служат мостиком, соединяющим множество кругов Гершгорина с контурным множеством Бруальди. Библ. – 16 назв.

УДК 519

К решению многопараметрических задач алгебры 8. Метод RP-q факторизации и его применения. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 149–164.

В статье предлагается новый метод факторизации скалярных полиномов от q переменных и полиномиальных q-параметрических матриц ($q \geqslant 1$) полного ранга (RP-q метод). Рассматривается алгоритм факторизации и его применение к решению систем нелинейных алгебраических уравнений и спектральных задач для q-параметрических матриц F (разделение собственного и смешанного спектров матрицы F, вычисление базисов нуль-пространств из полиномиальных решений матрицы F с заданными свойствами, вычисление наследственных полиномов матрицы F). Библ. – 10 назв.

УДК 519

К решению многопараметрических задач алгебры 9. Метод ΨF-q факторизации инвариантных полиномов и его применения. Кублановская В. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 165–173.

Предлагается новый метод (ΨF-q метод) вычисления инвариантных полиномов q-параметрической ($q \geqslant 1$) полиномиальной матрицы F. Инвариантные полиномы вычисляются в факторизованном виде, позволяющем исследовать структуру регулярного спектра матрицы F, выделять делитель каждого инвариантного полинома, нули которого принадлежат только рассматриваемому инвариантному полиному, выделять делители, нули которых принадлежат, по крайней мере, двум соседним инвариантным полиномам, а также определять уровень наследственности точек спектра для каждого инвариантного полинома.

Рассматривается применение ΨF-q метода к задаче разложения полиномиальной матрицы $F(\lambda)$ на множители, спектры которых совпадают с нулями соответствующих делителей характеристического полинома и, в частности, с нулями любого инвариантного полинома и его делителей. Библ. – 5 назв.

УДК 519

К решению обратных задач для параметрических матриц. В. Н. Кублановская, В. Б. Хазанов. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 174–192.

В статье рассматриваются некоторые формулировки обратных задач на собственные значения для однопараметрических $F(\lambda)$ и многопараметрических $F(\lambda, \overline{\mu})$ полиномиальных регулярных матриц и, в частности, для многопараметрических пучков постоянных матриц. Все формулировки относятся к изменению регулярного спектра матриц. Предлагаются методы решения обратных задач, построенные на разных принципах (применение ранговых факторизаций, решение нелинейных алгебраических уравнений, сведение к слабосвязнным задачам и их решение итерационными методами, сведение многопараметрических матриц с нелинейной зависимостью от параметров к многопараметрическим пучкам матриц и др.). Библ. – 11 назв.

УДК 518.512.25

Оценка ошибки округления в задаче исключения. Родников А. О., Самокиш Б. А. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 193–211.

В работе выясняется, что ошибка округления при вычислении линейной формы (g, x) решения линейной системы $Ax = f$ зависит не от числа обусловленности матрицы A, а от величин $\|A^{-1}f\|$, $\|A^{T^{-1}}g\|$. Даны оценка неустранимой погрешности и оценка ошибки округления при решении этой задачи методом ортогонализации. Приведены результаты экспериментальных вычислений, подтверждающие эти выводы. Библ. – 8 назв.

УДК 519.61

К решению спектральных задач для многопараметрических полиномиальных матриц. Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 212–231.

Рассматривается подход к решению спектральных задач для многопараметрических полиномиальных матриц, основанный на построении соответствующих сопровождающих пучков матриц, а также сведение спектральных задач для пучков комплексных матриц к соответствующим вещественным задачам. Библ. – 6 назв.

УДК 519.6

Поправка к статье “Методы решения некоторых параметричеких задач алгебры”. Хазанов В. Б. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 232.

Указывается на ошибочность одного утверждения из предыдущей статьи автора и приводится корректный подход к решению рассматриваемой задачи. Библ. – 1 назв.

УДК 512

Первая краевая задача для сингулярного нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. Яковлев М. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 233–245.

Доказана разрешимость в пространстве $H_0^2(0,1)$ краевой задачи

$$u^{(4)} - (p_1(t)u^{'})^{'} - (p_2(t)[u^{'}]^{2k+1})^{'} + p_0(t)u$$

$$+f_0(t)\varphi(u) + f_1(t)u^{2m+1} = f(t), \quad 0 < t < 1,$$

$$u(0) = u^{'}(0) = u(1) = u^{'}(1) = 0,$$

при следующих условиях: $p_0(t)t^3(1-t)^3 \in L(0,1)$, $p_1(t)t(1-t) \in L(0,1)$, $f(t)t^{3/2}(1-t)^{3/2} \in L(0,1)$, $0 \leqslant p_2(t)[t(1-t)]^{k+1} \in L(0,1)$, $0 \leqslant f_0(t)[t(1-t)]^{3/2} \in L(0,1)$, $0 \leqslant f_1(t)[t(1-t)]^{3m+3} \in L(0,1)$, $\varphi(u)u \geqslant -c|u|$, $c > 0$,

$$1 - \int\limits_0^1 p_1^-(t)t(1-t)dt - \frac{1}{3}\int\limits_0^1 p_0^-(t)t^3(1-t)^3dt > 0.$$

Библ. – 6 назв.

УДК 512

Смешанная краевая задача для сингулярного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Яковлев М. Н. — В кн.: Численные методы и вопросы организации вычислений. XIX. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 334) СПб., 2006, с. 246–266.

Доказано, что краевая задача

$$-u'' + p_0(t)u(t) + \sum_{k=2}^{m} q_k(t)u^{2k+1}(t) + f_0(t)\varphi(u(t)) = f(t), \quad 0 < t < 1,$$

$$u(a) = 0, \quad u'(b) = 0,$$

имеет решение, если выполнены следующие условия:

$$|p_0(t)|(t-a) \in L(a,b), \quad f(t)\sqrt{t-a} \in L(a,b),$$

$$0 \leqslant f_0(t)\sqrt{t-a} \in L(a,b), \quad 0 \leqslant q_k(t)(t-a)^{k+1} \in L(a,b),$$

$$-c|u| \leqslant \varphi(u)u, \quad c > 0,$$

$$1 - \int_a^b p_0^-(t)(t-a)dt > 0,$$

и при $\varphi(u) \equiv 0$ метод Галеркина сходится в норме пространства $H^1(a,b;a)$. Установлен ряд теорем подобного рода.
Библ. – 4 назв.