О. Г. Парфенов

ЯДЕРНОСТЬ ОПЕРАТОРОВ ВЛОЖЕНИЯ КЛАССОВ СОБОЛЕВА В ВЕСОВЫЕ ПРОСТРАНСТВА

1. Пусть Ω – открытое множество в $\mathbf{R}^m$. Обозначим d_x – расстояние от точки x до границы области Ω:

$$d_x = \inf_{y \in \partial\Omega} |x - y|,$$

если $\Omega = \mathbf{R}^m$, положим $d_x = 1 + |x|$. Определим класс $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_{p,\lambda}(\Omega)$, следуя работе [1] В. Л. Олейника и Б. С. Павлова, как замыкание $\mathbf{C}_0^\infty(\Omega)$ по норме

$$\|f\|_{\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_{p,\lambda}(\Omega)} = \left(\int\limits_\Omega \left(\sum_{|\beta|=l} |D^\beta f|^p d_x^{-\lambda} + |f|^p d_x^{-pl-\lambda} \right) dx \right)^{1/p}, \tag{1}$$

здесь $l = 1, 2$; $1 \leqslant p < \infty$; $\lambda \in (-\infty, \infty)$. При $p = \infty$ обычная модификация. Определим также классы $\overset{\circ}{\mathbf{L}}{}^l_{p,\lambda}(\Omega)$ как замыкание $\mathbf{C}_0^\infty(\Omega)$ по норме

$$\|f\|_{\overset{\circ}{\mathbf{L}}{}^l_{p,\lambda}(\Omega)} = \left(\int\limits_\Omega \left(\sum_{|\beta|=l} |D^\beta f|^p d_x^{-\lambda} \right) dx \right)^{1/p}, \tag{2}$$

При $\lambda \geqslant 0$ нормы (1), (2) эквивалентны (см. [1]). При $\lambda = 0$, таким образом, мы рассматриваем обычный класс Соболева $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_p(\Omega)$.

Для классов $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_{p,\lambda}(\Omega)$ в работе [1] получена теорема вложения в пространство $\mathbf{L}_q(\Omega, \mu)$ при условии $pl > m$. Подчеркнем, что μ – произвольная борелевская мера в Ω. Для формулировки теоремы вложения рассмотрим конечнократное покрытие области Ω шарами:

$$\Omega = \bigcup_n B_n;\ B_n = \{y \mid |y - x_n| < r_n\},$$

причем $r_n = (1/4)d_{x_n}$. Такое покрытие называется покрытием типа Уитни. Вместо $1/4$ можно взять любое число $\gamma : 0 < \gamma < 1$. Далее определим последовательность:

$$\beta_n = r_n^{(pl+\lambda-m)/p}(\mu(B_n))^{1/q}. \tag{3}$$

Теорема 1 [1]. *Пусть $pl > m$. Тогда*

а) *Если $1 \leqslant q \leqslant p$, то оператор вложения J класса $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega)$ в $\mathbf{L}_q(\Omega,\mu)$ ограничен в том и только в том случае, если*

$$\sup_n \beta_n < \infty. \tag{4}$$

б) *Если $1 \leqslant p < q \leqslant \infty$, то оператор вложения J ограничен тогда и только тогда, когда*

$$\sum_n \beta_n^r < \infty; \quad r^{-1} = p^{-1} - q^{-1}. \tag{5}$$

Замечание 1. По теореме вложения Соболева условие $pl > m$ есть критерий ограниченности вложения пространства $\mathring{\mathbf{W}}^l_p(\Omega)$ в $\mathbf{C}(\Omega)$, и, как нетрудно заметить, то же верно для классов $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}$. Таким образом в Теореме 1 содержателен лишь вопрос о поведении меры μ вблизи границы Ω.

Замечание 2. При условии $pl \leqslant m$ критерий ограниченности вложения $\mathring{\mathbf{W}}^l_p(\Omega)$ в $\mathbf{L}_q(\Omega,\mu)$ (для любой борелевской меры μ!) был получен В. Г. Мазьей (см. [2], §1.1, §1.2) в терминах емкости и усовершенствован в работе Сойера [3].

