Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 281, 2001 г.

В. И. Мысовских , А. И. Скопин

ВЛОЖЕНИЯ НЕПРИМАРНЫХ ПОДГРУПП В СИММЕТРИЧЕСКОЙ ГРУППЕ S_9

В работе исследованы свойства вложения всех непримарных подгрупп симметрической группы степени 9. Как и в предыдущих статьях авторов [5, 9, 10] по исследованию расположения подгрупп симметрических групп небольшой степени, подгруппы S_9 рассмотрены с точностью до сопряженности. Причина в том, что свойства вложения инвариантны относительно выбора представителя из класса сопряженных подгрупп. Подгруппы примарного порядка не рассматривались, поскольку для них многие из этих свойств эквивалентны [4, 20]. Работа выполнена с использованием системы компьютерной алгебры GAP (Groups, Algorithms and Programming) [23] версии 4.2 и библиотеки таблиц меток Бернсайда **'TOM'** в ней [15, 21].

Симметрическая группа S_n остается отличным полигоном для исследования трудных теоретико-групповых проблем и ряда прикладных задач. Использование современных групповых и комбинаторных методов [14], средств вычислительной теории групп [24] и систем компьютерной алгебры позволило значительно расширить границы для построения всех и некоторых специальных подгрупп симметрических групп. Несмотря на экспоненциальный рост сложности вычислений, результаты работы [16] перенесены на подгруппы симметрических групп до 13-й степени [23]. Удалось достичь значительного прогресса в построении транзитивных групп подстановок [11], а также примитивных групп [23]. Все это создало отличные предпосылки для более глубокого понимания строения решетки подгрупп S_n и дало возможность апробировать многие абстрактные понятия теории решеток подгрупп [22] на этой группе.

Авторы настоящей работы использовали подгруппы симметрической группы для накопления фактического материала, вы-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты 00-01-00441 и 00-01-00116.

движения и проверки гипотез в теории расположения промежуточных подгрупп [1–3, 7, 17, 20] и свойств вложения подгрупп типа пронормальности [8, 12, 13, 19]. В этом контексте под типом подгруппы понимается наиболее сильное из следующих свойств, которым обладает рассматриваемая подгруппа в данной группе: максимальность, абнормальность [13], пронормальность [12], паранормальность [3], слабая нормальность по К. Г. Мюллеру [17]. В симметрической группе S_9 авторы проверяли также наличие других свойств вложения (слабая абнормальность, слабая пронормальность, полинормальность [3]). Оказалось, что все подгруппы в S_9 со слабым свойством удовлетворяют и соответствующему сильному аналогу. Поэтому такие типы вложений в нашей таблице явно не фигурируют. Определения, свойства, характеризации и взаимосвязь упомянутых выше свойств вложения можно найти в работах [1, 7, 8].

В предыдущих статьях авторов по этой тематике подгруппы S_n перечислялись в том же порядке, что и в работе [16]. Перешагнув за пределы, степени восемь, мы были вынуждены искать новый метод для компактной записи подгрупп и сопутствующей информации. Ввиду использования библиотеки таблиц меток Бернсайда **'TOM'** системы GAP 4.2 в процессе вычислений, оказалось разумным зафиксировать имеющийся там порядок следования. Это сильно облегчило размещение и описание нашей таблицы и дало читателю возможность быстрого доступа к рассматриваемой подгруппе и связанной с ней дополнительной информации. Как обычно при использовании таблиц меток Бернсайда, классы сопряженных подгрупп занумерованы по возрастанию порядков их представителей. Среди подгрупп фиксированного порядка нумерация определена библиотечными данными. В группе S_9 имеется 554 класса сопряженных подгрупп, причем 432 из них соответствуют непримарным подгруппам.