В данной работе мы рассматриваем вопрос о ядерности оператора вложения $J : \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega) \longrightarrow \mathbf{L}_q(\Omega,\mu)$, предполагая сразу, что оператор вложения

$$J_0 : \mathring{\mathbf{W}}^l_p(\mathbf{Q}^m) \longrightarrow \mathbf{C}(\mathbf{Q}^m),$$

$\mathbf{Q}^m$ – m-мерный куб, является ядерным. В работе Пича [4] рассматривается более общая задача о ядерности оператора вложения

$$J_0^* : \mathring{\mathbf{W}}^l_p(\mathbf{Q}^m) \longrightarrow \mathbf{L}_q(\mathbf{Q}^m).$$

Теорема 2 ([4]). *Пусть $1 \leqslant q \leqslant p \leqslant \infty$, тогда J_0^* является ядерным в том и только в том случае, если*

$$1 > m(1 - p^{-1} + q^{-1}).$$

Пусть $1 \leqslant p \leqslant q \leqslant \infty$, тогда J_0^* является ядерным в том и только в том случае, если $l > m$.

Теорема 2 в случае $1 < p \leqslant q < \infty$ легко обобщается на крайние показатели. Для полноты изложения мы докажем, что при условии $l > m$ оператор вложения

$$J_0 : \mathring{\mathbf{W}}_p^l(\mathbf{Q}^m) \longrightarrow \mathbf{C}(\mathbf{Q}^m)$$

является ядерным. Необходимость условия $l > m$ ясна из Теоремы 2.

Напомним определение ядерности. Пусть X, Y – банаховы пространства; X^*, Y^* – их сопряженные. Линейный оператор T из X в Y называется ядерным, если существует представление T в виде

$$T = \sum_n \langle \cdot, x_n' \rangle y_n; \quad x_n' \in X^*, y_n \in Y, \tag{6}$$

причем

$$\sum_n \|x_n'\|_X \|y_n\|_Y < \infty. \tag{7}$$

Точная нижняя граница сумм (7) по представлениям вида (6) называется ядерной нормой оператора и обозначается $N(T)$. Эквивалентные определения и свойства этого класса операторов, а также его значимость для теории и приложений см. в монографии А. Пича [5]. Сформулируем основной результат данной работы.

Теорема 3. *Пусть J – оператор вложения класса $\mathring{\mathbf{W}}_{p,\lambda}^l(\Omega)$ в $\mathbf{L}_q(\Omega, \mu)$ и выполнено условие $l > m$. Тогда*

а) *Если $1 \leqslant q \leqslant p \leqslant \infty$, то J является ядерным в том и только в том случае, если*

$$\sum_n \beta_n < \infty. \tag{8}$$

б) *Если $1 \leqslant p < q \leqslant \infty$, то J является ядерным в том и только в том случае, если*

$$\sum_n \beta_n^s < \infty; \ s^{-1} = 1 - p^{-1} + q^{-1}. \tag{9}$$

План работы таков. В следующем пункте 2 мы докажем ядерность оператора вложения $J_0 : \overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_p^l(\mathbf{Q}^m) \longrightarrow \mathbf{C}(\mathbf{Q}^m)$ при условии $l > m$. В пункте 3 доказана достаточность в Теореме 3. В пункте 4 доказана необходимость в Теореме 3. Наконец в пункте 5 обсуждаются некоторые обобщения Теоремы 3. Автор благодарит М. Ш. Бирмана, С. В. Кислякова, В. М. Тихомирова и участников его семинара за обсуждение этой работы и проявленный к ней интерес. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ.

2. Докажем, что вложение $J_0 : \overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_p^l(\mathbf{Q}^m) \longrightarrow \mathbf{C}(\mathbf{Q}^m)$ ядерно при условии $l > m$. Так как $p \geqslant 1$, то $pl > m$ и следовательно J_0 ограничен по теореме Соболева (и даже компактен). Для доказательства ядерности J_0 используем ряды Фурье. Положим

$$e_\alpha(x) = \exp(2i\pi\alpha x) = \exp\left(2i\pi\sum_{k=1}^{m}\alpha_k x_k\right),$$

$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m) \in \mathbf{Z}^m$ – целый мультииндекс. Для любой функции $f \in \mathbf{L}_1(\mathbf{Q}^m)$ определим ее ряд Фурье:

$$\sum_{\alpha\in\mathbf{Z}^m} f_\alpha e_\alpha(x);\ f_\alpha = \int\limits_{\mathbf{Q}^m} (f(t))\overline{e_\alpha(t)}\, dm(t), \tag{10}$$

dm – мера Лебега на $\mathbf{Q}^m$. Хорошо известно, что при $l > m/2$ ряд Фурье сходится абсолютно (см., например, [6], стр. 279). Тем самым имеем представление оператора J_0:

$$J_0 = \sum_{\alpha\in\mathbf{Z}^m} (\cdot, e_\alpha)e_\alpha. \tag{11}$$

Очевидно, что $\|e_\alpha\|_{\mathbf{C}(\mathbf{Q}^m)} = 1$. Оценим норму функционала

$$I_\alpha : f \longrightarrow f_\alpha$$

в пространстве $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_p^l(\mathbf{Q}^m)$. Для любой $f \in \overset{\circ}{\mathbf{W}}{}_p^l(\mathbf{Q}^m)$ и для любого β

$$\int\limits_{\mathbf{Q}^m} (D^\beta f)\bar{e}_\alpha\, dm = (2i\pi\alpha)^\beta f_\alpha.$$

Отсюда получим

$$|(2i\pi\alpha)^\beta||f_\alpha| \leqslant \|D^\beta f\|_{\mathbf{L}_p(\mathbf{Q}^m)}$$

и далее

$$(2\pi)^l \left(\sum_{|\beta|=l} |\alpha^\beta| \right) |f_\alpha| \leqslant \|f\|_{\mathring{\mathbf{W}}^l_p(\mathbf{Q}^m)}. \tag{12}$$

Существует постоянная c, зависящая лишь от m, l, такая, что

$$\sum_{|\beta|=l} |\alpha^\beta| \geqslant c|\alpha|^l. \tag{13}$$

В силу (12), (13) ядерность J_0 сводится к вопросу о сходимости ряда

$$\sum_{\alpha\in\mathbf{Z}^m} |\alpha|^{-l}. \tag{14}$$

Ряд (14), действительно, сходится при условии $l > m$.

3. Доказательство Теоремы 3 в части достаточности. Нам потребуется ряд вспомогательных фактов. Напомним сначала теорему Тонга о ядерности диагональных операторов. Пусть T – оператор из $\mathbf{l}^p$ в $\mathbf{l}^q$ вида

$$T(\{x_n\}_1^\infty) = \{\sigma_n x_n\}_1^\infty,\ \sigma_n > 0. \tag{15}$$

T называется диагональным оператором с диагональю $\{\sigma_n\}_1^\infty$.

Теорема 4 ([7]). *Если* $1 \leqslant q \leqslant p \leqslant \infty$, *то оператор* T *вида* (15) *является ядерным тогда и только тогда, когда*

$$A_1(\sigma) = \sum_n \sigma_n < \infty,$$

при этом $N(T) = A_1(\sigma)$. *Если* $1 \leqslant p < q \leqslant \infty$, *то оператор* T *вида* (15) *является ядерным тогда и только тогда, когда*

$$A_2(\sigma) = \sum_n \sigma_n^s < \infty, \quad 1/s = 1 - 1/p + 1/q,$$

при этом $N(T) = A_2(\sigma)^{1/s}$.