Теоретическую основу данного исследования составили теоремы первого из авторов [8]. Эти результаты дают необходимые и достаточные условия для рассматриваемых свойств вложения подгрупп, выраженные в терминах меток Бернсайда. Соответствующие алгоритмы и программы на языке системы GAP кратко описаны в работе [19]. Существенную роль играет библиотечная информация о таблице меток Бернсайда группы S_9. Методы построения библиотеки **'TOM'** в GAP 4.2 описаны ее создателем в [15]. Необходимо отметить высокую скорость вычислений по программам из [19]. Причина подобной эффективности кроется в сущности метода – операции с групповыми элементами заменены на вычисления с целыми числами из таблицы меток.

Первый столбец нашей таблицы показывает порядок рассматриваемых подгрупп, он появляется один раз в семействе подгрупп одного порядка. Номера из второго столбца однозначно определяют подгруппу с точностью до сопряженности. В третьем столбце указан порядок ее нормализатора в группе S_9, а его номер записан в четвертом столбце. Последняя колонка содержит главную информацию – там указан тип вложения подгруппы в S_9. Так, например, слово "паранормальна" в 5-м столбце означает, что рассматриваемая подгруппа паранормальна, но не пронормальна. Разумеется, она также и полинормальна, но не является слабо пронормальной подгруппой (в противном случае, последнее обстоятельство было бы отмечено особо). Для предпоследней строки, соответствующей знакопеременной группе A_9, которая одновременно максимальна и нормальна в S_9, выбрано последнее свойство. Остальные 6 максимальных подгрупп абнормальны.

Читателю, заинтересованному в получении дополнительной информации о подгруппе с номером d в таблице меток, следует запустить систему GAP 4.2 и набрать следующие строки:

```
gap> G:="S9";;
gap> t:=TableOfMarks(G);
gap> D:=Representative Tom(t,d);
```

При этом D окажется представителем класса сопряженных подгрупп с номером d. Дальнейшее исследование этой подгруппы происходит с использованием стандартных GAP-функций. Например, `Size(D)` выдает ее порядок; `IsAbelian(D)`, `IsNilpotent(D)`, `IsSolvable(D)`, `IsPerfect(D)` – суть тесты на абелевость, нильпотентность, разрешимость, совпадение с коммутантом и т.д.

Желающие самостоятельно исследовать подгруппы на типы вложения в S_9 могут связаться с авторами по электронной почте для получения соответствующих программ. Последние распространяются в двух видах. Файл `"embsub4.g"` содержит функции `IsParanormal(G,D)`, `IsPronormal(G,D)` и т.д., которые реализуют вычисления с двойными смежными классами и групповыми элементами и описаны первым из автором в [6]. Файл `"eptom4.g"` содержит программы `IsParaTom(G,d)`, `IsWeaklyNormalTom(G,d)` и прочие. Они оперируют с данными из соответствующей таблицы меток. Именно эти коды использовались в данной работе, хотя многие подгруппы дополнительно проверялись при помощи тестов первого типа. Суммарный объем всех программ составляет около 50K. В ближайшем будущем предполагается поместить их на `ftp`-серверах в Ст. Эндрюсе и Ахене.

Таблица типов всех непримарных подгрупп в симметрической группе S_9

Порядок под- группы	Номер под- группы	Порядок нормали- затора	Номер нормали- затора	Тип вложения подгруппы в S_9
	25	4320	546	не слабо нормальна
	26	288	495	не слабо нормальна
	27	288	494	не слабо нормальна
	28	288	495	не слабо нормальна
	29	288	494	не слабо нормальна
	30	216	476	не слабо нормальна
	31	96	415	не слабо нормальна
6	32	96	415	не слабо нормальна
	33	72	393	слабо норм., не поли
	34	72	393	слабо норм., не поли
	35	72	391	не слабо нормальна
	36	72	391	не слабо нормальна
	37	36	283	не слабо нормальна
	38	36	292	не слабо нормальна
	39	36	293	слабо норм., не поли
	40	24	246	Паранормальна
	41	24	246	слабо норм., не поли
	81	480	517	Пронормальна
	82	160	456	не слабо нормальна
10	83	160	456	не слабо нормальна
	84	80	399	не слабо нормальна
	85	80	399	не слабо нормальна
12	86	2880	545	не слабо нормальна
	87	288	495	Слабо норм., не поли
	88	288	494	Пронормальна
	89	288	494	не слабо нормальна
	90	288	494	Пронормальна
	91	288	495	не слабо нормальна
	92	144	452	не слабо нормальна

	93	144	442	не слабо нормальна
	94	96	415	слабо нормальна
	95	96	415	не слабо нормальна
	96	96	415	не слабо нормальна
	97	96	415	Пронормальна
	98	96	415	не слабо нормальна
	99	96	415	не слабо нормальна
	100	96	415	не слабо нормальна
	101	96	415	не слабо нормальна
	102	96	415	Пронормальна
	103	96	415	не слабо нормальна
	104	96	415	не слабо нормальна
	105	96	415	Паранормальна
	106	96	415	не слабо нормальна
	107	96	415	не слабо нормальна
	108	96	415	не слабо нормальна
12	109	72	393	Паранормальна
	110	72	391	не слабо нормальна
	111	48	343	слабо норм., не поли
	112	48	315	не слабо нормальна
	113	48	312	не слабо нормальна
	114	24	246	Слабо норм., не поли
	115	24	246	Слабо норм., не поли
	116	24	246	Паранормальна
	117	24	246	Слабо нормальна
	118	24	246	Слабо нормальна
	119	12	119	Слабо нормальна
14	120	84	402	Пронормальна
	121	84	402	Пронормальна
	122	84	402	Пронормальна
15	123	120	437	Пронормальна
18	155	432	509	не слабо нормальна
	156	432	508	Пронормальна
	157	216	476	не слабо нормальна
	158	216	470	не слабо нормальна
	159	216	476	не слабо нормальна
	160	216	476	не слабо нормальна
	161	216	476	не слабо нормальна
	162	144	454	Слабо норм., не поли
	163	144	454	Паранормальна
	164	108	425	Паранормальна
	165	108	424	Не слабо нормальна
	166	72	391	Не слабо нормальна
	167	72	392	Не слабо нормальна
	168	72	393	Слабо норм., не поли

	169	72	393	Слабо норм., не поли
	170	72	393	Паранормальна
	171	72	393	слабо норм., не поли
	172	54	354	Паранормальна
	173	36	293	слабо норм., не поли
	174	36	292	не слабо нормальна
20	175	480	517	Пронормальна
	176	480	517	Пронормальна
	177	160	456	Пронормальна
	178	160	456	Пронормальна
	179	160	456	не слабо нормальна
	180	160	456	не слабо нормальна
	181	160	456	Пронормальна
	182	160	456	Пронормальна
	183	160	456	не слабо нормальна
	184	80	399	не слабо нормальна
	185	80	399	не слабо нормальна
	186	80	397	не слабо нормальна
	187	80	399	не слабо нормальна
21	188	84	402	Пронормальна
24	189	2880	545	не слабо нормальна
	190	288	494	Пронормальна
	191	288	495	не слабо нормальна
	192	288	494	Пронормальна
	193	288	495	Слабо норм., не поли
	194	288	495	Пронормальна
	195	288	495	Пронормальна
	196	288	494	Пронормальна
	197	288	495	не слабо нормальна
	198	288	494	Пронормальна
	199	288	494	Пронормальна
	200	288	494	Пронормальна
	201	192	469	не слабо нормальна
	202	192	469	не слабо нормальна
	203	144	452	не слабо нормальна
	204	144	442	не слабо нормальна
	205	96	415	не слабо нормальна
	206	96	415	не слабо нормальна
	207	96	415	не слабо нормальна
	208	96	415	Пронормальна
	209	96	415	Пронормальна
	210	96	415	Пронормальна
	211	96	415	Пронормальна
	212	96	415	Пронормальна