Пусть теперь $\{X_k\}_1^\infty$ – последовательность банаховых пространств. Определим пространство $\mathbf{l}_p(X)$ как прямую сумму пространств X_k с нормой:

$$\|\{x_k\}_1^\infty|\mathbf{l}_p(X)\| = \left(\sum_{k=1}^\infty \|x_k|X_k\|^p \right)^{1/p}.$$

Пусть $X = \{X_k\}_1^\infty$, $Y = \{Y_k\}_1^\infty$ – последовательности банаховых пространств; $T_k : X_k \longrightarrow Y_k$ – линейный ограниченный оператор. Определим векторный диагональный оператор $\mathcal{T} : \mathbf{l}_p(X) \longrightarrow \mathbf{l}_q(Y)$:

$$\mathcal{T}(\{x_k\}_1^\infty) = \{T_k x_k\}_1^\infty. \tag{16}$$

Следующая теорема есть простое следствие леммы Глускина–Кислякова–Рейнова [8] и Предложения 10.3.1 из [5].

Теорема 5. *Пусть $\mathcal{T}$ – оператор вида (16), пусть T_k есть ядерный оператор при любом k; положим $\sigma_k = N(T_k)$. Определим скалярный диагональный оператор T, действующий из $\mathbf{l}^p$ в $\mathbf{l}^q$ с диагональю $\{\sigma_k\}_1^\infty$. Тогда, если T является ядерным, то и $\mathcal{T}$ является ядерным и существует постоянная $C > 0$, зависящая лишь от p, q такая, что*

$$N(\mathcal{T}) \leqslant CN(T). \tag{17}$$

Обратимся к доказательству Теоремы 3. Будем считать, что носитель меры μ является редким в следующем смысле:

$$\operatorname{supp}(\mu) \subset \bigcup_k B_{n_k},$$

причем шары $\widehat{B}_{n_k} = \{y| \, |y - x_{n_k}| < 2r_{n_k}\}$ попарно не пересекаются. В противном случае меру μ можно представить как конечную сумму мер с редкими носителями (число слагаемых зависит лишь от кратности покрытия). Далее, из ядерности каждого слагаемого, отвечающего мере с редким носителем, вытекает ядерность суммы (более подробно эти рассуждения см. в работе автора [9]). Для простоты обозначений будем считать, что

$$\Omega = (\bigcup_n B_n) \bigcup E, \ \operatorname{supp}(\mu) \subset \bigcup_n B_n,$$

причем $\widehat{B}_n = \{y \, |y - x_n| < 2r_n\}$ попарно не пересекаются. Положим $\widehat{\Omega} = \bigcup\limits_n \widehat{B}_n$. Легко заметить, что существуют постоянные c_1, c_2 такие, что

$$c_1 d_x(\Omega) \leqslant d_x(\widehat{\Omega}) \leqslant c_2 d_x(\Omega).$$

Напомним, $d_x(\Omega)$ – расстояние от точки x до границы Ω. Легко заметить, что $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_{p,\alpha}(\widehat{\Omega})$ есть замкнутое подпространство $\overset{\circ}{\mathbf{W}}{}^l_{p,\alpha}(\Omega)$.

Оператор вложения $i : \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\Omega) \longrightarrow \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{\Omega})$ ограничен. Определим оператор вложения $\widehat{J} : \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{\Omega}) \longrightarrow \mathbf{L}_q(\widehat{\Omega})$. Очевидно $J = \widehat{J} \circ i$. Тем самым достаточно установить ядерность оператора $\widehat{J}$. Положим

$$X_k = \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,a}(\widehat{B}_k); \quad Y_k = \mathbf{L}_q(B_k, \mu).$$

По определению пространств $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,a}(\widehat{\Omega})$, $\mathbf{L}_q(\mu)$ имеем

$$\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{\Omega}) = \mathbf{l}_p(X), \quad \mathbf{L}_q(\mu) = \mathbf{l}_q(Y).$$

Соответственно $\widehat{J}$ есть векторный диагональный оператор, причем диагональю служат операторы вложения

$$J_k : \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{B}_k) \longrightarrow \mathbf{L}_q(B_k, \mu).$$