	213	96	415	Паранормальна
	214	96	415	Пронормальна
	215	96	415	Пронормальна
	216	96	415	не слабо нормальна
	217	96	415	Пронормальна
	218	96	415	Пронормальна
	219	96	415	Пронормальна
	220	96	415	Пронормальна
	221	96	415	Паранормальна
	222	96	415	не слабо нормальна
	223	96	415	Пронормальна
	224	96	415	Пронормальна
	225	96	415	Слабо норм., не поли
	226	96	415	Пронормальна
	227	96	415	Паранормальна
	228	96	415	Пронормальна
	229	96	415	Пронормальна
	230	96	415	Пронормальна
	231	96	415	Пронормальна
	232	96	415	Пронормальна
	233	96	415	не слабо нормальна
	234	96	415	Пронормальна
	235	96	415	Пронормальна
	236	96	415	Паранормальна
	237	96	415	не слабо нормальна
	238	48	342	Паранормальна
	239	48	343	Слабо норм., не поли
24	240	48	344	Паранормальна
	241	48	343	Слабо норм., не поли
	242	48	344	Паранормальна
	243	48	343	Паранормальна
	244	48	345	Паранормальна
	245	48	342	Паранормальна
	246	24	246	Паранормальна
28	250	84	402	Пронормальна
	251	120	437	Пронормальна
30	252	120	437	Пронормальна
	253	120	437	Пронормальна
	271	432	509	Пронормальна
36	272	432	509	не слабо нормальна
	273	432	509	Пронормальна
	274	288	494	Пронормальна
	275	288	495	Паранормальна
	276	216	476	не слабо нормальна

	277	144	454	Слабо норм., не поли
	278	144	454	Пронормальна
	279	144	454	Паранормальна
	280	144	454	Пронормальна
	281	144	455	не слабо нормальна
	282	72	393	Паранормальна
	283	72	393	Слабо норм., не поли
	284	72	393	Слабо норм., не поли
	285	72	392	не слабо нормальна
	286	72	393	Слабо норм., не поли
	287	72	391	не слабо нормальна
	288	72	393	Слабо норм., не поли
	289	72	391	не слабо нормальна
	290	72	393	Паранормальна
	291	72	392	не слабо нормальна
	292	72	388	не слабо нормальна
	293	36	293	Слабо норм., не поли
	294	480	517	Пронормальна
40	295	160	456	Пронормальна
	296	160	456	не слабо нормальна
	297	160	456	Пронормальна
	298	160	456	Пронормальна
	299	160	456	Пронормальна
	300	160	456	Пронормальна
	301	160	456	Пронормальна
	302	160	456	Пронормальна
	303	160	456	не слабо нормальна
	304	160	456	Пронормальна
	305	80	399	не слабо нормальна
	306	80	399	не слабо нормальна
42	307	84	402	Пронормальна
	308	84	402	Пронормальна
	309	84	402	Пронормальна
	310	576	521	не слабо нормальна
48	311	576	520	не слабо нормальна
	312	288	495	Пронормальна
	313	288	494	Пронормальна
	314	288	495	не слабо нормальна
	315	288	494	Пронормальна
	316	192	469	Паранормальна
	317	192	469	Паранормальна
	318	192	469	не слабо нормальна
	319	192	469	Слабо норм., не поли
	320	192	469	не слабо нормальна

	321	192	469	Слабо норм., не поли
	322	96	415	Пронормальна
	323	96	414	Пронормальна
	324	96	415	Пронормальна
	325	96	414	Пронормальна
	326	96	414	Пронормальна
	327	96	415	Паранормальна
	328	96	415	Пронормальна
	329	96	415	Пронормальна
	330	96	414	Пронормальна
	331	96	415	Пронормальна
	332	96	414	Пронормальна
	333	96	415	Пронормальна
	334	96	415	Пронормальна
	335	96	415	Пронормальна
	336	96	411	не слабо нормальна
	337	96	415	Пронормальна
	338	96	415	Пронормальна
	339	96	414	Пронормальна
	340	96	415	Пронормальна
	341	96	415	Пронормальна
	342	48	342	Паранормальна
	343	48	343	Паранормальна
	344	48	344	Паранормальна
	345	48	345	Паранормальна
	346	1296	534	Пронормальна
54	347	432	509	не слабо нормальна
	348	432	509	не слабо нормальна
	349	324	497	Пронормальна
	350	216	476	не слабо нормальна
	351	216	476	не слабо нормальна
	352	108	425	Пронормальна
	353	108	425	Пронормальна
	354	54	354	Паранормальна
56	355	168	462	Паранормальна
60	356	2880	545	Пронормальна
	357	720	529	Пронормальна
	358	480	517	Пронормальна
	359	120	437	Пронормальна
	360	120	437	Пронормальна
	361	120	437	Пронормальна
72	369	432	509	Пронормальна
	370	432	508	Пронормальна

	371	288	494	Пронормальна
	372	288	494	Пронормальна
	373	288	495	Пронормальна
	374	288	495	Слабо норм., не поли
	375	288	494	Пронормальна
	376	288	495	Паранормальна
	377	288	495	Слабо норм., не поли
	378	288	495	Пронормальна
	379	288	495	Пронормальна
	380	288	495	Пронормальна
	381	288	494	Пронормальна
	382	288	494	Пронормальна
	383	288	494	Пронормальна
	384	288	494	Пронормальна
	385	144	454	Пронормальна
	386	144	455	Пронормальна
	387	144	454	Пронормальна
	388	144	455	Пронормальна
	389	144	454	Пронормальна
	390	144	454	Пронормальна
	391	144	454	Пронормальна
	392	144	454	Паранормальна
	393	72	393	Паранормальна
	394	480	517	Пронормальна
80	395	160	456	Пронормальна
	396	160	456	Пронормальна
	397	160	456	Пронормальна
	398	160	456	Пронормальна
	399	160	456	Пронормальна
	400	160	456	Пронормальна
84	402	84	402	Абнормальна
96	403	576	521	не слабо нормальна
	404	576	520	не слабо нормальна
	405	384	507	Пронормальна
	406	192	468	Слабо норм., не поли
	407	192	469	Паранормальна
	408	192	469	Паранормальна
	409	192	468	Паранормальна
	410	192	469	Паранормальна
	411	192	469	Паранормальна
	412	192	469	Слабо норм., не поли
	413	192	469	Паранормальна
	414	96	414	Абнормальна
	415	96	415	Абнормальна

108	416	1296	534	Пронормальна
	417	432	509	не слабо нормальна
	418	432	509	Пронормальна
	419	432	509	не слабо нормальна
	420	432	509	Пронормальна
	421	432	509	Пронормальна
	422	432	509	Пронормальна
	423	216	476	не слабо нормальна
	424	216	476	не слабо нормальна
	425	108	425	Абнормальна
120	426	2880	545	Пронормальна
	427	960	531	не слабо нормальна
	428	960	531	не слабо нормальна
	429	720	529	Пронормальна
	430	480	517	Пронормальна
	431	480	517	Пронормальна
	432	480	517	Пронормальна
	433	480	514	не слабо нормальна
	434	480	514	не слабо нормальна
	435	240	490	Пронормальна
	436	240	490	Пронормальна
	437	120	437	Абнормальна
144	439	1152	533	Пронормальна
	440	288	495	Пронормальна
	441	288	494	Пронормальна
	442	288	494	Пронормальна
	443	288	495	Пронормальна
	444	288	494	Пронормальна
	445	288	494	Пронормальна
	446	288	494	Пронормальна
	447	288	494	Пронормальна
	448	288	494	Пронормальна
	449	288	495	Пронормальна
	450	288	495	Пронормальна
	451	288	495	Паранормальна
	452	288	495	Пронормальна
	453	288	495	Пронормальна
	454	144	454	Абнормальна
	455	144	455	Абнормальна
160	456	160	456	Абнормальна
162	457	324	497	Пронормальна
	458	324	497	Пронормальна