Остается лишь установить оценку

$$N(J_k) \leqslant C\beta_k, \tag{18}$$

где C не зависит от k. Обозначим $B_0 = \{y | \, |y| < 1\}$, $\widehat{B}_0 = \{y | \, |y| < 2\}$. Сделаем замену переменной

$$y = \phi(x) = (x - x_n)/r_n.$$

Определим меру μ_0 на B_0, полагая $\mu_0(e) = \mu(\phi^{-1}(e))$. Рассмотрим коммутативную диаграмму

$$\begin{array}{ccc} \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{B}_n) & \xrightarrow{J_k} & \mathbf{L}_q(B_n, \mu) \\ \Big\downarrow \Pi & & \Big\uparrow T \\ \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{B}_0) & \xrightarrow{J_0} & \mathbf{L}_q(B_0, \mu_0) \end{array}$$

J_0 – оператор вложения, $\Pi(f)(y) = f(\phi^{-1}(y)), T(g)(x) = g(\phi(x))$. Имеем

$$\|\Pi\| = r_n^{(pl+\alpha-m)/p}, \|T\| = 1. \tag{19}$$

Далее факторизуем оператор J_0:

$$\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\alpha}(\widehat{B}_0) \xrightarrow{i_1} \mathbf{C}(B_0) \xrightarrow{i_2} \mathbf{L}_q(B_0, \mu),$$

i_1, i_2 – вложения. Оператор i_1 – ядерный по условию $l > m$, а норма оператора i_2 легко оценивается

$$\|i_2\| \leqslant (\mu(B_n))^{1/q}. \tag{20}$$

Из (19), (20) следует требуемая оценка (18).

4. Доказательство необходимости в Теореме 3. Также как и в предыдущей части считаем, что носитель меры μ является редким. Пусть $f_1(x)$ – произвольная функция из $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(B_1)$, $\|f_1\| \neq 0$. Положим

$$f_n(x) = f_1((x - x_n + x_1)r_1/r_n), \quad n = 2, \dots .$$

Очевидно, $f_n \in \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(B_n)$. Рассмотрим подпространство $L \subset \mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega)$, являющееся замыканием линейной оболочки $\{f_n\}_{n=1}^\infty$, и сужение оператора J на это подпространство: $J|_L = T$. Имеем $N(J) \geqslant N(T)$. Оператор T является диагональным оператором из $\mathbf{l}^p$ в $\mathbf{l}^q$ с диагональю $\{c_0\beta_n\}_{n=1}^\infty$:

$$c_0 = \|f_1\|_{\mathbf{W}^l_{p,\lambda}(B_1)} / \|f_1\|_{\mathbf{l}_q(B_1,\mu)}.$$

Применяя теорему Тонга, получим Теорему 3 в части необходимости.

5. В данном пункте мы рассматриваем вопрос принадлежности оператора вложения $J : \mathring{\mathbf{W}}^l_{2,\lambda}(\Omega) \longrightarrow \mathbf{L}_2(\Omega,\mu)$ классу σ_ρ, $\rho > 0$.

Напомним определение операторного идеала σ_ρ: пусть H_1, H_2 гильбертовы пространства, $T : H_1 \longrightarrow H_2$ – компактный оператор,

$$T = \sum_n s_n(T)(\cdot, e_n)g_n$$

его разложение Шмидта ($\{e_n\}_1^\infty$, $\{g_n\}_1^\infty$ – ортонормированные системы в H_1, H_2 соответственно, $\{s_n(T)\}_1^\infty$ – убывающая последовательность положительных чисел, число $s_n(T)$ называется n-тым сингулярным числом оператора T, см. подробнее об этом в [5], с. 161). Говорим, что $T \in \sigma_\rho$, $\rho > 0$, если

$$\sum_n s_n^\rho(T) < \infty.$$

Соответственно идеал $\sigma_{\rho,\tau}$, $\rho > 0$, $\tau > 0$, определяется как класс операторов T, для которых

$$\sum_n (s_n(T))^\tau n^{\tau/\rho - 1} < \infty.$$

Наконец идеал $\sigma_{\rho,\infty}$, $\rho > 0$, определяется как класс операторов T, для которых