	459	324	497	Пронормальна
168	460	336	499	Пронормальна
	461	336	498	Паранормальна
	462	168	462	Паранормальна
180	463	720	530	Пронормальна
	464	720	529	Пронормальна
192	465	384	507	Пронормальна
	466	384	507	Пронормальна
	467	384	507	Пронормальна
	468	192	468	Паранормальна
	469	192	469	Паранормальна
216	470	1296	534	Пронормальна
	471	432	509	Пронормальна
	472	432	509	Пронормальна
	473	432	509	Пронормальна
	474	432	509	Пронормальна
	475	432	509	Пронормальна
	476	432	509	Пронормальна
	477	432	508	Пронормальна
240	478	2880	545	Пронормальна
	479	960	531	Пронормальна
	480	960	531	Пронормальна
	481	960	531	не слабо нормальна
	482	960	531	Пронормальна
	483	960	531	Пронормальна
	484	960	531	не слабо нормальна
	485	480	517	Пронормальна
	486	480	514	не слабо нормальна
	487	480	514	не слабо нормальна
	488	480	517	Пронормальна
	489	480	517	Пронормальна
	490	240	490	Абнормальна
288	491	1152	533	Пронормальна
	492	576	520	не слабо нормальна
	493	576	521	не слабо нормальна
	494	288	494	Абнормальна
	495	288	495	Абнормальна
324	496	1296	534	Пронормальна
	497	324	497	Абнормальна

336	498	336	498	Паранормальна
	499	336	499	Абнормальна
360	500	4320	546	Пронормальна
	501	720	529	Пронормальна
	502	720	529	Пронормальна
	503	720	529	Пронормальна
	504	720	530	Пронормальна
	505	720	530	Пронормальна
	506	720	530	Пронормальна
384	507	384	507	Абнормальна
432	508	432	508	Максимальна
	509	432	509	Абнормальна
480	510	2880	545	Пронормальна
	511	960	531	Пронормальна
	512	960	531	Пронормальна
	513	960	531	Пронормальна
	514	960	531	Пронормальна
	515	960	531	Пронормальна
	516	960	531	Пронормальна
	517	480	517	Абнормальна
504	518	1512	540	Паранормальна
576	519	1152	533	Пронормальна
	520	1152	533	Пронормальна
	521	1152	533	Пронормальна
648	522	1296	534	Пронормальна
	523	1296	534	Пронормальна
	524	1296	534	Пронормальна
720	525	4320	546	Пронормальна
	526	2880	545	Пронормальна
	527	1440	539	Пронормальна
	528	1440	539	Пронормальна
	529	720	529	Абнормальна
	530	720	530	Абнормальна
960	531	960	531	Абнормальна
1080	532	4320	546	Пронормальна
1152	533	1152	533	Абнормальна

1296	534	1296	534	Максимальна
1344	535	1344	535	Паранормальна
1440	536	2880	545	Пронормальна
	537	2880	545	Пронормальна
	538	2880	545	Пронормальна
	539	1440	539	Абнормальна
1512	540	1512	540	Паранормальна
2160	541	4320	546	Пронормальна
	542	4320	546	Пронормальна
	543	4320	546	Пронормальна
2520	544	10080	550	Пронормальна
2880	545	2880	545	Максимальна
4320	546	4320	546	Максимальна
5040	547	10080	550	Пронормальна
	548	10080	550	Пронормальна
	549	10080	550	Пронормальна
10080	550	10080	550	Максимальна
20160	551	40320	552	Пронормальна
40320	552	40320	552	Максимальна
181440	553	362880	554	Нормальна
362880	554	362880	554	Нормальна

Литература

1. М. С. Ба, З. И. Боревич, *О расположении промежуточных подгрупп*. В сборнике: Кольца и матричные группы. Краснодар (1988), 14–41.
2. З. И. Боревич, *О расположении подгрупп*. Зап. научн. семин. ЛОМИ, **94** (1979), 5–12.
3. З. И. Боревич, О. Н. Мацедонская, *О решетке подгрупп*. Зап. научн. семин. ЛОМИ, **103** (1980), 13–19.
4. П. В. Гаврон, Л. Ю. Колотилина, *О подгруппах в T-группах*. Зап. научн. семин. ЛОМИ, **103** (1980), 62–65.
5. П. В. Гаврон, В. И. Мысовских, *О подгруппах симметрических групп*

степени не превосходящей семи. Кольца и матричные группы. Сб. научн. трудов. Орджоникидзе (1984), 35–42.

6. В. И. Мысовских, *Тестирование подгрупп конечной группы на свойства вложения типа пронормальности.* Зап. научн. семин. ПОМИ, **236** (1997), 119–123.
7. В. И. Мысовских, *Метки Бернсайда и решение двух проблем З. И. Боревича о полинормальных подгруппах.* Доклады Академии наук, **367**, No. 4 (1999), 445–446.
8. В. И. Мысовских, *Субнормализаторы и свойства вложения подгрупп конечных групп.* Зап. научн. семин. ПОМИ, **265** (1999), 258–280.
9. В. И. Мысовских, А. И. Скопин, *Свойства вложения непримарных подгрупп симметрической группы степени восемь.* Зап. научн. семин. ПОМИ, **236** (1997), 124–128.
10. В. И. Мысовских, А. И. Скопин, *Вложения подгрупп в симметрической группе степени девять.* Зап. научн. семин. ПОМИ, **265** (1999), 281–284.
11. J. H. Conway, A. Hulpke, and J. McKay, *On transitive permutation groups.* LMS J. Comput. Math., **1** (1998), 1–8.
12. K. Doerk, T. Hawkes, *Finite soluble groups.* Berlin–New York, 1992.
13. B. Huppert, *Endliche Gruppen.* I. Springer-Verlag, 1967.
14. A. Kerber, *Algebraic combinatorics via finite group actions.* Mannheim–Wien–Zürich, 1991.
15. Th. W. Merkwitz, *Markentafeln endlicher Gruppen.* Diplomarbeit, RWTH Aachen, 1998.
16. G. A. Miller, *Memoir on the substitution-groups whose degree does not exceed eight.* Amer. J. Math., **21** (1899), 287–338.
17. K. H. Müller, *Schwachnormale Untergruppen: eine gemeinsame Verallgemeinerung der normalen und normalisatorgleichen Untergruppen.* Rend. Semin. Mat. Univ. Padova, **36** (1966), 129–157.
18. V. I. Mysovskikh, *Investigation of Subgroup Embeddings by the Computer Algebra Package GAP. Computer Algebra in Scientific Computing.* Proc. of the 2-nd Workshop CASC'99, Springer, 1999, 309–315.
19. V. I. Mysovskikh, *Burnside matrices and subgroup embeddings in finite groups.* In: Formal power series and algebraic combinatorics (eds. D. Krob et al.). Proc. 12th intern. conference FPSAC$'$00, Berlin: Springer (2000), 528–533.
20. T. A. Peng, *Pronormality in finite groups.* J. London Math. Soc., **3**, No. 2 (1971), 301–306.
21. G. Pfeiffer, *The subgroups of M_{24} or how to compute the table of marks of a finite group.* Preprint, RWTH Aachen, 1995.
22. R. Schmidt, *Subgroup lattices of groups.* De Gruyter, 1994.
23. M. Schönert et al., *GAP – Groups, Algorithms and Programming.* Lehrstuhl D für Mathematik, RWTH Aachen, fifth edition, 1995.
24. A. Seress, *An introduction to computational group theory.* Notices AMS, **44**, No. 6 (1997), 671–679.

Mysovskikh V. I., Skopin A. I. Embeddings of nonprimary subgroups in the symmetric group S_9.

This paper contains investigation of all nonprimary subgroups of the symmetric group S_9. Embedding properties of these subgroups are listed in a table. Such properties as abnormality, pronormality, paranormality, weak normality, etc. were checked with the help of a computer. Algorithms and codes of the first author were used for this purpose. The research exploits the technique of Burnside marks as well as the respective information on the table of marks of S_9 from the computer algebra package GAP. The subgroups were investigated up to conjugacy, the total number of conjugacy classes of nonprimary subgroups of S_9 is 432. Certain subgroups were additionally checked by other programs based on the double coset method.

Поступило 19 марта 2001 г.

С.-Петербургский
государственный университет
e-mail:vimys@pdmi.ras.ru

С.-Петербургское отделение
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
e-mail:skopin@pdmi.ras.ru