$$\sup_n s_n(T) n^{-\rho} < \infty.$$

Теорема 6. *Пусть $2l > m$, $\rho_* = (l - m/2)^{-1}$. Тогда оператор вложения $J \in \sigma_\rho$, $\rho > \rho_*$, тогда и только тогда, когда*

$$\sum_n \beta_n^{\rho/2} < \infty.$$

Далее $J \in \sigma_{\rho,\tau}$, $\rho > \rho_*$, $\tau > 0$, если

$$\sum_n (\beta_n)^{\tau/2} n^{\tau/\rho - 1} < \infty$$

и $T \in \sigma_{\rho_*,\infty}$, если

$$\sup \beta_n n^{-2\rho_*} < \infty.$$

Доказательство Теоремы 6 основано на методах работы автора [10]. Отметим роль предельного показателя ρ_*. При $\rho < \rho_*$ уже оператор вложения, отвечающий мере Дирака в любой точке области Ω, не принадлежит σ_ρ, так как нет вложения в $\mathbf{C}$, хотя условие (7), очевидно, выполнено.

Литература

1. В. Л. Олейник, Б. С. Павлов, *О критериях ограниченности и полной непрерывености некоторых операторов вложения.* — Проблемы математической физики вып. 4 (1970), 112–118.
2. В. Г. Мазья, Т. О. Шапошникова, *Мультипликаторы в пространствах дифференцируемых функций.* изд-во ЛГУ, 1986, с. 403.
3. E. Sawyer, *Multipliers of Besov and power-weighted L^2-spaces.* — Ind. Univ. Math. J. **33** no. 3 (1984), 353–366.
4. A. Pietsch, *r-nucleare Sobolevsche Eiubettungsoperatoren. – Sammelband "Ellipt. Diff. gleichungen. II,".* — Schriffenreihe Inst. Math. Akad. Wiss. Berlin, Heft **8** (1971), 203–215.
5. А. Пич, *Операторные идеалы.* М, Мир, 1982, с. 536.
6. И. Стейн, Г. Вейс, *Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах.* М, Мир, 1974, с. 331.

7. A. Tong, *Diagonal nuclear operators in l^p-spaces.* — Trans. Amer. Math. Soc. **143** (1969), 233–247.
8. Е. Д. Глускин, С. В. Кисляков, О. И. Рейнов, *Тензорные произведения p-абсолютно суммирующих операторов и $(\mathfrak{I}_p, \mathfrak{U}_p)$ – мультипликаторы.* — Зап. Научн. Семин. ЛОМИ **92** (1979), 85–102.
9. O. G. Parfenov, *Criteria of nuclearity of embedding operators acting between Bergman spaces and weighted Lebesque spaces.* — Math. Nachr. **154** (1991), 105–115.
10. О. Г. Парфенов, *О свойствах операторов вложения некоторых классов аналитических функций.* — Алгебра и Анализ **3**, № 2 (1991), 199–222.

Parfenov O. G. Nuclearity of imbedding operators of Sobolev classes into weighted spaces.

Let Ω be an open set in $\mathbf{R}^m$. Denote by d_x the distance from a point x to the boundary of Ω:

$$d_x = \inf_{y\in\partial\Omega} |x-y|;$$

if $\Omega = \mathbf{R}^m$, then $d_x = 1+|x|$. Define the class $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega)$ as the closure of $\mathbf{C}_0^\infty(\Omega)$ with respect to the norm

$$\|f\|_{\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega)} = \left(\int_\Omega \left(\sum_{|\beta|=l} |D^\beta f|^p d_x^{-\lambda} + |f|^p d_x^{-pl-\lambda}\right) dx\right)^{1/p};$$

here $l=1,2$; $1\leqslant p<\infty$; $\lambda\in(-\infty,\infty)$. Let μ be a measure in Ω and $\mathbf{L}_q(\mu)$ the Lebesgue space. A criterion for the nuclearity of the imbedding of $\mathring{\mathbf{W}}^l_{p,\lambda}(\Omega)$ into $\mathbf{L}_q(\Omega)$ is given for $l>m$.

Псковский государственный
педагогический институт

Поступило 4 ноября 1996 г.